

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

ФИЗИЧЕСКИЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

XXIV Международная научная конференция

(Москва, 7–10 июля 2025 г.)

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

PHYSICAL INTERPRETATIONS OF RELATIVITY THEORY (PIRT–2025)

XXIV International Scientific Conference

(Moscow, July 7–10, 2025)

ABSTRACTS



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МГТУ им. Н.Э. Баумана

2 0 2 5

УДК 530.12
ББК 22.313.3
Ф50

Издание доступно в электронном виде по адресу
<https://press.bmstu.ru/catalog/item/8470/>

Ф50 **Физические интерпретации теории относительности** : XXIV Международная научная конференция (Москва, 7–10 июля 2025 г.) : сборник тезисов = **Physical Interpretations of Relativity Theory (PIRT–2025)** : XXIV International Scientific Conference (Moscow, July 7–10, 2025) : Abstracts / Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)». — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2025. — 384, [1] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-6585-9

Конференция PIRT — это международное научное мероприятие, которое впервые было организовано в 1988 году в Имперском колледже Лондона, а с 2003 года проводится раз в два года в МГТУ им. Н.Э. Баумана в Москве. Конференция посвящена следующим вопросам: обсуждение физической, геометрической и математической интерпретации теории относительности и ее современных обобщений; обсуждение наблюдаемых эффектов и экспериментальная проверка теории относительности; методы регистрации гравитационных волн; эффекты релятивистской электродинамики и оптики движущихся сред; астрофизические наблюдения и космические эксперименты.

Конференция проводится при поддержке Комитета Государственной Думы по образованию РФ, Российского гравитационного общества, Московского физического общества, Международного общества общей теории относительности и гравитации, Калькуттского математического общества.

The PIRT Conference is an international scientific event that was first organized in 1988 and held at Imperial College in London once every two years, and since 2003 it has been held at Bauman Moscow State Technical University in Moscow. The conference focuses on the following issues: discussion of physical, geometric and mathematical interpretation of the theory of relativity and its modern generalizations; discussion of observed effects, and experimental verification of the theory of relativity; methods for recording gravitational waves; effects of relativistic electrodynamics and optics of moving media; astrophysical observations and space experiments.

Support and assistance were provided by The State Duma Committee on Education of the Russian Federation, Russian Gravitational Society, Moscow Physical Society, The International Society on General Relativity and Gravitation, Calcutta Mathematical Society.

УДК 530.12
ББК 22.313.3

Издается в авторской редакции.

Working languages of the conference: English

The proceedings of the conference are given in the author's edition.

ISBN 978-5-7038-6585-9

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025
© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025

UDC 530.12

Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation

Aayush Sinha^(*)

sinkha.a@phystech.edu

Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
Dolgoprudny, Russia

Abstract. The paper comprises a generalized solution to non-linear PDEs, mainly interpreted in the gravitation field equation [1]. The author shows that gamma matrices (Spinors) are embedded within Christoffel symbols. This approach is usable for calculating geodesic as: $-\Gamma_{00}^{\alpha}c^2 = (2\pi m_0 c^3 I/\sqrt{-1}h)$, for a weak quantum gravitation field. Hence, it concludes the followings: (a) 24 mathematical terms of second-order, as an integral part of Ricci tensor; and (b) unification of all space-time geometries [3, 4].

Keywords: quantum gravity, general relativity, clifford algebra, ricci tensor, ricci flow, geodesic

Introduction. Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation, AUM, is developed to offer a complete solution to the following existing problems. These includes: (i) quantum gravity and general relativity; (ii) singularity and dark energy; and (iii) many more. Its key objective is to incorporate Spin (gamma matrices) within Christoffel Symbols, as discussed in the next section. This is of uttermost relevance for analyzing the Spin-Dynamics of the gravitational field. Scientifically, it discloses 24 second-order partial derivative terms (Quantum Gravitational Waves), as an integral part of Ricci tensor.

Methods and materials; results. To derive the embedded quantum fields within Christoffel, $\Gamma_{ij,m}$, I started with a covariant differentiation, ∇_j , of a fundamental tensor, g_{im} , as shown in equation (2) [1]. These equations are acquainted with first order covariant derivatives of gamma matrices, γ_i and γ_m . According to the Clifford Algebra, these matrices are also referred as the basis vectors of fundamental tensor, g_{im} . These basis vectors, γ_i and γ_m , are fundamentally known by equation; $g_{im} = \frac{\gamma_i \gamma_m + \gamma_m \gamma_i}{2}$ [2].

$$\frac{\partial g_{im}}{\partial x^j} = \frac{1}{2} [\{ \nabla_j \gamma_i \} \gamma_m + \gamma_i \{ \nabla_j \gamma_m \} + \{ \nabla_j \gamma_m \} \gamma_i + \gamma_m \{ \nabla_j \gamma_i \}] + g_{pm} \Gamma_{ij}^p + g_{ip} \Gamma_{mj}^p \quad (1)$$

The first order covariant derivatives, ∇_j , ∇_i , ∇_m , of these fundamental tensors, “ g_{im} , g_{jm} , g_{ij} ”, are derived like equation (1). Further, I derived a torsion-free Christoffel symbols of second kind, Γ_{ij}^{α} . This was pursued by substituting the partial derivatives of fundamental tensors, $\frac{\partial g_{im}}{\partial x^j}$, $\frac{\partial g_{jm}}{\partial x^i}$, $\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^m}$, into the well-known equation of $\Gamma_{ij}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha m} \left[\frac{\partial g_{im}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jm}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^m} \right]$ [1]. With further simplification, I have discovered equation (2) [3, 4].

$$\Gamma_{ij}^{\alpha} = g^{\alpha m} \frac{1}{4} \times$$

$$\times \left(\begin{aligned} &\gamma_i \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^j} - \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^m} \right) + \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^j} - \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^m} \right) \gamma_i + \\ &+ \gamma_j \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^i} - \frac{\partial \gamma_i}{\partial x^m} \right) + \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^i} - \frac{\partial \gamma_i}{\partial x^m} \right) \gamma_j + \gamma_m \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^i} \right) + \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^i} \right) \gamma_m \end{aligned} \right) \quad (2)$$

$$\frac{d^2 x^{\alpha}}{(dx^0)^2} = -[\Gamma_{00}^{\alpha}]c^2 = -\frac{1}{2} \times$$

$$\times \left[\begin{aligned} &(\gamma_0 - (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)) \frac{\partial \gamma_0}{\partial x^0} + \frac{\partial \gamma_0}{\partial x^0} (\gamma_0 - (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)) + \\ &+ \left(\gamma_0 \left(\frac{\partial}{\partial x^0} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) - (\nabla) \gamma_0 \right) + \left(\frac{\partial}{\partial x^0} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) - (\nabla) \gamma_0 \right) \gamma_0 \right) \end{aligned} \right] c^2 =$$

$$= - \left[\frac{2\pi}{\sqrt{-1}h} \left(\frac{\hat{E}}{c} - \hat{P}_x - \hat{P}_y - \hat{P}_z \right) I \right] c^2 \quad (3)$$

$$R_{ij} = - \left[\frac{\partial g^{\alpha m}}{\partial x^{\alpha}} \Gamma_{ij,m} + g^{\alpha m} \frac{\partial \Gamma_{ij,m}}{\partial x^{\alpha}} \right] + \left[\frac{\partial g^{\alpha m}}{\partial x^j} \Gamma_{i\alpha,m} + g^{\alpha m} \frac{\partial \Gamma_{i\alpha,m}}{\partial x^j} \right] + \Gamma_{\beta j}^{\alpha} \Gamma_{i\alpha}^{\beta} - \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha} \Gamma_{ij}^{\beta} \quad (4)$$

Using equations (3), I calculated geodesic for a weak quantum gravity, as shown by equation (3). As a result, it illustrates “energy-momentum relation” within geodesic. Hence, validating equation (2). Additionally, the Christoffel symbols: $\Gamma_{ij,m}$, $\Gamma_{i\alpha,m}$, $\frac{\partial \Gamma_{ij,m}}{\partial x^{\alpha}}$, $\frac{\partial \Gamma_{i\alpha,m}}{\partial x^j}$, $\Gamma_{\beta j}^{\alpha} \Gamma_{i\alpha}^{\beta}$, and $\Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha} \Gamma_{ij}^{\beta}$; given in equation (4) are also derived using equation (2), respectively [3, 4].

Conclusion. In this framework, I have concluded the root characteristics of Quantum Gravitation. These are elucidated through quantum fields of skew-symmetric, “ $\left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^j} - \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^m} \right)$ ” and “ $\left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^i} - \frac{\partial \gamma_i}{\partial x^m} \right)$ ”, and symmetric, “ $\left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^i} \right)$ ”, nature. These fields are found embedded within Ricci curvature tensor, “ R_{ij} ” based on equations (2) and (4) [3, 4].

References

- [1] *The Field Equations of Gravitation. Proc. of the Prussian Academy of Sciences.* URL: <https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-trans/129> (accessed January 10, 2024).
- [2] Hestenes D., Sobczyk G. *Geometric Algebra*. Dordrecht, Fundamental Theories of Physics. Springer, 1987, no. 978-94-009-6292-7_1, 43 p. https://doi.org/10.1007/978-94-009-6292-7_1
- [3] *Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation. GEMMA2 workshop.* URL: <https://agenda.infn.it/event/39794/contributions/231320> (accessed September 10, 2024).
- [4] *Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation. The 10th International Conference QIPA.* URL: <https://qipa2024.mipt.ru/talks> (accessed October 20, 2024).

УДК 51-71

Элементарные атомы в пространствах постоянной кривизны методом Никифорова — Уварова

Абдалджалель Ализзи^{1, 2}

abdaljalel90@gmail.com

Сагайдак Алина Евгеньевна²

a.sagaidak@g.nsu.ru

Силагадзе Зураб Карлович^{1, 2()}*

Z.K.Silagadze@inp.nsk.su

¹ Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера, Новосибирск, Россия² Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Аннотация. Метод Никифорова — Уварова — простой, но элегантный и мощный метод решения дифференциальных уравнений второго порядка обобщенного гипергеометрического типа. В прошлом он использовался для решения многих задач квантовой механики и других областей. Мы применяем этот метод к классической задаче о водородоподобных атомах в пространствах постоянной кривизны. Как спектры этих атомов, так и их волновые функции, включая нормировку, сравнительно легко получаются.

Ключевые слова: элементарные атомы, пространства постоянной кривизны, связанные состояния, метод Никифорова — Уварова

Введение. Пространства постоянной кривизны предоставляют простейший искривленный фон, на котором можно изучать теоретические проблемы и вопросы, связанные с квантовой механикой в искривленных пространствах, и поэтому такие исследования представляют значительный теоретический интерес. Однако они представляют не только академический интерес. Эффективная кривизна пространства возникает в ряде реальных физических ситуаций. Изучение движения квантовой частицы по двумерной поверхности в физике конденсированного состояния, а также изучение квантовых точек привело к использованию моделей, основанных на квантовой механике в пространствах постоянной кривизны [1].

В литературе имеется множество других примеров использования пространств постоянной кривизны в различных областях: от физики атомов и нанотрубок до хирального и деконфайнментного фазового перехода в модели Намбу — Йона — Лазинио, симметрий алгебры W теории струн и квазиточно решаемых моделей, а также суперинтегрируемости в рамках суперсимметрии (см., например, [1–3]).

Что касается атома водорода в S^3 , Шредингер заявил [4], что он нашел проблему «трудной для решения любым другим способом», отличным от его метода факторизации. Но годом позже Стивенсон показал [5], что спектр и волновая функция могут быть получены без особых трудностей обычными методами решения дифференциальных уравнений. Еще более простое реше-

ние для водородоподобного атома в S^3 и H^3 может быть получено с использованием метода Никифорова — Уварова [6], что мы и хотим продемонстрировать. Удивительно, но в обширной литературе по этой теме мы пока нашли только одну статью [7], где этот метод упоминается в связи с этой проблемой, но, по нашему мнению, он используется не самым оптимальным образом.

Методы и материалы; результаты. Дифференциальные уравнения второго порядка обобщенного гипергеометрического типа, имеющие следующий вид:

$$u'' + \frac{\pi_1}{\sigma} u' + \frac{\sigma_1}{\sigma^2} u = 0,$$

можно решить с помощью метода Никифорова — Уварова. Здесь штрих обозначает дифференцирование по независимой переменной z (которая может быть комплексной); $\sigma(z)$ и $\sigma_1(z)$ являются многочленами не выше второй степени, а $\pi_1(z)$ является многочленом не выше первой степени.

Многие задачи квантовой механики могут приводить к уравнениям такого типа, и метод Никифорова — Уварова широко использовался в этом контексте [8,9,10]. Для водородоподобных атомов в пространствах постоянной кривизны к радиальная часть волновой функции $\Psi = G(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 G}{dz^2} + \frac{\lambda_E + \beta_R z - l(l+1)(1+z^2)}{(1+z^2)^2} G = 0,$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{\kappa} T_\kappa(r)}, \lambda_E = \frac{2mE}{\hbar^2 \kappa}, \beta_R = \frac{2me^2}{\hbar^2 \sqrt{\kappa}},$$

где $T_\kappa(r)$ — обобщенная тангенсная функция [11]. Это уравнение имеет обобщенный гипергеометрический тип и может быть проанализировано методом Никифорова — Уварова.

С использованием этого метода, мы получаем спектр $\lambda_E = n^2 - 1 - \frac{\beta_R^2}{4n^2}$, и соответствующие волновые функции

$$G_{n,n_r}(r) = B_{n,n_r} [\sqrt{\kappa} S_\kappa(r)]^{n-1} e^{-\frac{r}{na_B}} y_{n_r}^n(z),$$

где n и n_r главные и радиальные квантовые числа, $S_\kappa(r)$ обобщенный синус и

$$y_{n_r}^n(r) = \frac{1}{\rho(z)} \frac{d^{n_r}}{dz^{n_r}} [(1+z^2)^{n_r} \rho(z)], \rho(z) = (1+z^2)^{-n} e^{\frac{\beta_R}{n} \arctan(z)}$$

— полином, заданный формулой Родригеса. Мы выводим рекуррентную формулу относительно n_r для коэффициентов нормировки B_{n,n_r} и рассматриваем предел плоского пространства.

Заключение. Водородоподобные атомы в пространствах постоянной кривизны представляют собой еще одну квантово-механическую задачу, где метод Никифорова — Уварова может быть успешно применен. Более того, по

нашему мнению, в этом случае метод Никифорова — Уварова дает наиболее естественный и простой способ решения задачи.

Список источников

- [1] Carinena J.F., Ranada M.F., Santander M. The quantum free particle on spherical and hyperbolic spaces: A curvature dependent approach. *J. Math. Phys.*, 2011, vol. 52, art. no. 072104.
- [2] Kirchbach M., Compean C.B. *Baryons from quarks in color gauge space of constant positive curvature and deconfinement*. Preprint arXiv:0805.2404, 2008.
- [3] Quesne C. Quasi-exactly solvable extensions of the Kepler-coulomb potential on the sphere. *Ann. Phys.*, 2023, vol. 451, art. no. 169265.
- [4] Schrodinger E. A method of determining quantum-mechanical eigenvalues and eigenfunctions. *Proc. Roy. Irish Acad. A*, 1940, vol. 46, pp. 9–16.
- [5] Stevenson A.F. Note on the “Kepler problem” in a spherical space, and the factorization method of solving eigenvalue problems. *Phys. Rev.*, 1941, vol. 59, pp. 842–843.
- [6] Nikiforov A., Uvarov V. *Special Functions of Mathematical Physics: A Unified Introduction with Applications*. Springer, Basel, 1988.
- [7] Mel’nikov V.N., Shikin G.N. Hydrogen-like atom in the gravitational field of the universe. *Sov. Phys. J.*, 1985, vol. 28, no. 1, pp. 47–51.
- [8] Ellis L., Ellis I., Koutschan C., Suslov S.K. *On Potentials Integrated by the Nikiforov — Uvarov Method*. Preprint arXiv: 2303.02560, 2023.
- [9] Tezcan C., Sever R. A general approach for the exact solution of the Schrodinger equation. *Int. J. Theor. Phys.*, 2009, vol. 48, no. 2, pp. 337–350.
- [10] Suslov S.K., Vega-Guzman J.M., Barley K. *An introduction to special functions with some applications to quantum mechanics. Orthogonal Polynomials*. Springer International Publishing, Cham, 2020, pp. 517–628.
- [11] Ballesteros A., Herranz F.J., del Olmo M.A., Santander M. Quantum structure of the motion groups of the two-dimensional Cayley — Klein geometries. *J. Phys. A*, 1993, vol. 26, no. 21, pp. 5801–5823.

Elementary atoms in spaces of constant curvature by the Nikiforov — Uvarov method

Abdaljalel Alizzi^{1, 2}

abdajalel90@gmail.com

Sagaydak Alina E.²

a.sagaidak@g.nsu.ru

Silagadze Zurab K.^{1, 2(*)}

Z.K.Silagadze@inp.nsk.su

¹ Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, Russia

² Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

Abstract. The Nikiforov — Uvarov method is a simple, yet elegant and powerful method for solving second-order differential equations of generalized hypergeometric type. In the past, it has been used to solve many problems in quantum mechanics and elsewhere. We apply this method to the classical problem of hydrogen-like atoms in spaces of constant curvature. Both the spectra of these atoms and their wave functions, including normalization, are easily obtained.

Keywords: elementary atoms, constant curvature spaces, bound states, Nikiforov — Uvarov method

Introduction. Spaces of constant curvature provide the simplest curved background against which to study theoretical problems and questions related to quantum mechanics in curved spaces, and therefore such studies are of considerable theoretical interest. However, they are not only of academic interest. Effective curvature of space arises in a number of real physical situations. The study of the motion of a quantum particle on a two-dimensional surface in condensed matter physics, as well as the study of quantum dots, has led to the use of models based on quantum mechanics in spaces of constant curvature [1].

There are many other examples in the literature of the use of spaces of constant curvature in various fields: from the physics of atoms and nanotubes to the chiral and deconfinement phase transition in the Nambu — Jona — Lasinio model, symmetries of the SW algebra of string theory and quasi-exactly solvable models, as well as superintegrability in the framework of supersymmetry (see, for example, [1–3]).

About hydrogen atom in S^3 , Schrodinger declared [4] that he found the problem “difficult to tackle in any other way” different from his factorization method. But a year later Stevenson showed [5] that the spectrum and wave function could be obtained without too much difficulty by the usual methods of solving differential equations. An even simpler solution for the hydrogen-like atom in S^3 and H^3 can be obtained using the Nikiforov — Uvarov method [6], which is what we want to demonstrate. Surprisingly, in the extensive literature on this topic, we have so far found only one paper [7] where this method is mentioned in connection with this problem, but in our opinion, it is not used in the most optimal way.

Methods and materials; results. Second-order differential equations of generalized hypergeometric type, which have the following form

$$u'' + \frac{\pi_1}{\sigma} u' + \frac{\sigma_1}{\sigma^2} u = 0,$$

can be solved using the Nikiforov — Uvarov technique. Here prime indicates differentiation with respect to the independent variable z (which may be complex); $\sigma(z)$ and $\sigma_1(z)$ are polynomials, at most of second degree, and $\pi_1(z)$ is a polynomial, at most of first degree.

Many problems in quantum mechanics can lead to equations of this type, and the Nikiforov — Uvarov method has been widely used in this context [8–10]. For hydrogen-like atoms in spaces of constant curvature κ the radial part of the wave function $\Psi = G(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ satisfies the equation

$$\frac{d^2 G}{dz^2} + \frac{\lambda_E + \beta_R z - l(l+1)(1+z^2)}{(1+z^2)^2} G = 0,$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{\kappa} T_\kappa(r)}, \lambda_E = \frac{2mE}{\hbar^2 \kappa}, \beta_R = \frac{2me^2}{\hbar^2 \sqrt{\kappa}},$$

where $T_\kappa(r)$ is a generalized tangent function [11]. This equation is of generalized hypergeometric type and can be analysed by the Nikiforov — Uvarov method. In this way we obtain the spectrum $\lambda_E = n^2 - 1 - \frac{\beta_R^2}{4n^2}$, and the corresponding wave functions

$$G_{n,n_r}(r) = B_{n,n_r} [\sqrt{\kappa} S_\kappa(r)]^{n-1} e^{-\frac{r}{na_B}} y_{n_r}^n(z),$$

where n and n_r are principal and radial quantum numbers, $S_\kappa(r)$ is generalized sine function and

$$y_{n_r}^n(r) = \frac{1}{\rho(z)} \frac{dz^{n_r}}{dz^{n_r}} [(1+z^2)^{n_r} \rho(z)], \rho(z) = (1+z^2)^{-n} e^{\frac{\beta_R}{n} \arctan(z)}$$

is a polynomial given by the Rodrigues formula. We obtain the recurrence formula, with respect to n_r , for normalization coefficients B_{n,n_r} and consider the flat space limit.

Conclusion. Hydrogen-like atoms in spaces of constant curvature represent another quantum mechanical problem where this method can be successfully applied. Moreover, in our opinion, in this case the Nikiforov — Uvarov method provides the most natural and simple way to solve the problem.

References

- [1] Carinena J.F., Ranada M.F., Santander M. The quantum free particle on spherical and hyperbolic spaces: A curvature dependent approach. *J. Math. Phys.*, 2011, vol. 52, art. no. 072104.
- [2] Kirchbach M., Compean C.B. *Baryons from quarks in color gauge space of constant positive curvature and deconfinement*. Preprint arXiv:0805.2404, 2008.
- [3] Quesne C. Quasi-exactly solvable extensions of the Kepler-coulomb potential on the sphere. *Ann. Phys.*, 2023, vol. 451, art. no. 169265.
- [4] Schrodinger E. A method of determining quantum-mechanical eigenvalues and eigenfunctions. *Proc. Roy. Irish Acad. A*, 1940, vol. 46, pp. 9–16.
- [5] Stevenson A.F. Note on the “Kepler problem” in a spherical space, and the factorization method of solving eigenvalue problems. *Phys. Rev.*, 1941, vol. 59, pp. 842–843.
- [6] Nikiforov A., Uvarov V. *Special Functions of Mathematical Physics: A Unified Introduction with Applications*. Springer, Basel, 1988.
- [7] Mel’nikov V.N., Shikin G.N. Hydrogen-like atom in the gravitational field of the universe. *Sov. Phys. J.*, 1985, vol. 28, no. 1, pp. 47–51.
- [8] Ellis L., Ellis I., Koutschan C., Suslov S.K. *On Potentials Integrated by the Nikiforov — Uvarov Method*. Preprint arXiv: 2303.02560, 2023.
- [9] Tezcan C., Sever R. A general approach for the exact solution of the Schrodinger equation. *Int. J. Theor. Phys.*, 2009, vol. 48, no. 2, pp. 337–350.
- [10] Suslov S.K., Vega-Guzman J.M., Barley K. *An introduction to special functions with some applications to quantum mechanics. Orthogonal Polynomials*. Springer International Publishing, Cham, 2020, pp. 517–628.
- [11] Ballesteros A., Herranz F.J., del Olmo M.A., Santander M. Quantum structure of the motion groups of the two-dimensional Cayley — Klein geometries. *J. Phys. A*, 1993, vol. 26, no. 21, pp. 5801–5823.

УДК 524.882

Гравитационное линзирование и галактическое микролинзирование акустическими черными дырами

Ахтарьянова Гульназ Фанисовна^{1()}*

akht_gul@mail.ru

SPIN-код: 9069-0131

Каримов Рамис Хамитович¹

karimov_ramis_92@mail.ru

SPIN-код: 5150-8235

Хидиров Умурзок Кабилджонович¹

umurzokk@mail.com.ru

SPIN-код: 5980-3255

Измаилов Рамиль Наильевич^{1, 2}

izmailov.ramil@gmail.com

SPIN-код: 7629-3535

¹БГПУ им. М. Акмуллы, Уфа, Россия²УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Аннотация. Мы показываем применение акустических черных дыр в качестве линз, рассматриваемых как объекты гало темной материи в галактическом микролинзировании. Для иллюстрации рассмотрим простейший случай, когда при значении параметра настройки $\xi = 0$ решение сводится к метрике Шварцшильда. Параметр настройки $\xi \neq 0$ можно рассматривать как наличие дополнительной степени свободы, отличающий это решение от черной дыры Шварцшильда. В настоящей работе мы исследуем влияние ξ на наблюдаемые параметры микролинзирования, сравнивая их с линзированием черной дыры Шварцшильда. По сравнению с кривыми блеска черной дыры Шварцшильда, кривые блеска линз акустических черных дыр показывают различия по времени, которое требуется источнику для пересечения кольца Эйнштейна. Оптическая глубина и частота событий рассчитываются, предполагая, что линза черной дыры будет гравитационно связана и не связана с балджем Галактики и Большим Магеллановым облаком, которые могут содержать линзированные звезды. Ожидается, что будущие эксперименты по галактическому микролинзированию позволят ограничить параметр ξ .

Ключевые слова: акустические черные дыры, гравитационное линзирование, кривые блеска

Введение. Как важное применение гравитационного искривления света, слабое гравитационное линзирование и микролинзирование становятся мощным инструментом в физике, астрономии и космологии [1, 2]. Теории гравитации и их решения должны быть проверены с помощью эффектов гравитационного искривления и наблюдений слабого гравитационного линзирования [3]. Акустическая черная дыра — это явление, при котором фононы (звуковые возмущения) не могут покинуть область жидкости, которая течет быстрее локальной скорости звука. Их называют звуковыми или акустическими черными дырами, поскольку захваченные фононы похожи на свет в астрофизи-

ческих (гравитационных) черных дырах. Звуковые черные дыры возможны, поскольку фононы в идеальных жидкостях проявляют те же свойства движения в пространстве-времени, что и поля, такие как гравитация. По этой причине система, в которой может быть создана звуковая черная дыра, называется гравитационным аналогом. Почти любая жидкость может быть использована для создания акустического горизонта событий, но вязкость большинства жидкостей создает хаотическое движение, что делает практически невозможным обнаружение таких явлений, как излучение Хокинга [6].

Методы и материалы; результаты. Метрику пространства-времени для акустической черной дыры Шварцшильда можно в конечном итоге представить как

$$ds^2_{acoustic} = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)dr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где функция $f(r)$ определяется как

$$f(r) = (1 - 2Mr)[1 - \xi 2Mr(1 - 2Mr)]. \quad (2)$$

Целью данной работы является изучение галактического микролинзирования акустическими черными дырами, когда линзируемые звезды находятся в Галактическом балдже или в Большом Магеллановом облаке. Мы проанализируем, частично следуя методу Абэ [6], наблюдаемые параметры линзирования, такие как угол отклонения света, положения изображений, увеличение, центроид и временная задержка изображений, включая вероятностные характеристики, такие как оптическая глубина и частота событий, предполагая случаи, когда акустическая черная дыра гравитационно связана или не связана с Галактикой. Мы проанализируем поведение кривых блеска Пачинского. В ходе анализа влияние параметра настройки ξ будет сравниваться с эффектами линзирования черной дыры Шварцшильда.

Заключение. Явление линзирования компактными объектами является активной областью современных исследований, которые могут помочь обнаружить природу линзы из наблюдаемых сигнатур линзирования. В настоящей работе рассматриваются акустические черные дыры [7]. Эти объекты могут обеспечить новые приложения для галактического микролинзирования, когда конфигурация недостаточно чистая, то есть, когда дополнительное распределение материи-энергии окружает линзу, например, пыль или некоторое энергетическое поле. Анализ показывает влияние параметра настройки ξ , который увеличивает угол отклонения света. Также увеличение параметра настройки ξ приводит к увеличению кольца Эйнштейна и углового кольца Эйнштейна. Это означает, что чем параметр настройки ξ , тем короче время для увеличения яркости. По сравнению с акустической черной дырой, кривая блеска черной дыры Шварцшильда намного тусклее.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Wambsganss J. Gravitational lensing in astronomy. *Living Rev. Relativ.*, 1998, vol. 1, no. 12.
- [2] Bartelmann M., Schneider P. Weak gravitational lensing. *Phys. Rept.*, 2001, vol. 340, pp. 291–472. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(00\)00082-X](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00082-X)
- [3] Akhtaryanova G.F., Karimov R.K., Izmailov R.N. et al. Galactic microlensing by backreacted massless wormholes. *Gen Relativ Gravit.*, 2024, vol. 56, no. 58. <https://doi.org/10.1007/s10714-024-03246-4>
- [4] Visser M. Acoustic black holes: Horizons, ergospheres and Hawking radiation. *Classical and Quantum Gravity*, 1998, vol. 15, iss. 6, pp. 1767–1791. arXiv:gr-qc/9712010. Bibcode: 1998CQGr.15.1767V. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/15/6/024>
- [5] Steinhauer J. Observation of quantum Hawking radiation and its entanglement in an analogue black hole. *Nature Physics*, 2016, vol. 12 (10), pp. 959–965. arXiv:1510.00621. Bibcode:2016NatPh.12.959S. <https://doi.org/10.1038/nphys3863>
- [6] Abe F. Gravitational Microlensing by the Ellis Wormhole. *Astrophys. J.*, 2010, vol. 725, pp. 787–793. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/725/1/787>
- [7] Unruh W.G. Experimental Black-Hole Evaporation. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, vol. 46, pp. 1351–1353.

Gravitational Lensing and Galactic Microlensing by Acoustic Black Holes

Akhtaryanova Gulnaz Fanisovna^{1(*)}

akht_gul@mail.ru

SPIN-code: 9069-0131

Karimov Ramis Khamitovich^{2(*)}

karimov_ramis_92@mail.ru

SPIN-code: 5150-8235

Hidirov Umurzoq Kabiljonovich¹

umurzokk@mail.com.ru

SPIN-code: 5980-3255

Izmailov Ramil Nailevich^{1, 2}

izmailov.ramil@gmail.com

SPIN- code: 7629-3535

¹ BSPU M. Akmullah, Ufa, Russia

² UFRC RAS, Ufa, Russia

Abstract. We show an application of acoustic black holes as lenses treated as dark matter halo objects in Galactic microlensing. We shall consider for illustration the simplest case which, for the tuning parameter $\xi = 0$, resemble Schwarzschild metric. The tuning parameter $\xi \neq 0$ can be treated as providing an extra degree of freedom distinct from the Schwarzschild black hole. In the present work, we investigate the influence of ξ on the microlensing observables comparing them with the Schwarzschild black hole lensing. Compared to the Schwarzschild black hole light curves, those by the acoustic black hole lenses show differences immediately outside the times the source takes in crossing the Einstein ring. The optical depths and event rates are calculated assuming the black hole lens to be bound and unbound to the Galactic Bulge and to the Large Magellanic Cloud that contain the lensed stars. Future experiments on galactic microlensing are expected to impose observational constraints on ξ .

Keywords: acoustic black holes, gravitational lensing, light curves

Introduction. As the important application of gravitational bending, the weak gravitational lensing and microlensing are becoming a powerful tool in physics, astronomy and cosmology [1, 2]. The gravity theories and their solutions should be tested from the gravitational bending effects and weak gravitational lensing observations [3]. An acoustic black hole is a phenomenon in which phonons (sound disturbances) cannot leave a region of liquid that flows faster than the local speed of sound. They are called sonic or acoustic black holes because the captured phonons are similar to light in astrophysical (gravitational) black holes. Sonic black holes are possible because phonons in ideal liquids exhibit the same properties of motion as fields such as gravity in spacetime. For this reason, a system in which a sonic black hole can be created is called a gravitational analog. Almost any liquid can be used to create an acoustic event horizon, but the viscosity of most liquids creates chaotic motion, making it almost impossible to detect phenomena such as Hawking radiation [6].

Methods and materials; results. The spacetime metric for acoustic Schwarzschild black hole can eventually be derived as

$$ds^2_{acoustic} = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)dr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

where function $f(r)$ is defined as:

$$f(r) = (1 - 2Mr)[1 - \xi 2Mr(1 - 2Mr)]. \quad (2)$$

For the fluid velocity to be real, the tuning parameter must satisfy the condition $\xi \geq 0$.

The purpose of this work is to study Galactic microlensing by acoustic black holes, when the source stars are in the Galactic Bulge or in the Large Magellanic Cloud. We shall analyze, partially following Abe [6], the lensing observables such as the light deflection angle, image positions, magnification, centroid and time delay of images including the probabilistic features such as optical depth and event rate assuming the acoustic black holes lens to be bound or unbound to our Galaxy. We shall analyze the behavior of the Paczyński light curves. In the analysis, the effects of tuning parameter ξ will be compared with those of the Schwarzschild black hole.

Conclusion. The lensing phenomenon by compact objects is an active area of current research that can help detecting the nature of the lens from the observable lensing signatures. The present work considered acoustic black holes [7]. These objects could provide novel applications to galactic microlensing, when the configuration is not clean enough, that is, when additional matter-energy distribution surrounds the lens, for instance, dust or some energy field. The analysis shows the influence of tuning parameter ξ which increases light deflection angle. Also increasing of tuning parameter ξ leads to increase of Einstein ring and angular Einstein ring. This means that the tuning parameter ξ , the shorter the time for increas-

ing brightness. Compared to the acoustic black hole, the light curve of Schwarzschild black hole is much dimmer.

References

- [1] Wambsganss J. Gravitational lensing in astronomy. *Living Rev. Relativ.*, 1998, vol. 1, no. 12.
- [2] Bartelmann M., Schneider P. Weak gravitational lensing. *Phys. Rept.*, 2001, vol. 340, pp. 291–472. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(00\)00082-X](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00082-X)
- [3] Akhtaryanova G.F., Karimov R.K., Izmailov R.N. et al. Galactic microlensing by backreacted massless wormholes. *Gen Relativ Gravit.*, 2024, vol. 56, no. 58. <https://doi.org/10.1007/s10714-024-03246-4>
- [4] Visser M. Acoustic black holes: Horizons, ergospheres and Hawking radiation. *Classical and Quantum Gravity*, 1998, vol. 15, iss. 6, pp. 1767–1791. arXiv:gr-qc/9712010. Bibcode:1998CQGra.15.1767V. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/15/6/024>
- [5] Steinhauer J. Observation of quantum Hawking radiation and its entanglement in an analogue black hole. *Nature Physics*, 2016, vol. 12 (10), pp. 959–965. arXiv:1510.00621. Bibcode:2016NatPh.12.959S. <https://doi.org/10.1038/nphys3863>.
- [6] Abe F. Gravitational Microlensing by the Ellis Wormhole. *Astrophys. J.*, 2010, vol. 725, pp. 787–793. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/725/1/787>
- [7] Unruh W.G. Experimental Black-Hole Evaporation. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, vol. 46, pp. 1351–1353.

УДК 530.12

Комбинаторное пространство-время из петлевой квантовой гравитации

Алтайский Михаил Викторович

altaisky@cosmos.ru

SPIN-код: 5039-9980

ИКИ РАН, Москва, Россия

Аннотация. Петлевая квантовая гравитация (LQG) является одним из перспективных кандидатов на роль квантовой теории пространства-времени. Однако, в самой этой модели имеется существенный концептуальный дефект: эта модель, вытекающая из действия Гильберта-Эйнштейна, описывает пространство-время без материи; последнее не может существовать в принципе, поскольку пространство-время суть система отношений между полями материи. В данной работе, следуя идее Пенроуза Р. о комбинаторном пространстве-времени, мы переформулируем модель петлевой квантовой гравитации исключительно в терминах полей материи.

Ключевые слова: пространство-время, петлевая квантовая гравитация, квантование

Введение. Построение квантовой теории гравитации является одной из основных проблем фундаментальной физики уже столетие. Несмотря на значительные математические успехи в применении современных методов квантовой теории поля к функционалу действия Гильберта-Эйнштейна, до сих пор не построена теория выражающая, на квантовом уровне, свойства пространства-времени через характеристики полей материи. Последнее достаточно легко осуществляется в классическом случае — за счет правой части уравнений Эйнштейна — но до сих пор не сделано в квантовом случае.

В данной работе предложен вывод геометрии пространства-времени на планковских масштабах путем использования спиновых сетей, предложенных Роджером Пенроузом в 1971 году. До сих пор метод спиновых сетей применялся лишь к действию Гильберта-Эйнштейна, записанному в аштекар-овских переменных.

Методы и материалы; результаты. Основными методами, использованными в данной работе, являются метод спиновых сетей, методы дифференциальной геометрии и теория представлений групп.

Путем отождествления полей материи с элементарными фермионными петлями, построена модель пространства-времени, в которой геометрия пространства-времени определяется набором квантовых состояний всех полей материи во Вселенной, а связность — геометрическая характеристика пространства-времени — представляет собой $SL(2, \mathbb{C})$ преобразование полей материи друг относительно друга во внутреннем пространстве состояний.

Закключение. В данной работе удалось применить метод спиновых сетей непосредственно к системе полей материи.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Arnowitt R., Deser S., Misner C.W. Dynamical structure and definition of energy in general relativity. *Physical Review*, 1959, vol. 116, pp. 1322–1330. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.116.1322>
- [2] Vaid D., Bilson-Thompson S. *LQG for the bewildered: The self-dual approach revisited*. Switzerland, Springer, 2017, 138 p.
- [3] Rovelli C. Ashtekar formulation of general relativity and loop-space nonperturbative quantum gravity: a report. *Classical and Quantum Gravity*, 1991, vol. 8, pp. 1613–1675. <https://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/8/9/002>
- [4] Ashtekar A. New variables for classical and quantum gravity. *Physical Review Letters*, 1986, vol. 57, pp. 2244–2247. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.57.2244>
- [5] Ashtekar A. New Hamiltonian formulation of general relativity. *Physical Review D*, 1987, vol. 36, pp. 1587–1602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.36.1587>
- [6] Barbieri A. Quantum tetrahedra and simplicial spin networks. *Nuclear Physics B*, 1998, vol. 518, pp. 714–728. [https://doi.org/10.1016/S0550-3213\(98\)00093-5](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00093-5)
- [7] Rovelli C. and Smolin L. Spin networks and quantum gravity. *Physical Review D*, 1995, vol. 52, pp. 5743–5759. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.52.5743>
- [8] Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. *Gravitation*. New Jersey, Princeton University Press, 2018, 1336 p.
- [9] Regge T. General relativity without coordinates. *Il Nuovo Cimento*, 1961, vol. 19, pp. 558–571. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02733251>
- [10] Rühl W. *Lectures on the Lorentz group and harmonic analysis*. Geneva, CERN, 1967. <https://cds.cern.ch/record/223924/files/acad-27.pdf>

Combinatorial Spacetime from Loop Quantum Gravity

Altaisky Mikhail Victorovich

altaisky@cosmos.ru

SPIN-code: 5039-9980

Space Research Institute RAS, Moscow, Russia

Abstract. Loop quantum gravity (LQG) is one of the promising candidates for the role of a quantum theory of spacetime. However, there is a significant conceptual flaw in this model itself: this model, following from the Hilbert-Einstein action, describes spacetime without matter; the latter cannot exist in principle, since the spacetime is a system of relations between the matter fields. In this paper, following the ideas of Roger Penrose on combinatorial spacetime, we reformulate the loop quantum gravity model exclusively in terms of matter fields.

Keywords: spacetime, loop quantum gravity, quantization

Introduction. The construction of a quantum theory of gravity has been one of the main problems of fundamental physics for a century. Despite significant mathematical advances in the application of modern quantum field theory methods to the Hilbert-Einstein action functional, no theory has yet been constructed that expresses the properties of space-time at the quantum level through the characteristics of matter fields. The latter is quite easy to do in the classical case — due to the right-hand side of Einstein's equations — but has not yet been done in quantum case.

In this paper, we propose a derivation of the geometry of spacetime on Planck scales by using the spin networks proposed by Roger Penrose in 1971. So far, the spin network method has been applied only to the Hilbert-Einstein action written in the Ashtekar variables.

Methods and materials; results. The main methods used in this study are the method of spin networks, methods of differential geometry and the group representation theory.

By identifying the matter fields with elementary fermionic loops, a model of spacetime is constructed in which the geometry of spacetime is determined by a set of quantum states of all the matter fields in the Universe, and the connection — geometric characteristic of the space-time — turns to be $SL(2, \mathbb{C})$ transformation of matter fields relative to each other.

Conclusion. In this work, we have applied spin network method directly to the system of matter fields.

References

- [1] Arnowitt R., Deser S., Misner C.W. Dynamical structure and definition of energy in general relativity. *Physical Review*, 1959, vol. 116, pp. 1322–1330.
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.116.1322>
- [2] Vaid D., Bilson-Thompson S. *LQG for the bewildered: The self-dual approach revisited*. Switzerland, Springer, 2017, 138 p.
- [3] Rovelli C. Ashtekar formulation of general relativity and loop-space nonperturbative quantum gravity: a report. *Classical and Quantum Gravity*, 1991, vol. 8, pp. 1613–1675.
<https://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/8/9/002>
- [4] Ashtekar A. New variables for classical and quantum gravity. *Physical Review Letters*, 1986, vol. 57, pp. 2244–2247. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.57.2244>
- [5] Ashtekar A. New Hamiltonian formulation of general relativity. *Physical Review D*, 1987, vol. 36, pp. 1587–1602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.36.1587>
- [6] Barbieri A. Quantum tetrahedra and simplicial spin networks. *Nuclear Physics B*, 1998, vol. 518, pp. 714–728. [https://doi.org/10.1016/S0550-3213\(98\)00093-5](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00093-5)
- [7] Rovelli C. and Smolin L. Spin networks and quantum gravity. *Physical Review D*, 1995, vol. 52, pp. 5743–5759. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.52.5743>
- [8] Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. *Gravitation*. New Jersey, Princeton University Press, 2018, 1336 p.
- [9] Regge T. General relativity without coordinates. *Il Nuovo Cimento*, 1961, vol. 19, pp. 558–571.
<https://link.springer.com/article/10.1007/BF02733251>

УДК 521.1

Новый подход к выводу закона всемирного тяготения из законов Кеплера: полное доказательство

Антонюк Павел Николаевич

pavera@bk.ru

Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

Аннотация. Доказано, что закон тяготения следует из законов Кеплера.

Ключевые слова: Кеплер, Ньютон, тяготение, инверсия, функциональные уравнения

Введение. Для математического вывода закона тяготения Ньютона достаточно знать законы Кеплера.

Методы и материалы; результаты. Исаак Ньютон (1643–1727) установил тесную связь между законами Кеплера и открытым им законом всемирного тяготения [1]. Данная Ньютоном формулировка закона тяготения появилась как результат рассмотрения большого количества задач о движении небесных тел Солнечной системы, которые ему удалось решить. Ньютон смог доказать, что законы Кеплера следуют из закона тяготения [2].

В 2021 году автор показал, что обратное утверждение также верно: закон тяготения следует из законов Кеплера [3]. Доказательство этого утверждения оказалось неполным. Оставалось объяснить, что постоянная Кеплера зависит только от массы Солнца, что позднее и было доказано. В настоящем докладе рассматривается полное доказательство обратного утверждения.

В основе доказательства лежит инверсия тяготеющих тел (Солнце притягивает планету с той же силой, с какой планета притягивает Солнце). Важную роль в доказательстве играют функциональные уравнения, которые в начале XIX века вывел французский математик Огюстен Луи Коши (1789–1857). Смотрите его книгу «Алгебраический анализ».

Показано, что введенный Ньютоном принцип суперпозиции гравитационных сил приводит к двум условиям линейности (аддитивность и однородность), записанных через пару взаимно эквивалентных функциональных уравнений. Решением этих уравнений является однородная линейная числовая функция. Напомним, что условия линейности обычно используются для определения линейного отображения — центрального понятия линейной алгебры.

Заключение. Известно, что закон обратных квадратов следует из законов Кеплера. Инверсия тяготеющих тел позволяет обобщить закон обратных квадратов: вывести закон тяготения.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Ньютон И. *Математические начала натуральной философии*. Москва, Изд-во ЛКИ, 2008, 704 с.
- [2] Аносов Д.В. *От Ньютона к Кеплеру*. Москва, МЦНМО, 2006, 272 с.
- [3] Antonyuk P.N. A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2081, art. no. 012012.

A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws: a complete proof*Antonyuk Pavel Nikolayevich**pavera@bk.ru*

Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia

Abstract. It has been proven that the law of gravity follows from Kepler's laws.

Keywords: Kepler, Newton, gravity, inversion, functional equations

Introduction. To mathematically derive Newton's law of gravitation, it is enough to know Kepler's laws.

Methods and materials; results. Isaac Newton (1643–1727) established a close connection between Kepler's laws and the law of universal gravitation he discovered [1]. Newton's formulation of the law of gravitation was the result of considering a large number of problems about the motion of celestial bodies in the Solar system, which he managed to solve. Newton was able to prove that Kepler's laws follow from the law of gravitation [2].

In 2021, the author showed that the converse is also true: the law of gravity follows from Kepler's laws [3]. The proof of this statement was incomplete. It remained to explain that the Kepler constant depends only on the mass of the Sun, which was later proven. This report examines the complete proof of the converse statement.

The proof is based on the inversion of gravitating bodies (the Sun attracts the planet with the same force with which the planet attracts the Sun). An important role in the proof is played by functional equations, which were derived in the early 19th century by the French mathematician Augustin Louis Cauchy (1789–1857). See his book «Analyse algébrique».

It is shown that the principle of superposition of gravitational forces introduced by Newton leads to two linearity conditions (additivity and homogeneity), written through a pair of mutually equivalent functional equations. The solution to these equations is a homogeneous linear numerical function. Recall that the linearity conditions are usually used to define a linear mapping, the central concept of linear algebra.

Conclusion. It is known that the inverse square law follows from Kepler's laws. The inversion of gravitating bodies allows us to generalize the inverse square law: to derive the law of gravity.

References

- [1] Newton I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Moscow, LKI Publishing House, 2008, 704 p.
- [2] Anosov D.V. *From Newton to Kepler*. Moscow, MCNO, 2006, 272 p.
- [3] Antonyuk P.N. A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2081, art. no. 012012.

УДК 531.9+514.82

Сферически симметричное решение калибровочной теории гравитации с темной энергией

Бабурова Ольга Валерьевна^{1(*)}

ovbaburova@madi.ru

SPIN-код: 6163-1303

Фролов Борис Николаевич²

bn.frolov@mpgu.su

SPIN-код: 4110-2994

¹ ФГБОУ ВО МАДИ, Москва, Россия² ФГБОУ ВО «МПГУ», Москва, Россия

Аннотация. Получено сферически симметричное решение в пуанкаре калибровочной теории гравитации при наличии темной энергии с крайне минимальным самодействием. Найденное решение конформно известной метрике Илмаза — Розена, которая близка к метрике Шварцшильда, но не имеет сингулярности на гравитационном радиусе, что приводит к отсутствию черных дыр и замене их на квази-черные дыры.

Ключевые слова: пуанкаре калибровочная теория гравитации, решение Илмаза — Розена

Введение. Известно, что теории основных фундаментальных физических полей удовлетворяют калибровочному принципу. Теорией гравитационного поля, удовлетворяющей этому принципу и обобщающей общую теорию относительности (ОТО), является пуанкаре калибровочная теория гравитации (ПКТ) [1, 2]. Данная работа основана на использовании ПКТ, а также на развитии идей Э.Б. Глинер [3], который в 1965 году предложил рассматривать в уравнениях А. Эйнштейна космологическую постоянную Λ как космическую среду, позже названную темной энергией.

Методы и материалы; результаты. ПКТ обобщает ОТО на наличие кручения пространства-времени, то есть пространство-время обладает не только 2-формой кривизны $\mathcal{R}^a_b$, но и 2-формой кручения $\mathcal{T}^a$. При этом в качестве вариационного принципа используется обобщенный формализм Палатини, означающий независимое варьирование по линейной связности и тетрадам. Теория строится в формализме внешних форм, при этом 4-форма лагранжевой плотности выбирается в виде:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_m, \\ \mathcal{L}_0 &= 2f_0\beta^2 \left[(1/2) \mathcal{R}^a_b \wedge \eta_a^b + \beta^2 \Lambda_0 \eta + l\beta^{-2} d\beta \wedge *d\beta \right].\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь $*$ — оператор дуального сопряжения Ходжа, η — 4-форма объема, η_a^b — вспомогательная 2-форма. Слагаемое $\mathcal{L}_m$ — это плотность лагранжи-

ана внешних полей. Здесь мы полагаем отсутствие внешних полей $\mathcal{L}_m = 0$. Второе и последнее слагаемые в (1) описывают обобщенную, зависящую от координаты r (благодаря полю β) «космологическую постоянную» $\beta^2 \Lambda_0$ в соответствии с идеей Глинера Э.Б.

В ПКТ при наличии скалярного поля β плотность лагранжиана будет варьироваться относительно независимых переменных: базисной 1-формы θ^a , 1-формы связности Γ^a_b и скалярного поля β , в результате чего получается три независимых уравнения.

В качестве метрики пространства-времени рассмотрим статическую сферически симметричную метрику с двумя неизвестными функциями $\lambda(r)$ и $\mu(r)$. Также имеем третью неизвестную функцию $\beta(r)$. Решение, наиболее близкое к решению Шварцшильда, получается, если пренебречь в уравнениях крайне малым значением космологической постоянной в современную эпоху. Решая указанные выше три уравнения поля, получаем метрику, конформную известной метрике Илмаза — Розена:

$$ds^2 = e^{-\frac{1}{\sqrt{l}} \frac{r_g}{r}} ds_{YR}^2, \quad (2)$$

$$ds_{YR}^2 = e^{-\frac{r_g}{r}} dt^2 - e^{\frac{r_g}{r}} (dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)). \quad (3)$$

Заключение. Если величину r_g выбрать равной гравитационному радиусу центрального тела, то метрика Илмаза — Розена будет совпадать с метрикой Шварцшильда в пост ньютоновском приближении. Также в (3) отсутствует сингулярность на гравитационном радиусе, что приводит к отсутствию черных дыр (в стандартном смысле), а реализует возникновение квази-черных дыр. Дополнительная экспонента в (2) дает небольшое отличие от ОТО в описании движения тел в Солнечной системе (см. «пролетная аномалия» [4]).

Список источников

- [1] Kibble T.W.B. Lorentz invariance and the gravitational field. *Journal of Mathematical Physics*, 1961, vol. 2, pp. 212–221. <https://doi.org/10.1063/1.1703702>
- [2] Фролов Б.Н. Принцип локальной инвариантности и теорема Нетер. *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*, 1963, № 6, с. 48–58.
- [3] Глинер Э.Б. Алгебраические свойства тензора энергии-импульса и вакуумно-подобное состояние материи. *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*, 1965, т. 49, с. 542–548.
- [4] Iorio L. Gravitational Anomalies in the Solar System. *International Journal of Modern Physics D*, 2015, vol 24 (6), art. no. 1530015. <https://doi.org/10.1142/S0218271815300153>

Spherically Symmetric Solution of the Gauge Theory of Gravity with Dark Energy

Babourova Ol'ga Valerievna ^{1(*)}

ovbaburova@madi.ru

SPIN-code: 6163-1303

Frolov Boris Nikolaevich ²

bn.frolov@mpgu.su

SPIN-code: 4110-2994

¹ MADI, Moscow, Russia

² MPGU, Moscow, Russia

Abstract. A spherically symmetric solution in the Poincaré gauge theory of gravity in the presence of dark energy with an extremely minimal self-action is obtained. The solution found is conformal to the well-known Yilmaz — Rosen metric, which is close to the Schwarzschild metric, but has no singularity at the gravitational radius, which leads to the absence of black holes and their replacement with quasi-black holes.

Keywords: Poincare gauge theory of gravity, Yilmaz — Rosen solution

Introduction. It is known that theories of the main fundamental physical fields satisfy the gauge principle. The theory of the gravitational field that satisfies this principle and generalizes the General Relativity (GR) is the Poincaré gauge theory of gravity (PGT) [1, 2]. This work is based on the use of PGT, as well as on the development of the ideas of E.B. Gliner [3], who in 1965 proposed to consider the cosmological constant in A. Einstein's equations as a cosmic medium, later called dark energy.

Methods and materials; results. The PGT generalizes General Relativity to the presence of space-time torsion, i. e. space-time has not only a curvature 2-form $\mathcal{R}^a_b$, but also a torsion 2-form $\mathcal{T}^a$. In this case, the generalized Palatini formalism is used as a variational principle, meaning independent variation by linear connectivity and tetrads. The theory is constructed in the formalism of external forms, and the Lagrangian density 4-form is chosen as,

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_m, \\ \mathcal{L}_0 &= 2f_0\beta^2 \left[(1/2) \mathcal{R}^a_b \wedge \eta_a^b + \beta^2 \Lambda_0 \eta + l\beta^{-2} d\beta \wedge *d\beta \right].\end{aligned}\tag{1}$$

Here $*$ is the Hodge dual conjugation operator, η is the volume 4-form, and η_a^b is the auxiliary 2-form. The term $\mathcal{L}_m$ is the Lagrangian density of external fields. Here we assume the absence of external fields $\mathcal{L}_m = 0$. The second and last terms in (1) describe the generalized, r — coordinate-dependent (due to the field β) “cosmological constant” $\beta^2 \Lambda_0$ in accordance with Gliner E.B.

In the PGT, in the presence of a scalar field β , the Lagrangian density is varied with respect to independent variables: the basis 1-form θ^a , the connection 1-form Γ^a_b , and the scalar field β , resulting in three independent equations.

As a space-time metric, we consider a static spherically symmetric metric with two unknown functions $\lambda(r)$ and $\mu(r)$. We also have a third unknown function $\beta(r)$. The solution closest to the Schwarzschild solution is obtained if we neglect in the equations the extremely small value of the cosmological constant in the modern era. Solving the three field equations indicated above, we obtain a metric conformal to the well-known Yilmaz — Rosen metric,

$$ds^2 = e^{-\frac{1}{\sqrt{l}} \frac{r_g}{r}} ds_{YR}^2, \quad (2)$$

$$ds_{YR}^2 = e^{-\frac{r_g}{r}} dt^2 - e^{\frac{r_g}{r}} (dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)). \quad (3)$$

Conclusion. If the value r_g is chosen equal to the gravitational radius of the central body, then the Yilmaz — Rosen metric will coincide with the Schwarzschild metric in the post-Newtonian approximation. Also in (3) there is no singularity at the gravitational radius, which leads to the absence of black holes (in the standard sense), but implements the emergence of quasi-black holes. The additional exponent in (2) gives a slight difference from the GR in the description of the motion of bodies in the Solar system (see “flight anomaly” [4]).

References

- [1] Kibble T.W.B. Lorentz invariance and the gravitational field. *Journal of Mathematical Physics*, 1961, vol. 2, pp. 212–221. <https://doi.org/10.1063/1.1703702>
- [2] Frolov B.N. The principle of local invariance and Noether's theorem. *Bulletin of Moscow University. Series 3. Physics. Astronomy*, 1963, no. 6, pp. 48–58. (In Russ.).
- [3] Gliner E.B. Algebraic Properties of the Energy-momentum Tensor and Vacuum-like States of Matter. *Soviet Physics JETP*, 1966, vol. 22, no. 2, pp. 378–382. (In Russ.).
- [4] Iorio L. Gravitational Anomalies in the Solar System. *International Journal of Modern Physics D*, 2015, vol. 24 (6), art. no. 1530015. <https://doi.org/10.1142/S0218271815300153>

УДК 524.834

Неминимальное расширение аксионной теории Эйнштейна — Дирака: спиноризация ранней Вселенной, индуцированная кривизной

Балакин Александр Борисович

Alexander.Balakin@kpfu.ru

Ефремова Анна Олеговна^()*

anna.efremova131@yandex.ru

Кафедра общей теории относительности и гравитации, Институт физики,
Казанский федеральный университет, Казань, Россия

Аннотация. Установлена новая неминимальная версия теории Эйнштейна — Дирака-аксиона. Эта версия неминимальной теории, описывающая взаимодействие гравитационного, спинорного и аксионного полей, имеет второй порядок по производным в контексте эффективной теории поля и первый порядок по плотности числа спинорных частиц. Модельный лагранжиан содержит четыре параметра неминимальной связи и включает, в дополнение к тензору Римана, Риччи и скаляру Риччи, леводуальный и праводуальный тензоры кривизны. Псевдоскалярное поле появляется в лагранжиане в терминах тригонометрических функций, обеспечивая поддержку дискретной симметрии, связанной с аксионами. Выведена связанная система расширенных основных уравнений для гравитационного, спинорного и аксионного полей; обсуждается структура новых неминимальных источников, появляющихся в этих основных уравнениях. Рассматривается применение установленной теории к изотропной однородной космологической модели; Представлены новые точные решения для нескольких модельных наборов направляющих неминимальных параметров. Представлено специальное решение, описывающее экспоненциальный рост плотности числа спиноров; это решение показывает, что спинорные частицы (массивные фермионы и безмассовые нейтрино) могут рождаться в ранней Вселенной из-за неминимального взаимодействия с кривизной пространства-времени.

Ключевые слова: альтернативные теории гравитации, теория Эйнштейна-Дирака, аксион, спинор

Введение. Имея в виду упомянутые детали истории неминимальной теории поля, мы установили здесь новую полную неминимальную версию теории Эйнштейна — Дирака-аксиона, которая линейна по кривизне, имеет второй порядок по производным, линейна по плотности числа спинорных частиц и нелинейна по аксионному полю. Статья организована следующим образом. Сначала мы строим лагранжиан неминимальной теории Эйнштейна — Дирака-аксиона и выводим расширенные основные уравнения для спинорных, псевдоскалярных и гравитационных полей. Затем мы применяем установленную расширенную теорию к однородной изотропной космологической модели, описываем эволюцию инвариантов спинорного поля, анализируем поведение функции Хаббла и масштабного фактора. Чтобы быть более точным, в разделе III мы редуцируем основные уравнения спинорных, аксионных и гравитационных полей, принимая во внимание симметрию пространственно-

временной платформы Фридмана — Леметра — Робертсона — Уокера (FLRW). Затем мы имеем дело с точно интегрируемой моделью, в которой аксионное поле заморожено в одном из минимумов потенциала аксионного поля и, таким образом, находится в равновесном состоянии; в разделе V аксионное поле зафиксировано в нестабильном состоянии, связанном с одним из максимумов потенциала аксиона. В конце мы обсуждаем физические следствия неминимальных гравитон-спинор-аксионных взаимодействий.

Методы и материалы; результаты. Неминимальные члены в лагранжиане этой теории формулируются как тензорные произведения тензора Римана R_{mnpq} , его леводуального, $*R_{mnpq}$, и праводуального, R^*_{mnpq} , тензоров, а также тензора Риччи R_{mn} и скаляра Риччи R с одной стороны, и спинорно-аксионных тензоров и псевдотензоров с другой стороны. Все производные в неминимальных членах произошли от тензора кривизны и его свертки; спинорно-аксионные тензоры и псевдотензоры не содержат производных. В этом смысле набор неминимальных членов является полным: нет новых независимых геометрических объектов вплоть до второго порядка по производным в контексте эффективной теории поля. Для построения полного лагранжиана представленной теории мы использовали так называемые спинорно-аксионные тензоры и псевдотензоры. Эту идею можно пояснить следующим образом. Если в качестве множителя использовать нечетную функцию $\sin \varphi$, то получим спинорно-аксионный псевдотензор. Почему мы ограничиваемся рамками линейной теории относительно плотности числа спинорных частиц $N = \psi\bar{\psi}$? Если рассматривать, например, теорию второго порядка, то лагранжиан следует включить множество членов, имеющих вид $R_{mnpq}(\bar{\psi}\gamma^m\gamma^n\psi)(\bar{\psi}\gamma^p\gamma^q\psi)$, $R_{mnpq}(\bar{\psi}\gamma^m\psi)(\bar{\psi}\gamma^n\gamma^p\gamma^q\psi)$, $R_{mn}(\bar{\psi}\gamma^m\psi)(\bar{\psi}\gamma^n\psi)$, ... и т. д. Очевидно, что такая модель станет неэффективной из-за большого числа феноменологических параметров. Напомним, что построенная теория содержит всего четыре неминимальных параметра: β_1 , β_2 , β^* и ν^* . Мы хотели бы обратить внимание на то, что расширенные уравнения спинорного поля имеют структуру канонического уравнения Дирака, но вместо затравочной массы m , умноженной на единичную матрицу E , мы получаем эффективную массовую матрицу M , которая зависит от тензора кривизны и от аксионного поля. Аналогично, расширенное уравнение для аксионного поля содержит вместо затравочной массы m_A эффективную массу аксиона M_A , которая зависит от скаляров R и N . Эти эффективные массы, связанные с кривизной пространства-времени, предопределяют поведение спинорных частиц (массивных фермионов и безмассовых нейтрино) и динамику аксионов в ранней Вселенной.

Применение сформулированной неминимальной теории к изотропной однородной космологической модели выявило интересную деталь. Если ввести один спинорный скаляр $S = \psi\bar{\psi}$ и два спинорных псевдоскаляра $P = i\bar{\psi}\gamma^5\psi$, $\Omega = \bar{\psi}\gamma^5\psi$, то эволюционные уравнения для этих величин образуют замкнутую систему дифференциальных уравнений первого порядка.

Более того, эта система допускает явный первый интеграл, и, таким образом, только две величины, $S(t)$ и $P(t)$, характеризуют эволюцию гравитационного поля и входят в источник-член J , который предопределяет эволюцию аксионного поля. Мы подробно проанализировали две точно интегрируемые подмодели эволюции неминимально связанной спинорно-аксионной системы в гравитационном поле типа FLRW. В первой подмодели псевдоскалярное поле предполагалось замороженным в одном из минимумов потенциала аксионного поля, $\varphi = 2\pi k$, т. е. аксионы считались находящимися в равновесном состоянии. Анализ точных решений, описывающих функцию Хаббла $H(t)$, масштабный фактор $a(t)$ и параметр ускорения $-q(t)$, показывает, что в зависимости от значений неминимальных направляющих параметров $\beta_1, \beta_2, \beta^*, v^*$ Вселенная может быть охарактеризована сценариями Большого Разрыва, Большого Взрыва и Псевдоразрыва.

Заключение. Мы обсуждаем новую версию неминимальной теории Эйнштейна-Дирака-аксиона второго порядка по производным и первого порядка по плотности числа спинорных частиц N .

Каковы интересные детали этой теории? Неминимальные члены в лагранжиане этой теории формулируются как тензорные произведения тензора Римана R_{mnpq} , его леводуального, R_{mnpq}^* , и праводуального, тензоров, а также тензора Риччи и скаляра Риччи R с одной стороны, и спинорно-аксионных тензоров и псевдотензоров с другой стороны. Все производные в неминимальных членах произошли от тензора кривизны и его сверток; спинорно-аксионные тензоры и псевдотензоры не содержат производных. В этом смысле набор неминимальных членов, перечисленных в работе, является полным: в контексте эффективной теории поля нет новых независимых геометрических объектов вплоть до второго порядка по производным.

Мы хотели бы обратить внимание на то, что расширенные уравнения спинорного поля имеют структуру канонического уравнения Дирака, но вместо затравочной массы m , умноженной на единичную матрицу E , мы получаем эффективную массовую матрицу M , зависящую от тензора кривизны и от аксионного поля. Аналогично, расширенное уравнение для аксионного поля содержит эффективную массу аксиона MA , зависящую от скаляров R и N , вместо затравочной массы mA . Эти эффективные массы, связанные с кривизной пространства-времени, предопределяют поведение спинорных частиц (массивных фермионов и безмассовых нейтрино) и динамику аксионов в ранней Вселенной.

Список источников

- [1] Nojiri S., Odintsov S.D. Unified cosmic history in modified gravity: from $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Phys. Rept.*, 2009, vol. 505, art. no. 59.
- [2] Weinberg S. Effective Field Theory for Inflation. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, art. no. 123541.
- [3] Drummond I.T., Hathrell S.J. QED vacuum polarization in a background gravitational field and its effect on the velocity of photons. *Phys. Rev. D*, 1980, vol. 22, art. no. 343.

- [4] Peccei R.D., Quinn H.R. CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.*, 1977, vol. 38, art. no. 1440.
- [5] Balakin A.B., Ni W.-T. Non-minimal coupling of photons and axions. *Class. Quant. Grav.*, 2010, vol. 27, art. no. 055003.
- [6] Bamba K., Odintsov S.D. Inflation and late-time cosmic acceleration in non-minimal Maxwell-F(R) gravity and the generation of large-scale magnetic fields. *JCAP*, 2008, vol. 0804, art. no. 024.
- [7] Bronnikov K.A., Grinyok S. Instability of wormholes with a non-minimally coupled scalar field. *Grav.Cosmol.*, 2001, vol. 7, pp. 297–300.
- [8] Balakin A.B., Lemos J.P.S. Non-minimal coupling for the gravitational and electromagnetic fields: A general system of equations. *Class. Quant. Grav.*, 2005, vol. 22, art. no. 1867.
- [9] Balakin A.B., Efremova A.O. Interaction of the axionic dark matter, dynamic aether, spinor and gravity fields as an origin of oscillations of the fermion effective mass. *EPJC*, 2021, vol. 81, art. no. 674.
- [10] Saha B. Nonlinear spinor field in cosmology. *Phys. Rev. D*, 2004, vol. 69, art. no. 124006.

Non-minimal Einstein-Dirac-Axion Theory: Spinorization of the early Universe induced by Curvature

Balakin Alexander Borisovich

Alexander.Balakin@kpfu.ru

Efremova Anna Olegovna^(*)

anna.efremova131@yandex.ru

Department of General Relativity and Gravitation, Institute of Physics,
Kazan Federal University, Kazan, Russia

Abstract. The influence of growth of global energy consumption on changes in ecological balance in nature is considered. The risks of further growth of use of non-renewable energy sources are presented. The directions of development of alternative energy sources are shown. The potential possibilities of application of nanotechnologies and innovative nanomaterials in production and transmission of energy aimed at saving natural resources and reducing toxic emissions into the environment are listed. Taking into account the specific properties of nanosystems, a conclusion is made about the need for systematic research to assess the potential risks of application of nanomaterials aimed at ensuring a safe future of mankind.

Keywords: Alternative theories of gravity, Einstein-Dirac theory, axion, spinor

Introduction. Keeping in mind the mentioned details of the history of the non-minimal field theory, we established here the new complete non-minimal version of the Einstein-Dirac-axion theory, which is linear in curvature, is of the second order in derivatives, is linear in the number density of spinor particles and non-linear in the axion field. The paper is organized as follows. At first we construct the Lagrangian of the non-minimal Einstein-Dirac-axion theory, and derive the extended master equations for the spinor, pseudoscalar and gravitational fields. Next we apply the established extended theory to the homogeneous isotropic cosmological model, describe the evolution of the spinor field invariants, analyze the behavior of the Hubble function and of the scale factor. To be more precise, in Section III we

reduce the master equations of the spinor, axion and gravity fields, taking into account the symmetry of the Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) space-time platform. Then we deal with the exactly integrable model, in which the axion field is frozen into one of the minima of the axion field potential, and thus is in the equilibrium state; in Section V the axion field is fixed in the instable state related to one of the maxima of the axion potential. In the end we discuss physical consequences of the non-minimal graviton-spinor-axion interactions.

Methods and materials; results. The non-minimal terms in the Lagrangian of this theory are formulated as tensorial products of the Riemann tensor R_{mnpq} , of its left-dual, $*R_{mnpq}$, and right-dual, R^*_{mnpq} , tensors, as well as, of the Ricci tensor R_{mn} and Ricci scalar R on the one hand, and of the spinor-axionic tensors and pseudotensors, on the other hand. All the derivatives in the non-minimal terms originated from the curvature tensor and its convolutions; the spinor-axion tensors and pseudotensors do not contain derivatives. In this sense, the set of the non-minimal terms is complete: there are no new independent geometrical objects up to the second order in derivatives in the context of the Effective Field Theory.

In order to construct the complete Lagrangian of the presented theory, we used the so-called spinor-axion tensors and pseudotensors. One can explain this idea as follows. If we use the odd function $\sin \varphi$ as the multiplier, we obtain the spinor-axion pseudotensor. Why do we restrict ourselves by the frameworks of the linear theory with respect to the spinor particle number density $N = \psi\psi^-$? If we consider, e.g., the theory of the second order, we should include into the Lagrangian a lot of terms, which have the form $R_{mnpq}(\psi\gamma^- m\gamma n\psi)(\psi\gamma^- p\gamma q\psi)$, $R_{mnpq}(\psi\gamma^- m\psi)(\psi\gamma^- n\gamma p\gamma q\psi)$, $R_{mn}(\psi\gamma^- m\psi)(\psi\gamma^- n\psi)$, ..., etc. Clearly, such a model would become non-effective because of the large number of phenomenological parameters. Let us recall that the constructed theory contains only four non-minimal parameters: β_1 , β_2 , β^* and v^* .

We would like to attract attention to the fact that the extended equations of the spinor field have the structure of the canonic Dirac's equation, but instead of the seed mass m multiplied by the unit matrix E we obtain an effective mass matrix M , which depends on the curvature tensor and on the axion field. Similarly, the extended equation for the axion field contains the effective axion mass M_A , which depends on the scalars R and N , instead of the seed mass m_A . These effective masses, associated with the space-time curvature, predetermine the behavior of the spinor particles (massive fermion and massless neutrinos) and the dynamics of the axions in the early Universe.

Application of the formulated non-minimal theory to the isotropic homogeneous cosmological model revealed an interesting detail. If we introduce one spinor scalar $S = \psi\psi^-$ and two spinor pseudoscalars $P = i\psi\gamma^- 5\psi$, $\Omega = \psi\gamma^- 0\gamma\psi$, the evolutionary equations for these quantities form the closed system of differential equations of the first order. Moreover, this system admits the explicit first integral, and thus, only two quantities, $S(t)$ and $P(t)$, characterize the evolution of the gravitational field, and enter the source-term J , which predetermines the evolution of the

axion field. We analyzed in detail two exactly integrable sub-models of evolution of the non-minimally coupled spinor-axion system in the gravity field of the FLRW type. In the first sub-model, the pseudoscalar field was assumed to be frozen into one of the minima of the potential of the axion field, $\varphi = 2\pi k$, i.e., the axions are considered to be in the equilibrium state. Analysis of the exact solutions describing the Hubble function $H(t)$, scale factor $a(t)$ and acceleration parameter $-q(t)$ shows, that depending on the values of the non-minimal guiding parameters β_1 , β_2 , β^* , v^* the Universe can be characterized by the Big Rip, Big Cranch and Pseudo-Rip scenarios.

Conclusion. We discuss the new version of the non-minimal Einstein-Dirac-axion theory of the second order in derivatives and of the first order in the spinor particle number density $N = \psi\bar{\psi}$. What are the interesting details of this theory? The non-minimal terms in the Lagrangian of this theory are formulated as tensorial products of the Riemann tensor R_{mnpq} , of its left-dual, R_{mnpq}^* , and right-dual, tensors, as well as, of the Ricci tensor and Ricci scalar R on the one hand, and of the spinor-axionic tensors and pseudotensors, on the other hand. All the derivatives in the non-minimal terms originated from the curvature tensor and its convolutions; the spinor-axion tensors and pseudotensors do not contain derivatives. In this sense, the set of the non-minimal terms listed in research is complete: there are no new independent geometrical objects up to the second order in derivatives in the context of the Effective Field Theory.

We would like to attract attention to the fact that the extended equations of the spinor field have the structure of the canonic Dirac's equation, but instead of the seed mass m multiplied by the unit matrix E we obtain an effective mass matrix M , which depends on the curvature tensor and on the axion field. Similarly, the extended equation for the axion field contains the effective axion mass MA , which depends on the scalars R and N , instead of the seed mass mA . These effective masses, associated with the space-time curvature, predetermine the behavior of the spinor particles (massive fermion and massless neutrinos) and the dynamics of the axions in the early Universe.

References

- [1] Nojiri S., Odintsov S.D. Unified cosmic history in modified gravity: from $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Phys. Rept.*, 2009, vol. 505, art. no. 59.
- [2] Weinberg S. Effective Field Theory for Inflation. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, art. no. 123541.
- [3] Drummond I.T., Hathrell S.J. QED vacuum polarization in a background gravitational field and its effect on the velocity of photons. *Phys. Rev. D*, 1980, vol. 22, art. no. 343.
- [4] Peccei R.D., Quinn H.R. CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.*, 1977, vol. 38, art. no. 1440.
- [5] Balakin A.B., Ni W-T. Non-minimal coupling of photons and axions. *Class. Quant. Grav.*, 2010, vol. 27, art. no. 055003.
- [6] Bamba K., Odintsov S.D. Inflation and late-time cosmic acceleration in non-minimal Maxwell- $F(R)$ gravity and the generation of large-scale magnetic fields. *JCAP*, 2008, vol. 0804, art. no. 024.

-
- [7] Bronnikov K.A., Grinyok S. Instability of wormholes with a non-minimally coupled scalar field. *Grav.Cosmol.*, 2001, vol. 7, pp. 297–300.
 - [8] Balakin A.B., Lemos J.P.S. Non-minimal coupling for the gravitational and electromagnetic fields: A general system of equations. *Class. Quant. Grav.*, 2005, vol. 22, art. no. 1867.
 - [9] Balakin A.B., Efremova A.O. Interaction of the axionic dark matter, dynamic aether, spinor and gravity fields as an origin of oscillations of the fermion effective mass. *EPJC*, 2021, vol. 81, art. no. 674.
 - [10] Saha B. Nonlinear spinor field in cosmology. *Phys. Rev. D*, 2004, vol. 69, art. no. 124006.

УДК 530.122:524.8

Открытая модель Вселенной как задача об осцилляторе в однородном силовом поле

Баранов Александр Михайлович^{1(*)}

alex_m_bar@mail.ru

SPIN-код: 6044-2817

Савельев Евгений Викторович²

profill07@mail.ru

¹ КГПУ им. В.П. Астафьева, Красноярск, Россия² ООО "PROFILL — 2S", Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена возможность нахождения точных космологических решений уравнений Эйнштейна без космологической постоянной для открытой модели Вселенной путем сведения проблемы к эквивалентной задаче об осцилляторе в однородном силовом поле («механический подход»). Взятая космологическая модель заполнена материей в приближении идеальной жидкости с не равным нулю давлением и на галилеевой асимптотике переходит в открытую космологическую модель Фридмана. Обнаружено влияние «силового поля» на поведение модели.

Ключевые слова: космологические модели, обобщение открытой модели Фридмана

Введение. Ранее был предложен метод конструирования открытых космологических моделей в рамках ОТО путем сведения проблемы к задаче движения частицы силовом поле [1, 2]. Использование механической интерпретации для уравнений тяготения (с тензором энергии-импульса в приближении идеальной жидкости) приводит к возможности рассмотрения различных силовых полей, например потенциальных, с последующей физической интерпретацией получаемых точных космологических решений. В частности, при отсутствии «силы» (движении по инерции) имеем модель Фридмана для открытой Вселенной. Вводя аналог упругой силы Гука и связанного с этим гармонического осциллятора, полученная открытая космологическая модель является обобщением открытой модели Фридмана на случай присутствия и равновесного излучения. Дальнейшее обобщение связано с помещением осциллятора в однородное силовое поле.

Методы и материалы; результаты. Метрика четырехмерного пространства-времени берется в форме Фока [3] как метрика, конформная метрике Минковского ($g_{\mu\nu} = \exp(2\sigma(S)) \cdot \eta_{\mu\nu}$, $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$) с зависимостью от одной переменной S , квадрат которой есть произведение опережающего и запаздывающего времен, $S^2 = t^2 - r^2$; а скорость света и ньютоновская гравитационная постоянная равны единице. При использовании метода $(3+1)$ -расщепления и введении безразмерной переменной $z = B/S$ (параметр B ответственен за наличие излучения) одно из уравнений

Эйнштейна может быть представлено в виде второго закона Ньютона, что позволяет говорить о «механическом подходе» к вопросу о получении космологических моделей (см. [1, 2]). Далее вводится суперпозиция «силы Гука» и «постоянной растягивающей силы». После решения уравнения колебаний с постоянной вынуждающей силой и определения постоянных интегрирования из требования прохождения решения через решение Фридмана на асимптотике для открытой Вселенной можно сконструировать функцию состояния $\beta = p/\varepsilon$, которая в каждый момент времени есть уравнение состояния (p — давление, ε — плотность энергии),

$$\beta = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \frac{z \operatorname{ctg}(z + \alpha) \left(1 + f_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(z + \alpha)}\right)}{z \operatorname{tg}(z + \alpha) + \left(1 + f_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(z + \alpha)}\right)}.$$

Поведение этой функции иллюстрируется на рис. 1, где каждая кривая соответствует определенным значениям параметров α (ответственного за наличие массовой материи) и f_0 (приведенная «вынуждающая сила»). Кривой 1 отвечают $\alpha = 0$, $f_0 = 0$ (массовая материя отсутствует); кривой 2 соответствуют $\alpha = 0,04$, $f_0 = 0$; а при $\alpha = 0,01$, $f_0 = 5$ реализуется кривая 3.

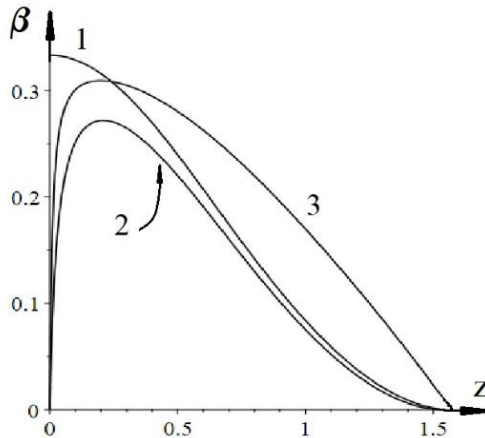


Рис. 1. График поведения функции состояния β в зависимости от значений параметров α и f_0

Заключение. Полученная с помощью «механического подхода» открытая космологическая модель имеет два управляющих параметра α и f_0 , позволяющих менять поведение модели (рис. 1). Например, для кривой 1 в точке $z = 0$ выполняется ультра релятивистское уравнение состояния ($p = \varepsilon/3$),

а «включение» параметра f_0 (кривая 3) приводит к эффекту «компенсации» присутствия массовой материи (кривая 2).

Список источников

- [1] Баранов А.М., Савельев Е.М. Точные решения для конформно-плоской вселенной. I. Эволюция модели как задача о движении частицы в силовом поле. *Пространство, время и физические взаимодействия (STFI)*, 2014, № 1, с. 37–46.
- [2] Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2020, № 3, с. 27–36.
- [3] Фок В.А. *Теория пространства, времени и тяготения*. Москва, ГИЗФМЛ, 1961, 563 с.

The open Universe model as an oscillatory task in a homogenous force field

Baranov Alexandre Mikhailovich^{1(*)}

alex_m_bar@mail.ru

SPIN-code: 6044-2817

Saveljev Evgeny Viktorovich²

profill07@mail.ru

¹ KSPU named after V.P. Astafyev, Krasnoyarsk, Russia

² ООО “PROFILL — 2S”, Moscow, Russia

Abstract. The possibility of finding the exact cosmological solutions of the Einstein equations without cosmological constant for open model of the Universe is considered within the framework of an equivalent oscillatory task in a homogeneous force field (“a mechanical approach”). The taken cosmological model is filled with the matter in approach of perfect fluid with a pressure not equal to zero. On the asymptotic infinity this model is the open cosmological model of Friedman. The influence of the “force field” on behavior of model is discovered.

Keywords: cosmological models, generalization of the open model Friedman

Introduction. Earlier the method of the construction for open cosmological models within general relativity by way of transformation of the problem to the task about of the particle movement in the force field was offered in [1, 2]. Use of mechanical interpretation for the gravitational equations (with the energy-momentum tensor for the perfect fluid) leads to the possibility of consideration of various force fields, for example as the potential field, with the subsequent physical interpretation of the found exact cosmological solutions. In particular, at absence of “force” (i. e. there is the inertial movement) we have the open Universe model of Friedman. If we will take analogs of Hooke's elastic strength and a harmonic oscillator then the found open cosmological model is generalization of the open model Friedman on a case of the presence and of the equilibrium radiation. Further generalization is connected with the oscillator which is in the homogeneous force field.

Methods and materials; results. The four-dimensional space-time metric is chosen in the Fock shape as the conformal metric to Minkowski's metric ($g_{\mu\nu} = \exp(2\sigma(S)) \cdot \eta_{\mu\nu}$; $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$) [3] with dependence on one variable S . The square of this variable is multiplication of the late and advancing times $S^2 = t^2 - r^2$, and the light speed and Newtonian gravity constant are equal to unit. When using the method (3+1)-splittings in 4D space-time and introduction of the dimensionless variable $z = B/S$ (parameter B is responsible for radiation) we can present one of Einstein's equations in the form of the second Newton's law. That allows speaking about “mechanical approach” to the problem of finding cosmological models (see [1, 2]). Further we introduce the superposition of “force of Hook” and “the constant driving force”. After the solution of the oscillator equation with constant driving force we require of passing the solution through the original Friedman solution for the open Universe on the Euclidean asymptotics. In such case we find the integration constants and can write the function of state $\beta = p/\varepsilon$ which in each instant of time is the equation of state (p is a pressure, ε is an energy density),

$$\beta = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \frac{z \operatorname{ctg}(z + \alpha) \left(1 + f_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(z + \alpha)}\right)}{z \operatorname{tg}(z + \alpha) + \left(1 + f_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(z + \alpha)}\right)}.$$

The behavior of this function is illustrated in Fig. 1 where each curve corresponds to defined values of parameters α (responsible for presence of mass matter) and f_0 (reduced “driving force”). We have the curve 1 for $\alpha = 0, f_0 = 0$ (mass matter is absent); the curve 2 with values $\alpha = 0,04$ and $f_0 = 0$ and parameters for the curve 3 are $\alpha = 0,01, f_0 = 5$.

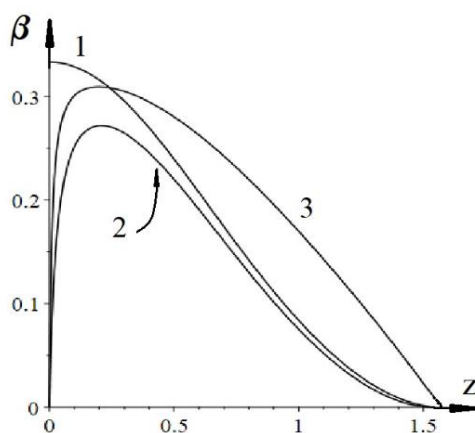


Fig. 1. The behavior graph of the function of state β in dependence on values of parameters α and f_0

Conclusion. The open cosmological model constructed by means of “mechanical approach” has two control parameters α and f_0 which allow to change behavior of model (Fig. 1). For example, for the curve 1 at the point $z = 0$ the ultra relativistic equation of state is satisfied ($p = \varepsilon/3$), and “turning on” of parameter f_0 (curve 3) leads to the effect of “compensating” of the presence of mass matter (curve 2).

References

- [1] Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformal-flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2014, no. 1, pp. 37–46 (In Russ.).
- [2] Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2020, № 3, c. 27–36.
- [3] Fock V.A. *The Theory of Space, Time and Gravitation*. New York, Pergamon, 1964.

УДК 520.607

Вселенная с магнитным полем в теории гравитации с неминимальной кинетической связью

Башир Шехабабдин Омер Али^{1,2(*)}

shehapbashir@gmail.com

SPIN-код: 6046-2480

Мухарлямов Руслан Камилевич¹

rmukhar@mail.ru

¹ ФГАОУ ВО КФУ, Казань, Россия² Хартумский университет, Хартум, Судан

Аннотация. Получены точные решения для космологической модели Бианки-I с однонаправленным магнитным полем (МП) в теории гравитации с неминимальной кинетической связью (НКС) скалярного поля с кривизной. Модель изучается применительно к периоду до и во время первичной инфляции вселенной. Получены ограничения на параметры модели, которые обеспечивают наблюдаемое тензорно-скалярное отношение r , отсутствие духов и неустойчивости Лапласа. При таких ограничениях модель обладает необходимыми свойствами: изотропизация, быстрый переход из постсингулярной эпохи к инфляции.

Ключевые слова: Бианки-I, теория Хорндески, неминимальная кинетическая связь, магнитное поле, скалярное поле

Введение. Ускоренное расширение Вселенной мотивирует применение модифицированных теорий гравитации, в частности, теорию Хорндески (ТХ). Теория гравитации с НКС есть частный случай ТХ. НКС в космологических моделях дает новый механизм первичной инфляции без настройки потенциала [1]. На ранних этапах эволюции Вселенной НКС может экранировать обычную материю. Это свойство дает модель естественной смены космологических эпох. Как известно, МП наблюдаются на различных масштабах Вселенной. Глобальное МП подразумевает анизотропное пространство-время. В анизотропных моделях с НКС допускается немонотонное поведение анизотропии [2, 3]. Придерживаясь гипотезы о рождении МП до или во время первичной инфляции, мы изучаем взаимодействие магнитного и скалярного полей в рамках НКС. Мы задаемся вопросами об изотропизации модели в ходе расширения, о следствиях включения МП в модель НКС.

Методы и материалы; результаты. Плотность действия для НКС и электромагнитного поля берется в форме

$$L = \sqrt{-g} \left(\frac{\mu R}{2} + \varepsilon X - \Lambda + \frac{\eta \varphi}{2} G_{\mu\nu} \nabla^\mu \nabla^\nu \varphi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right), \quad \mu = M_{PL}^2, \quad \varepsilon = \pm 1.$$

Модель изучается в рамках пространства-времени Бианки I. Необходимым, но недостаточным условием изотропизации является неравенство

$\varepsilon/\eta > 0$. Плотность энергии МП уменьшается от ограниченного значения. Вследствие включения МП в НКС-модель, знак параметра $l = 1 + \varepsilon\eta\Lambda/\mu$ начинает качественно влиять на свойства модели. В случае $l = 0$ процесс изотропизации отсутствует. В случае $l < 0$ тип сингулярности меняется: $a \rightarrow \text{const}$, $H \propto t^{-1/2} \rightarrow \infty$, $t \rightarrow 0$. Эволюция Вселенной начинается с ненулевого объема. Существуют две ветви решения. Одна ветвь описывает сжимающуюся вселенную. Согласно другой ветви, вселенная расширяется, но модель имеет духи и неустойчивость Лапласа. В случае $l > 0$ тип сингулярности не меняется: $a \propto t^{1/3} \rightarrow 0$, $H \propto t^{-1} \rightarrow \infty$, $t \rightarrow 0$. После короткой постсингулярной эпохи вселенная входит в квазидеситтеровскую эпоху с параметром $h_\eta = \sqrt{\varepsilon/(3\eta)} \approx 6 \cdot 10^{38} \text{ sec}^{-1}$. С начала инфляции ($h_\eta \cdot t \approx 0,387$) модель становится изотропной за несколько единиц $h_\eta \cdot t$ (продолжительность инфляции $h_\eta \cdot t \approx 60$). Ограничения $\varepsilon = 1$, $\eta > 0$, $\Lambda > 0$, $1 < \eta\Lambda/\mu < 1,049$ обеспечивают отсутствие духов, неустойчивости Лапласа и наблюдаемое тензорно-скалярное отношение $r < 0,1$.

Заключение. Таким образом, существует возможность «гармонично» включить МП в НКС-модель с параметром $l > 0$. В остальных случаях у модели есть различные недостатки. НКС подавляет Λ -член и сам генерирует первичную инфляцию. Однако, Λ -член является важным фактором устойчивости. Например, при $\Lambda = 0$, для скалярных возмущений имеем $c_s^2 = -1/3 < 0$. Λ -член представлен в параметре l . В силу требования $\varepsilon/\eta > 0$ знак Λ критичен для знака l , т. е. Λ -член регулирует степень влияния МП на НКС-модель.

Список источников

- [1] Sushkov S.V. Realistic cosmological scenario with nonminimal kinetic coupling. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, art. no. 123520. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.123520>
- [2] Galeev R., Muharlyamov R.K., Starobinsky A.A., Sushkov S.V., Volkov M.S. Anisotropic cosmological models in Horndeski gravity. *Phys. Rev. D*, 2021, vol. 103, art. no. 104015. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.104015>
- [3] Muharlyamov R.K., Pankratyeva T.N. Reconstruction in the Horndeski theory within the scope of the Bianchi I cosmology. *Modern Physics Letters A*, 2022, vol. 37, no. 17, art. no. 225018. <https://doi.org/10.1142/S0217732322501085>

The Universe with magnetic field in the theory of gravity with non-minimal kinetic coupling

Bashir Shehabaldeen Omer Ali^{1, 2(*)}

shehapbashir@gmail.com

SPIN-code: 6046-2480

Muharlyamov Ruslan Kamilevitch¹

rmukhar@mail.ru

¹ KFU, Kazan, Russia

² University of Khartoum, Khartoum, Sudan

Abstract. Exact solutions are obtained for the Bianchi-I cosmological model with a unidirectional magnetic field (MF) in the theory of gravity with non-minimum kinetic coupling (NKC) of a scalar field with curvature. The model is studied in relation to the period before and during the primary inflation of the universe. Constraints on the model parameters are obtained that ensure the observed tensor-scalar ratio, the absence of ghosts and Laplace instability. With such constraints, the model has the necessary properties: isotropization, a rapid transition from the post-singular epoch to inflation.

Keywords: Bianchi-I, Horndeski theory, non-minimal kinetic coupling, magnetic field, scalar field

Introduction. The accelerated expansion of the Universe motivates the use of modified theories of gravity, in particular, the Horndeski theory (HT). The theory of gravity with NKC is a special case of HT. NKC in cosmological models provides a new mechanism of primordial inflation without potential tuning [1]. At the early stages of the Universe evolution, NKC can screen ordinary matter. This property provides a model of natural change of cosmological epochs. As is known, MF are observed at different scales of the Universe. Global MF implies anisotropic space-time. In anisotropic models with NKC, non-monotonic behavior of anisotropy is allowed [2, 3]. Adhering to the hypothesis of the birth of MF before or during primordial inflation, we study the interaction of magnetic and scalar fields within the framework of NKC. We ask questions about the isotropization of the model during the expansion, about the consequences of including MF in NKC model.

Methods and materials; results. The density of action for the NKC and the electromagnetic field is taken in the form

$$L = \sqrt{-g} \left(\frac{\mu R}{2} + \varepsilon X - \Lambda + \frac{\eta \varphi}{2} G_{\mu\nu} \nabla^\mu \nabla^\nu \varphi - \frac{1}{4} F^{\mu\eta} F_{\mu\eta} \right), \quad \mu = M_{PL}^2, \quad \varepsilon = \pm 1.$$

The model is studied within the framework of Bianchi I space-time. A necessary but insufficient condition for isotropization is the inequality $\varepsilon/\eta > 0$. The energy density of MF decreases from a limited value. Due to the inclusion of MF in NKC model, the sign of the parameter $l = 1 + \varepsilon\eta\Lambda/\mu$ begins to qualitatively influence the properties of the model. In case $l = 0$, the isotropization process is absent.

In case $l < 0$, the singularity type changes: $a \rightarrow \text{const}$, $H \propto t^{-1/2} \rightarrow \infty$, $t \rightarrow 0$. The Universe evolution begins with a non-zero volume. There are two branches of the solution. One branch describes a contracting universe. According to the other branch, the universe expands, but the model has ghosts and Laplace instability. In case $l > 0$, the type of singularity does not change: $a \propto t^{1/3} \rightarrow 0$, $H \propto t^{-1} \rightarrow \infty$, $t \rightarrow 0$. After a short post-singularity epoch, the Universe enters a quasi-de Sitter epoch with parameter $h_\eta = \sqrt{\varepsilon / (3\eta)} \approx 6 \cdot 10^{38} \text{ sec}^{-1}$. From the onset of inflation ($h_\eta \cdot t \approx 0.387$) the model becomes isotropic within a few units $h_\eta \cdot t$ (the duration of inflation $h_\eta \cdot t \approx 60$). Constraints $\varepsilon = 1$, $\eta > 0$, $\Lambda > 0$, $1 < \eta\Lambda / \mu < 1.049$ ensure the absence of ghosts, Laplace instability, and the observed tensor-scalar ratio $r < 0.1$.

Conclusion. Thus, it is possible to “harmoniously” include the MF in the NKC model with parameter $l > 0$. In other cases, the model has various disadvantages. The NKC suppresses the Λ -term and generates primary inflation. However, the Λ -term is an important factor of stability. For example, at $\Lambda = 0$, for scalar perturbations we have $c_s^2 = -1/3 < 0$. The Λ -term is represented in parameter l . Due to requirement $\varepsilon / \eta > 0$, sign Λ is critical for sign l , that is, the Λ -term regulates the degree of influence of MF on NKC model.

References

- [1] Sushkov S.V. Realistic cosmological scenario with nonminimal kinetic coupling. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, art. no. 123520. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.123520>
- [2] Galeev R., Muharlyamov R.K., Starobinsky A.A., Sushkov S.V., Volkov M.S. Anisotropic cosmological models in Horndeski gravity. *Phys. Rev. D*, 2021, vol. 103, art. no. 104015. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.104015>
- [3] Muharlyamov R.K., Pankratyeva T.N. Reconstruction in the Horndeski theory within the scope of the Bianchi I cosmology. *Modern Physics Letters A*, 2022, vol. 37, no. 17, art. no. 225018. <https://doi.org/10.1142/S0217732322501085>

УДК 524.827

Фундаментальные пределы точности координатно-временной системы отсчета на основе реликтового излучения*Базлев Дмитрий Анатольевич¹*

bazlev@bmstu.ru

*Гладышев Владимир Олегович¹*gladyshev@bmstu.ru
SPIN-код: 4419-5995*Кауц Владимир Леонидович¹*kauts@bmstu.ru
SPIN-код: 4984-8460*Каютенко Александр Викторович¹*

akayutenko@bmstu.ru

*Литвинов Дмитрий Александрович^{1, 2}*litvda@bmstu.ru
SPIN-код: 7017-1441*Николаев Павел Петрович¹*ppn@bmstu.ru
SPIN-код: 6381-2864*Шарандин Евгений Анатольевич¹*shar@bmstu.ru
SPIN-код: 8626-3470¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия² Астрокосмический Центр ФИАН, Москва, Россия

Аннотация. Одним из перспективных направлений в области ориентации и навигации летательных аппаратов является построение координатно-временной системы отсчета на базе реликтового излучения. Для определения параметров движения в пространстве можно использовать естественную анизотропию температуры фонового электромагнитного излучения Вселенной (реликтового теплового излучения, спектр которого является чернотельным с температурой $T = 2,7$ К). Локальная дипольная анизотропия реликтового излучения связана с эффектом Доплера, возникающим при движении Солнечной системы относительно реликтового фона со скоростью примерно 370 км/с в сторону созвездия Льва. Дипольная анизотропия приводит к изменению температуры неба на уровне $\Delta T \sim 10^{-3}$ К. Также для повышения точности построения координатно-временной системы отсчета может дополнительно использоваться мультипольная анизотропия реликтового излучения и карта точечных источников в миллиметровом диапазоне длин волн.

Ключевые слова: реликтовое излучение, система отсчета, космология, навигация

Введение. Начало теоретических исследований реликтового электромагнитного излучения связано с работой [1], в которой была вычислена температура излучения [2]. В последующие годы были экспериментально открыты как реликтовое излучение Вселенной, так и его анизотропия [3–5], что было подтверждено в ходе эксперимента COBE [6].

Дипольная анизотропия реликтового излучения, наблюдаемая в околоземном пространстве проявляется в том, что температура излучения

в направлении созвездия Льва на 0,01 % выше средней температуры. В противоположном направлении созвездия Водолея — температура на столько же ниже. Основной гипотезой, объясняющей дипольную компоненту распределения температуры во Вселенной, является эффект Доплера, возникающий при движении Солнечной системы относительно реликтового фона. Также в ходе экспериментов были измерены мультиполи анизотропии реликтового излучения более высоких порядков [6].

Методы и материалы; результаты. Для построения новых систем навигации и ориентации летательных аппаратов с улучшенными характеристиками может быть использована координатно-временная система отсчета на базе реликтового излучения. В основе метода лежит анизотропия реликтового излучения. Способ позволяет однозначно определить угловое положение, скорость, ускорение аппарата в пространстве на основе измерений спектральной плотности мощности по нескольким направлениям.

Реликтовое излучение представляет собой навигационное поле естественного происхождения, которое позволяет непосредственно определять ориентацию и скорость летательного аппарата. Положение в пространстве может быть определено путем интегрирования соответствующих уравнений движения. Для определения времени необходимо использование дополнительных средств, таких как бортовые часы.

На сегодня основными источниками ошибок определения координат, скоростей и ориентации аппарата на основе измерения температуры реликтового излучения являются флуктуационная чувствительность приемников, угловое разрешение оптической системы, а также число измерительных каналов. При использовании 3 измерительных каналов и приемников с чувствительностью на уровне 1 мК (приблизительно соответствует чувствительности космического аппарата Planck) точность определения угловых координат будет составлять менее 1 угл. мин, точность определения скорости движения не менее 100 м/с [7].

Фундаментальные ограничения на точность метода накладывают собственные флуктуации температуры реликтового излучения, возможные отклонения его спектра от Планковского, а также спектр его пространственных неоднородностей. При условии достижения измерительными средствами данных фундаментальных пределов точность определения навигационных параметров на основе измерения карт распределения температуры реликтового излучения может оказаться на несколько порядков выше, чем при использовании глобальных навигационных спутниковых систем.

Заключение. В результате выполненных аналитических и численных оценок продемонстрирована возможность использования анизотропии реликтового излучения для построения координатно-временной системы отсчета с уникальными характеристиками для решения задач навигации и ориентации летательных аппаратов.

Список источников

- [1] Gamow G. DetKongelige Danske Videnskabernes Selskab. *Mat.-Fis. Medd.*, 1953, vol. 27 (10), art. no. 1.
- [2] Чернин А.Д. Как Гамов вычислил температуру реликтового излучения, или немного об искусстве теоретической физики. *Успехи физических наук*, 1994, т. 164, № 8, с. 889–896.
- [3] Струков И.А., Брюханов А.А., Скулачев Д.П., Сажин М.В. Анизотропия фонового радиоизлучения. *Письма в Астрономический журнал*, 1992, т. 18, № 5, с. 387–395.
- [4] Strukov I.A., Brukhanov A.A., Skulachev D.P., Sazhin M.V. Anisotropy of the microwave background radiation. *Soviet Astronomy Letters*, 1992, vol. 18, pp. 153–156.
- [5] Strukov I.A. et al. The Relikt-1 experiment – New results. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1992, vol. 258, pp. 37–40.
- [6] Bennett C.L. et al. Four-year COBE DMR cosmic microwave background observations: maps and basic results. *Astrophysical Journal Letters*, 1996, vol. 464, pp. 1–4.
- [7] Гордин М.В., Базлев Д.А., Гладышев В.О., Кауц В.Л., Каютенко А.В., Николаев П.П., Фомин И.В., Шарандин Е.А. Использование реликтового излучения для построения новой системы навигации. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2023, т. 3–4 (44–45), с. 108–116.

Fundamental limits of accuracy of the coordinate-time reference system based on cosmic microwave background radiation

Bazlev Dmitriy Anatolevich¹

bazlev@bmstu.ru

Gladyshev Vladimir Olegovich¹

gladyshev@bmstu.ru
SPIN-code: 4419-5995

Kauts Vladimir Leonidovich¹

kauts@bmstu.ru
SPIN-code: 4984-8460

Kautenko Alekandr Victorovich¹

akayutenko@bmstu.ru

Litvinov Dmitriy Aleksandrovich^{1, 2}

litvda@bmstu.ru
SPIN-code: 7017-1441

Nikolaev Pavel Petrovich¹

ppn@bmstu.ru
SPIN-code: 6381-2864

Sharandin Evgeniy Anatolevich¹

shar@bmstu.ru
SPIN-code: 8626-3470

¹ BMSTU, Moscow, Russia

² Astro Space Center LPI, Moscow, Russia

Abstract. One of the promising directions in the field of aircraft orientation and navigation is the construction of a coordinate-time reference system based on cosmic microwave background radiation. To determine the motion parameters in space, it is possible to use the natural anisotropy of the temperature of the background electromagnetic radiation of the Universe (cosmic microwave background radiation, the spectrum of which is blackbody with a temperature of $T = 2.7$ K). The local dipole anisotropy of the cosmic microwave background radiation is associated with the Doppler effect, which occurs when the Solar

system moves relative to the cosmic background at a speed of about 370 km/s towards the constellation Leo. Dipole anisotropy leads to a change in the temperature of the sky at the level of $\Delta T \sim 10^{-3}$ K. In addition, multipole anisotropy of cosmic microwave background radiation and a map of point sources in the millimeter wavelength range can be used to improve the accuracy of constructing a coordinate-time reference system.

Keywords: cosmic microwave background radiation, reference frame, cosmology, navigation

Introduction. The paper [1], in which the temperature of the cosmic microwave background radiation (CMBR) was computed [2], presented the first theoretical investigation of this phenomenon. Later, both the CMBR and its anisotropy were detected experimentally [3–5] and confirmed by the COBE measurements [6].

The dipole anisotropy of the CMBR observed in the near-Earth space manifests as the radiation temperature in the direction of the Leo constellation being 0.01% higher than its average temperature, with the temperature in the opposite direction, towards the Aquarius constellation, being lower than the average by the same amount. The main hypothesis to explain the dipole component of the temperature distribution in the Universe would be the Doppler effect arising from the motion of the Solar System relative to the CMBR. Moreover, there were experiments that allowed higher multipole orders of the CMBR anisotropy to be measured [6].

Methods and materials; results. A CMBR-based coordinate-time frame of reference may be used to design novel navigation and attitude control systems for advanced spacecraft. The method rests on the anisotropy of the CMBR. It allows the angular position, velocity and acceleration of the spacecraft to be uniquely determined via measuring the power spectral density in several directions.

The CMBR is a navigation field of natural origin that enables the attitude and velocity of the spacecraft to be determined directly. The attitude may be determined by integrating the corresponding equations of motion. Determining the time requires using certain supplementary means, such as an on-board clock.

At present, the error in determining coordinates, velocity and attitude of spacecraft via measuring the CMBR temperature primarily stems from the fluctuation sensitivity of the receivers, the angular resolution of the optical system, and the number of measurement channels. Using 3 measurement channels and receivers with a sensitivity of 1 μ K (which is approximately the same as the sensitivity of the Planck spacecraft), the accuracy of angular coordinate determination will be under 1 arcminute, while the accuracy of motion velocity determination will be at least 100 m/s [7].

There are several sources that impose fundamental limitations on the accuracy of the method: intrinsic fluctuations in the CMBR temperature, its spectrum potentially deviating from the Planck spectrum in specific ways, and the spatial inhomogeneity spectrum of the CMBR. Should measuring instruments reach these fundamental limits, the accuracy of determining navigation parameters by measuring

CMBR temperature distribution maps may be several orders of magnitude higher than when using global navigation satellite systems.

Conclusion. Our analytical and numerical assessments demonstrate the potential for using the CMBR anisotropy to design a coordinate-time frame of reference featuring unique characteristics for solving the problems of navigation and attitude control of spacecraft.

References

- [1] Gamow G. DetKongelige Danske Videnskabernes Selskab, *Mat.-Fis. Medd.* 1953, vol. 27 (10), p. 1.
- [2] Chernin A.D. How Gamow calculated the temperature of the background radiation, or A few words about the fine art of theoretical physics. *Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)*, 1994, vol. 164, no.8, pp. 89-896.
- [3] Strukov I.A., Bryukhanov A.A., Skulachev D.P., Sazhin M.V. Anisotropy of the background radiation. *Astronomy Letters — A Journal of Astronomy and Space Astrophysics*, 1992, vol. 18, no. 5, pp. 387–395.
- [4] Strukov I.A., Brukhanov, A.A., Skulachev, D P., Sazhin, M.V. Anisotropy of the microwave background radiation. *Soviet Astronomy Letters*, 1992, v.18. pp. 153–156.
- [5] Strukov I.A. et al. The Relikt-1 experiment - New results. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1992, v. 258, pp. 37-40.
- [6] Bennett C.L. et al. Four-year COBE DMR cosmic microwave background observations: maps and basic results. *Astrophysical Journal Letters*, 1996, v. 464, pp. 1–4.
- [7] Gordin M.V., Bazlev D.A., Gladyshev V.O., Kauts V.L., Kayutenko A.V., Nikolaev P.P. Fomin I.V., Sharandin E.A. Using relic radiation to build a novel navigation system. *Space, Time, and Fundamental Interactions*, 2023, vol. 3-4 (44-45), pp. 108–116.

UDC 530.12

Evolutionary Behaviour of Newly Constructed Accelerating Universe in the Framework of Teleparallel Gravity

Behera S.K.¹

skbehera.researches@gmail.com

Pratik P. Ray^{2(*)}

pratik.chika9876@gmail

Department of Mathematics (SAS), VIT-AP University, Andhra Pradesh — 522237

Abstract: In this study, we take into account a particular form of $f(T)$ inspired by a $f(R)$ gravity model. The Monte Carlo Markov Chain (MCMC) approach is used to constrain the parameters of the Hubble model, offering a strong statistical analysis. Our outcomes confirm the viability of the suggested $f(T)$ model as an alternative framework for dark energy explanation by successfully supporting an accelerating cosmic expansion.

Keywords: Teleparallel Gravity, Monte Carlo Markov Chain, Energy Conditions

Introduction. Our understanding of cosmology has been drastically transformed by observational findings made in 1998 [1] that the universe is expanding in an accelerated manner. Due to several drawbacks of GR, Hence, the establishment of modified theories of gravity is one of the main approaches being explored to study the late time cosmic evolution.

In an Intriguing extension of Riemannian geometry, in the witzenböck space, the Riemannian curvature tensor is zero, and the torsion tensor is non-zero. This leads to a flat spacetime with the significant characteristic of absolute parallelism, also referred to as teleparallelism. The primary characteristic of the teleparallel approach is the substitution of a set of tetrad vectors, for the metric tensor, which is the main physical variable that determines gravitational qualities. Instead of curvature, torsion, originating from the tetrad fields, can be used as a general description of the gravitational effect. This is reflected to the theory known as the teleparallel equivalent of general relativity (TEGR), which has been extended to the $f(T)$ gravity theory.

The primary objective of this research is to explore the $f(T)$ modified gravity, starting with TEGR rather than the GR. In this study, we employ the simple parametrization of a particular form of the Hubble parameter using Hubble, BAO, and Hubble+BAO observational datasets and generate exact solutions for the modified Friedmann equations in the FLRW spacetime. Specifically we employ a form of $f(T)$, $f(T) = T + \frac{\alpha t(T^2/T_0^2)^n}{1+(T^2/T_0^2)^n}$, where α and n are constants with $T = -6H_0^2$, where H_0 is the current value of the Hubble parameter. Subsequently, we have examined all the dynamical and cosmological parameters followed by energy conditions and $Om(z)$ diagnostic. The work is organized as follows: in section 2, we commence by offering an overview to TG and then describe the $f(T)$ gravity framework.

In section 3, a specific form of the Hubble parameter is parametrized using Hubble, BAO and Hubble+BAO datasets via MCMC approach. Section 4 presents solutions to the field equations and explores the cosmological elements of the specific form of $f(T)$. In sections 5 and 6, the viability of the model is checked by performing energy conditions and $Om(z)$ diagnostic respectively. Section 7 provides a thorough conclusion to the work.

Methods and materials. Framework of $f(T)$. The torsion scalar-based modified theory of gravity, known as $f(T)$, has a geometric action determined by an algebraic function associated with torsion. To describe the geometric components, this theory incorporates orthonormal tetrad components that are defined within the tangent space at each point of the manifold. Basically, the line element is presented as:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \eta_{ij} \theta^i \theta^j$$

where $dx^\mu = e_\mu^i \theta^i$, $\theta^i = e_\mu^i dx^\mu$ and $\eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ represents the metric associated with Minkowski spacetime and e_μ^i represents the components of the tetrad satisfying the conditions:

$$e_\mu^i e_j^\mu = \delta_j^i$$

The action [2] of the $f(T)$ gravity can be defined as,

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x e [T + f(T) + \mathcal{L}_m].$$

where $\mathcal{L}_m$ is the total matter Lagrangian, $e = \det[e_\mu^i] = \sqrt{-g}$, and G is the gravitational constant. The natural system, $\kappa^2 = 8\pi G = 1$, is taken into consideration. The gravitational field equations can be found by varying the action with respect to vierbein as,

$$e^{-1} \partial_\mu (e e_a^\rho S_\rho^{\mu\nu}) [1 + f_T] + e_a^\rho S_\rho^{\mu\nu} \partial_\mu (T) f_{TT} - e_a^\lambda T_{\mu\lambda}^\rho S_\rho^{\mu\nu} [1 + f_T] + \frac{1}{4} e_a^\nu [T + f(T)] = 4\pi G e_a^\rho T_\rho^\nu$$

T_ρ^ν is the total-energy momentum tensor, and we represent $f = f(T)$ and the first and second derivatives of f with regard to T as f_T and f_{TT} , respectively. In this study, we will consider the FLRW metric to derive the modified Friedman equations. Then the $f(T)$ gravity field equations are:

$$3H^2 = 8\pi G(\rho_m + \rho_r) - \frac{f}{2} + T f_T;$$

$$\dot{H} = -\frac{4\pi G(\rho_m + \rho_r + p_m + p_r)}{1 + f_T + 2T f_{TT}}.$$

Where $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$ and the derivative of it with respect to cosmic time is represented by $\dot{H}$. It is now possible to describe the field equations of $f(T)$ gravity in the DE sector pressure (p_{de}) and energy density (ρ_{de}) as,

$$\rho_{de} \equiv \frac{1}{16\pi G} [-f + 2Tf_T]$$

and

$$p_{de} \equiv -\frac{1}{16\pi G} \left[\frac{-f + Tf_T - 2T^2 f_{TT}}{1 + f_T + 2Tf_{TT}} \right].$$

Then the EoS parameter can be expressed as,

$$\omega_{de} \equiv -1 + \frac{(f_T + 2Tf_{TT})(-f + T + 2Tf_T)}{(1 + f_T + 2Tf_{TT})(-f + 2Tf_T)}.$$

Model Parametrization. From [3], we introduce the following new parametrization of the Hubble parameter in the FLRW universe:

$$H(z) = \sqrt{(z - a)(1 + bz) + (1 + a)},$$

where H_0 is the current value of the Hubble parameter at $z = 0$, a and b are free parameters that must be ascertained via observational constraints.

Analysis With Observational Datasets. In this part, we use observational data from several cosmological surveys to constrain the free parameters of $H(z)$, that is by investigating data describing the distance-redshift relation.

Hubble Data: A sequence of 32 data points for the Hubble parameter are taken in the redshift range $0.07 \leq z \leq 1.965$. The chi-square function for the Hubble dataset is defined as,

$$\chi_H^2(\psi) = \sum_{\{i=1\}}^{\{32\}} \frac{(H_{th}(z_i, \psi) - H_{obs}(z_i))^2}{\sigma_H^2(z_i)},$$

where ψ is the vector of the cosmological background parameters and $H_{th}(z_i, \psi)$ and $H_{obs}(z_i)$ refer to the developed and the observed Hubble parameters respectively. The observational errors in the observed values $H_{obs}(z_i)$ are denoted by $\sigma_H^2(z_i)$.

BAO Data: In this study, we utilize a dataset of 26 independent data points derived from line-of-sight BAO measurements. The χ^2 function for the BAO data set is defined by,

$$\chi_{BAO}^2(\phi) = \sum_{\{i=1\}}^{\{26\}} \frac{(H_{th}(z_i, \phi) - H_{obs}(z_i))^2}{\sigma_H^2(z_i)},$$

where $H_{th}(z_i, \phi)$ represents the theoretical value of the hubble, the model parameters are represented by ϕ , $H_{obs}(z_i)$ represents the observed value of the Hubble from the BAO analysis, and the related error in the observed BAO data points is denoted by $\sigma_H(z_i)$.

Once, Hubble and BAO datasets have been analyzed, we may also take the combination of both to determine the best-fit values of our model. To do this, the χ^2_{total} function can be set up as the sum of $\chi^2_{H(z)}$ and χ^2_{BAO} .

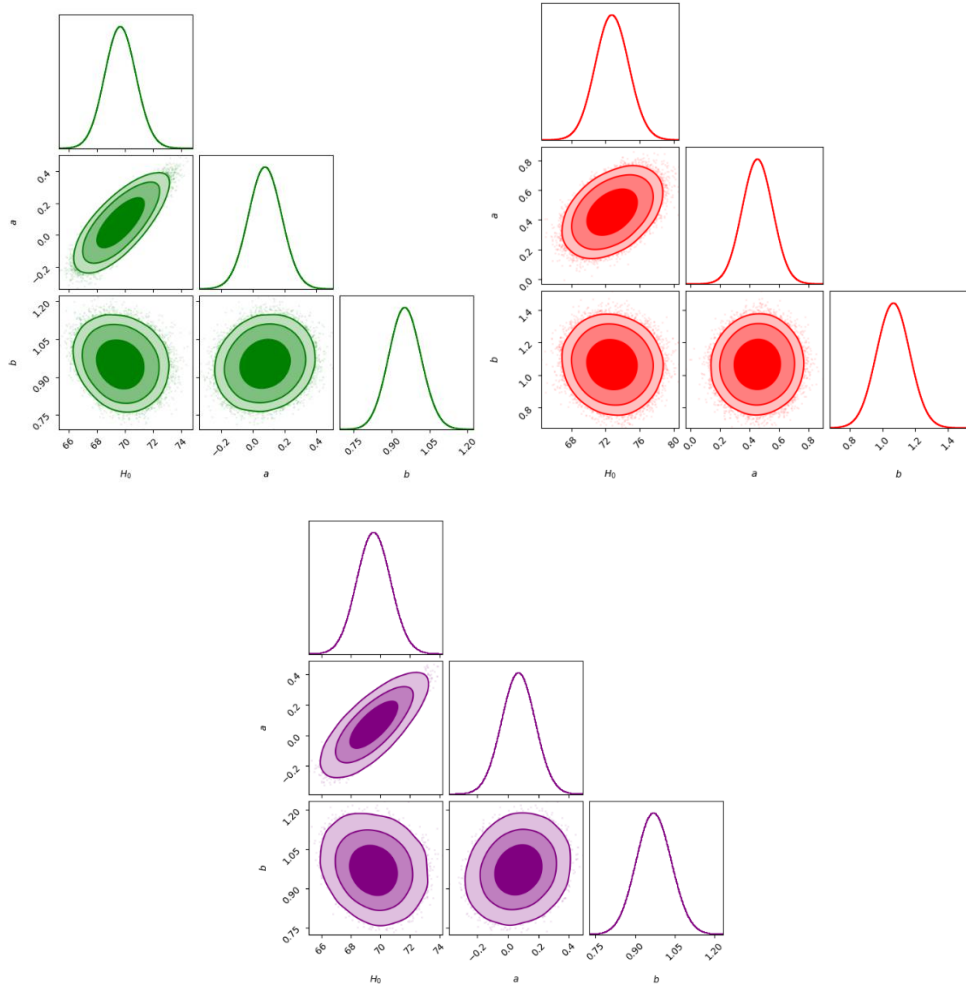


Fig. 1. 2D-contour plot derived from the study of Hubble, BAO and Hubble+BAO datasets in the (i)upper left panel, (ii)upper right panel, and (iii) lower panel that display the most likely values and confidence regions up to 3σ for model parameters a , b , and H_0

Table 1

Best-fit values with 1σ , 2σ , and 3σ confidence intervals for the model parameters a , b , and H_0 derived from the Hubble, BAO, and Hubble+BAO datasets

Datasets		a	b	H_0
<i>Hubble</i>	1σ	$0.45^{+0.10}_{-0.09}$	$1.07^{+0.09}_{-0.10}$	$72.76^{+1.83}_{-1.8}$
	2σ	$0.45^{+0.19}_{0.18}$	$1.07^{+0.18}_{-0.19}$	$72.76^{+3.61}_{-3.53}$
	3σ	$0.45^{+0.29}_{-0.28}$	$1.07^{+0.28}_{-0.29}$	$72.76^{+5.43}_{-5.35}$
<i>BAO</i>	1σ	$0.076^{+0.098}_{-0.097}$	$0.952^{+0.060}_{-0.059}$	$69.683^{+1.035}_{-1.020}$
	2σ	$0.076^{+0.193}_{-0.192}$	$0.952^{+0.119}_{-0.115}$	$69.683^{+2.074}_{-1.998}$
	3σ	$0.076^{+0.288}_{-0.291}$	$0.952^{+0.182}_{-0.171}$	$69.683^{+3.197}_{-3.010}$
<i>Hubble+BAO</i>	1σ	$0.069^{+0.095}_{-0.096}$	$0.971^{+0.060}_{-0.058}$	$69.550^{+1.004}_{-0.998}$
	2σ	$0.069^{+0.188}_{-0.189}$	$0.971^{+0.117}_{-0.114}$	$69.550^{+2.004}_{-1.951}$
	3σ	$0.069^{+0.281}_{-0.286}$	$0.971^{+0.179}_{-0.171}$	$69.550^{+3.041}_{-2.959}$

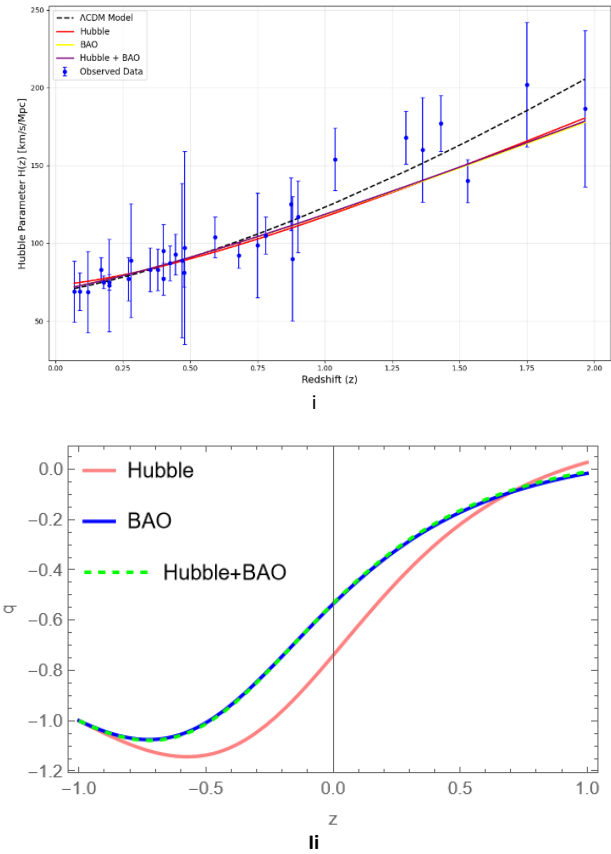


Fig. 2. (i) Left panel is the error bar plot of Hubble parameter, and (ii) right panel is the plot of deceleration parameter for Hubble, BAO and Hubble+BAO datasets

We can see that the error bar plot of the HP presented in Fig. 2 left Panel is perfectly fit with the observational data and consistent with Λ CDM model. In Fig. 2 right Panel, the behaviour of the deceleration parameter is staying negative throughout indicating that the expansion is slow at early time but increases when it moves towards late. Additionally, the estimation of the current values of the deceleration parameter for Hubble, BAO and Hubble+BAO datasets are $q_0 = -0.74$, $q_0 = -0.54$ and $q_0 = -0.53$ respectively which are in agreement with some previous literatures such as $q_0 = -0.584$ [4], $q_0 = -0.544$ [5], $q_0 = -0.55$ [6], $q_0 = -0.749$ [7], $q_0 = -0.744$ [8] etc.

Dynamical study with the model. In analogous to $f(R)$ theory, the form of $f(T)$ will be given as, $f(T) = T + \frac{\alpha t(T^2/T_0^2)^n}{1+(T^2/T_0^2)^n}$, [9], where α , n are constants, and $T = -6H_0^2$ with the first and second derivatives denoted as f_T and f_{TT} and defined as $\frac{2\alpha n T_0 (T^2/T_0^2)^n}{T((T^2/T_0^2)^n + 1)^2} + 1$ and, $-\frac{2\alpha n T_0 (T^2/T_0^2)^n ((2n+1)(T^2/T_0^2)^n - 2n+1)}{T^2((T^2/T_0^2)^n + 1)^3}$ respectively. Then we can reduce the field equations as,

$$\begin{aligned}\rho_{de} &= \frac{1}{2} \left[-6\zeta H_0^2 - \alpha T_0 \left(1 - \frac{36^n (4n+1)\tau+1}{(36^n \tau+1)^2} \right) \right]; \\ p_{de} &= - \frac{\alpha H_0^2 \zeta 2^{2n-1} 3^{2n+1} T_0 \tau (8n^2 + 1296^n \tau^2 - 2^{2n+1} 9^n (n+1)(4n-1)\tau - 6n+1)}{\alpha 36^n n T_0 \tau (-36^n (4n+1)\tau + 4n-1) - 6H_0^2 \zeta (36^n \tau+1)^3}, \\ \omega &= \\ &= - \frac{\alpha H_0^2 \zeta 2^{2n} 3^{2n+1} T_0 \tau (8n^2 + 1296^n \tau^2 + 2^{2n+1} 9^n (n+1)(4n-1)\tau - 6n+1)}{(\alpha 36^n n T_0 \tau (-36^n (4n+1)\tau + 4n-1) - 6H_0^2 \zeta (36^n \tau+1)^3) \left(-6\zeta H_0^2 - \alpha T_0 \left(1 - \frac{36^n (4n+1)\tau+1}{(36^n \tau+1)^2} \right) \right)},\end{aligned}$$

Where $\zeta = (-abz + bz^2 + z + 1)$ and $\tau = \left(\frac{H_0^4 \zeta^2}{T_0^2} \right)^n$.

These are the parameters a , b , α , and n on which the behaviour of the energy density and the EoS parameter depend from which two parameters a and b are constrained by the MCMC approach and the remaining two, that is, α and n are selected in such a way as to obtain a positive energy density. From Fig. 3, we can see that the EoS parameter remains staying negative throughout the graph. It lies in the region $(-1,0)$ representing the quintessence phase for the observational Hubble dataset. But in the case of BAO and Hubble+BAO datasets, it is showing the analogous results. It lies in the range $(-1,0)$ that is in the quintessence region in the early time, just after $z = 0$, it comes below -1 and stays in the phantom region that is below -1 in the late time. At the redshift $z = 0$, the value of the EoS parameter for this model are estimated to be $\omega_0 = -0.915$, $\omega_0 = -0.911$, and $\omega_0 = -0.912$ which are consistent with the previous studies [10–12].

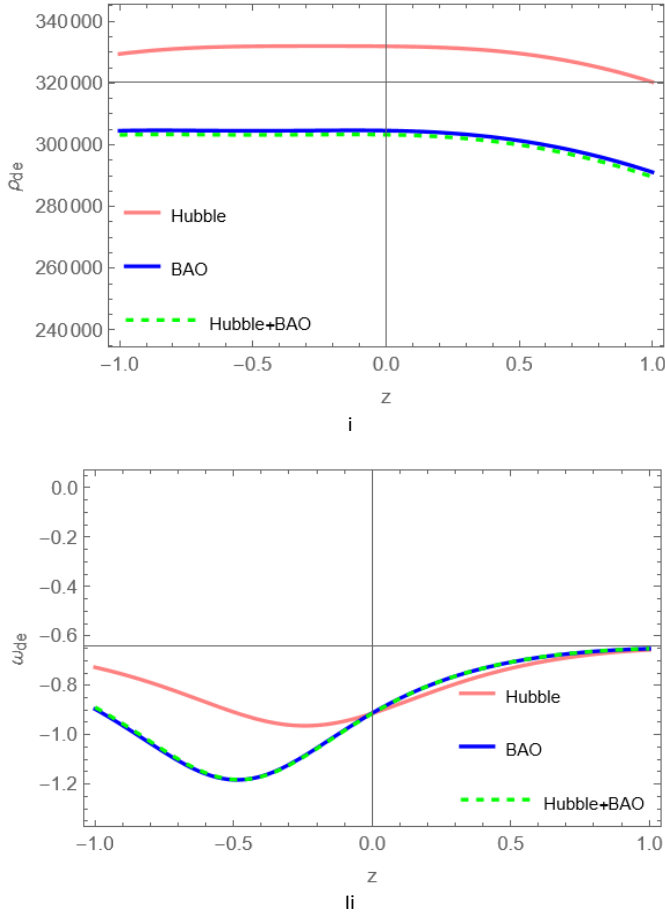


Fig. 3. (i) Left panel is the plot of energy density, and (ii) right panel is the plot of EoS parameter with parameter scheme $\alpha = 47.4$ and $n = 0.038$

Conclusion. In this study, we have reconstructed a cosmological model with accelerating behaviour emphasizing late-time evolution. In the context of TG, first the field equations got derived and to proceed for the dynamical study, a particular form of $f(T)$ inspired from a $f(R)$ theory is taken to determine the dynamical parameters. In order to describe the evolution, we considered a special Hubble parameter dependent upon three free parameters which got constrained through the MCMC approach using observational datasets such as Hubble, BAO and a combination of both. From the error bar plot of our Hubble parameter, we observed that the behaviour of the Hubble is consistent with the Λ CDM model. The graph of the Deceleration parameter is showing that the plot is staying negative throughout addressing the accelerating behaviour of our model. Where, the current values of both Hubble parameter and Deceleration parameter are carrying in the range range

[69.550, 72.76] and $[-0.53, -0.74]$, respectively with the values of the Deceleration parameter are in agreement with the previous literatures mentioned in the corresponding section. In order to get to know about the dynamical behaviour of our model, the EoS parameter got investigated which remained negative throughout the graph. For the Hubble dataset it is lying in the quintessence region, but for BAO and Hubble+BAO datasets it is lying in the quintessence region at the early time and just after $z = 0$, it is coming to the phantom while moving towards the late time. The estimated current values of the EoS parameter are consistent with the previous results which are covered in the respective section.

References

- [1] Riess A.G. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *Astron. J.*, 1998, vol. 116, no. 3, pp. 1009–1038. <https://doi.org/10.1086/300499>
- [2] Cai Y.-F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. F(T) teleparallel gravity and cosmology. *Reports Prog. Phys.*, vol. 79, no. 10, art. no. 106901, Sep. 2016. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901>
- [3] Shibesh Kumar Jas P., Myrzakulov R., Myrzakul S. Reconstruction of cosmic history from a simple parametrization of H. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2017, vol. 14.07, art. no. 1750111.
- [4] Naik D.M. et al. Model-independent cosmological insights from three newly reconstructed deceleration parameters with observational data. *Physics Letters B*, 2023, vol. 844, art. no. 138117.
- [5] Narawade S.A. et al. Modelling the accelerating universe with $f(Q)$ gravity: observational consistency. *The European Physical Journal C*, 2024, vol. 84.8, art. no. 773.
- [6] Shrivastava P. et al. The simplest parametrization of the equation of state parameter in the scalar field universe. *Galaxies*, 2023, vol. 11.2, art. no. 57. <https://doi.org/10.3390/galaxies11020057>
- [7] Najafi A., Hossienkhani H. Using Pantheon and Hubble parameter data to constrain the Ricci dark energy in a Bianchi I Universe. *Communications in Theoretical Physics*, 2022, vol. 74.6, art. no. 065401.
- [8] Mandal S. et al. Cosmological observational constraints on the power law $f(Q)$ type modified gravity theory. *The European Physical Journal C*, 2023, vol. 83.12, art. no. 1141.
- [9] Yang R.-J. New types of $f(T)$ gravity. *The European Physical Journal C*, 2011, vol. 71.11, art. no. 1797.
- [10] Duchaniya L.K. et al. Dynamical stability analysis of accelerating $f(T)$ gravity models. *The European Physical Journal*, 2022, vol. C82.5, art. no. 448.
- [11] Siddheshwar Atmaram K., Mishra B., Tripathy S.K. Dynamical features of $f(T, B)$ cosmology. *Modern Physics Letters A*, 2022, vol. 37.17, art. no. 2250104.
- [12] Mishra S.S. et al. Constraining extended teleparallel gravity via cosmography: A model-independent approach. *The Astrophysical Journal*, 2024, vol. 970.1, art. no. 57.

УДК 524.882

Применение механики Лагранжа для анализа динамики частиц в гравитационном поле

Беляев В.Б. (*)

wbelayev@yandex.ru

Радиевый институт им. В.Г. Хлопина, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Динамика частиц в гравитационном поле исследуется с использованием механики Лагранжа. Получены динамические уравнения, включающие скорость передачи энергии и импульса гравитационному полю. Они являются ковариантными для линеаризованных метрик. Рассмотрено движение частиц в поле Шварцшильда и в случае слабой гравитации определена пассивная гравитационная масса фотона и массивной частицы при условии соотношения между гравитационным потенциалом и ее скоростью $\alpha / r \ll V^2 / c^2$. Найдена активная гравитационная масса для частного случая системы из двух одинаковых тел, движущихся в противоположных направлениях.

Ключевые слова: механика Лагранжа, принцип стационарного действия, гравитационная масса

Методы и материалы; результаты. В доказательстве Фока движения света по геодезическим [1] в качестве гамильтониана берется временная составляющая ковариантного вектора 4-скорости. В [2] был предложен обобщенный принцип Ферма, в котором используется вариация интеграла временной компоненты вектора 4-скорости, приводящая к траектории движения света, совпадающей с геодезической. Применение основанного на лагранжевой механике вариационного принципа стационарного интеграла энергии к движению свето-подобной частицы в гравитационном поле [3–5] не приводит к нарушению изотропности светового пути. Данный метод дает уравнения, тождественные полученным с помощью обобщенного принципа Ферма, определяя систему уравнений, имеющую на одно уравнение больше. Это позволяет получить вектор энергии-импульса частицы.

В общей теории относительности (ОТО) определение импульсов массивных и световых частиц, движущихся в криволинейном пространстве-времени, и сил, действующих на них, имеет целью, в том числе, найти релятивистские поправки к теории тяготения Ньютона для слабого гравитационного поля. Если в качестве составляющих 4-вектора силы, действующей на массивную частицу единичной массы, рассматривать вторые производные координат по пути [6–8], то в ньютоновском пределе величина, играющая роль пассивной гравитационной массы, оказывается зависящей от направления движения частицы [6, 9]. Это же имеет место и для фотона, если

с 4-силой отождествлять вторые производные координат по аффинному параметру.

Другим подходом является выбор лагранжиана частицы, определение обобщенных сил как его частных производных по координате в соответствии с механикой Лагранжа. [3–5]. Энергией и импульсами частиц считаются компоненты контравариантного 4-вектора энергии-импульса, как это делается в [8] и в [6] для частицы, движущейся в пространстве-времени Минковского. Это согласуется с тем, что в ОТО физические скорости частиц ставятся в соответствие компонентам контравариантного вектора 4-скорости. Поэтому с физической силой связывается вектор с верхними индексами, ассоциированный с вектором обобщенных сил. В этом случае для изотропной метрики Шварцшильда пассивная гравитационная масса световой частицы, оказывается независимой от направления движения. Она равна удвоенной массе массивной частицы эквивалентной ей энергии. Это согласуется с величиной активной гравитационной массы световой частицы, полученной из решения уравнений Эйнштейна — Максвелла для направленного электромагнитного излучения в случае слабой гравитации [10]. Квантовая теория гравитации дает аналогичный результат для активной гравитационной массы фотона [11]. Пассивная гравитационная масса движущейся по неограниченной траектории массивной частицы также не будет зависеть от направления ее движения.

Список источников

- [1] Фок В.А. *Теория пространства, времени и тяготения*. Москва, ГИФМЛ, 1961, 564 с.
- [2] Frolov V.P. Generalized Fermat's principle and action for light rays in a curved spacetime. *Phys. Rev. D*, 2013, vol. 88, art. no. 06403910. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.064039>
- [3] Беляев В.Б. *Динамика в общей теории относительности: вариационные методы*. Москва, УРСС, 2017, 216 с.
- [4] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Extended space model is consistent with the photon dynamics in the gravitational field. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2019, vol. 1251, art. no. 012048. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1251/1/012048>
- [5] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Photon dynamics in the gravitational field in 4D and its 5D extension. *Rom. Rep. Phys.*, 2019, vol. 71, no. 4, art. no. 109.
- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. в 10 т. Т. 2. Теория поля*. Москва, Физматлит, 2003, 536 с.
- [7] Вайнберг С. *Гравитация и космология*. Москва, Мир, 1975, 696 с.
- [8] Ритус В.И. Лагранжевы уравнения движения частиц и фотонов в шварцшильдовском поле. *УФН*, 2015, т. 185, № 11, с. 1229–1234. <https://doi.org/10.3367/UfNr.0185.201511h.1229>
- [9] Окунь Л.Б. Понятие массы (Масса, энергия, относительность). *УФН*, 1989, т. 158, № 7, с. 511–530. <https://doi.org/10.3367/UfNr.0158.198907f.0511>
- [10] Толмен Р. *Относительность, термодинамика и космология*. Москва, Наука, 1974, 520 с.
- [11] Окунь Л.Б. Теория относительности и теорема Пифагора. *УФН*, 2008, т. 178, № 6, с. 653–663. <https://doi.org/10.3367/UfNr.0178.200806l.0653>

Application of Lagrangian Mechanics to the Analysis of Particle Dynamics in a Gravitational Field

Belayev V.B.^()*

wbelayev@yandex.ru

Khlopin Radium Institute, Saint-Petersburg, Russia

Abstract. The dynamics of particles in a gravitational field is investigated using Lagrange mechanics. Dynamic equations are obtained, including the rate of energy and momentum transfer to the gravitational field. They are covariant for linearized metrics. The motion of particles in the Schwarzschild field is considered and, in the case of weak gravitation, it is determined the passive gravitational mass of a photon and a massive particle under condition of the relationship between gravitational potential and its velocity $\alpha / r \ll V^2 / c^2$. The active gravitational mass is found for the system special case of two identical bodies moving in opposite directions.

Keywords: Lagrange Mechanics, principle of stationary action, gravitational mass

Methods and materials; results. In the Fock proof [1] of the light motion along geodesics, the time component of the covariant 4-velocity vector is taken as the Hamiltonian. In [2] a generalized Fermat's principle was proposed, which applies a variation of the integral of the time component of the 4-velocity vector and gives the trajectory of light propagation that coincides with geodesic. Application of the variational principle of energy stationery integral to the motion of a light-like particle in a gravitational field [3–5] does not lead to a violation of the isotropy of the light path. This method yields equations identical to those obtained using the generalized Fermat's principle, defining a system of equations that has one more equation. This allows one to obtain the energy-momentum vector of the particle.

In general relativity (GR), the definition of the momenta of massive and light-like particles moving in curvilinear space-time, and the forces acting on them, aims in particular to find relativistic corrections to Newton's theory of gravitation for a weak gravitational field. If the second derivatives of the coordinates along the path [6–8] are considered as components of the 4-vector of the force acting on a massive particle of a unit mass, then in the Newtonian limit, the value playing the role of the passive gravitational mass turns out to depend on the direction of motion of the particle [6, 9]. The same is true for a photon, if the second derivatives of coordinates are identified with the 4-force by an affine parameter, as which the coordinate time is chosen.

Another approach is the choice of the Lagrangian of the particle, the definition of generalized forces as its partial derivatives with respect to the coordinate in accordance with Lagrange mechanics [3–5]. The energy and momenta of particles are considered as the components of the contravariant 4-vector of energy-momentum, as is done in [8] and in [6] for a particle moving in the Minkovsky space-time. This is consistent with the fact that in GR the physical velocities of particles are associated with the components of the contravariant 4-velocity vector. Therefore, the

physical force is aligned with the upper index vector associated with the generalized force vector. In this case, the passive gravitational mass light-like particle turns out to be independent of the direction of their motion. It is equal to twice the mass of the massive particle corresponding to its energy. This is consistent with the value of the active gravitational mass of the light-like particle obtained from the solution of the Einstein — Maxwell equations for directed electromagnetic radiation in the case of weak gravity [10]. Quantum gravity theory yields a similar result for the active gravitational mass of a photon [11]. The passive gravitational mass of a massive particle moving along an unrestricted trajectory will also not depend on the direction of its motion.

References

- [1] Fock V. *The Theory of Space Time and Gravitation*. Amsterdam, Elsevier, 2015, 460 p.
- [2] Frolov V.P. Generalized Fermat's principle and action for light rays in a curved spacetime. *Phys. Rev. D*, 2013, vol. 88, art. no. 06403910. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.064039>
- [3] Belayev V.B. *The Dynamics in General Relativity Theory: Variational Methods*. Moscow, URSS Publ., 2017, 216 p. (In Russ.).
- [4] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Extended space model is consistent with the photon dynamics in the gravitational field. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2019, vol. 1251, art. no. 012048. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1251/1/012048>
- [5] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Photon dynamics in the gravitational field in 4D and its 5D extension. *Rom. Rep. Phys.*, 2019, vol. 71, no. 4, art. no. 109.
- [6] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Oxford, Butterworth-Heinemann, 2000, 428 p.
- [7] Weinberg S. *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*. New York, Wiley, 1972, 685 p.
- [8] Ritus V.I. Lagrange equations of motion of particles and photons in the Schwarzschild field. *Phys. Usp.*, 2015, vol. 58, pp. 1118–1123. <https://doi.org/10.3367/UfNr.0185.201511h.1229>
- [9] Okun' L.B. The concept of mass (mass, energy, relativity). *Sov. Phys. Usp.*, 1989, vol. 32, pp. 629–638. (In Russ.). <https://doi.org/10.1070/PU1989v032n07ABEH002739>
- [10] Tolman R.C. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*. Oxford, Clarendon Press, 1969, 501 p.
- [11] Okun' L.B. The theory of relativity and the Pythagorean theorem. *Phys. Usp.*, 2008, vol. 51, pp. 622–631. (In Russ.). <https://doi.org/10.1070/PU2008v051n06ABEH006552>

УДК 524.882

Давление вакуума и течение времени под поверхностью Земли

Беляев В.Б. (*)

wbelayev@yandex.ru

Радиевый институт им. В.Г. Хлопина, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. В стандартной космологической модели от давления вакуума зависит ускорение расширения Вселенной. В данной работе рассматривается возможность его определения из свойств локальной гравитационной системы. Рассмотрен механизм возникновения давления вакуума, основанный на гравитационном дефекте масс. Его значение получено для внутренней области слабо гравитирующего сферического статического источника гравитации с постоянной плотностью. Уравнение состояния соответствует решению уравнений Эйнштейна для сферы, внутри которой время везде течет одинаково. Это решение используется для оценки течения времени под поверхностью Земли. Результаты сравниваются с величинами, полученными на основе зависимости его течения только от гравитационного потенциала.

Ключевые слова: сферический источник гравитации, давление вакуума, гравитационный дефект, замедление времени

Методы и материалы; результаты. Давление вакуума определяется из геометрии пространства согласно идее А. Д. Сахарова о «метрической упругости» пространства, т. е. возникновении обобщенной силы, препятствующей его искривлению [1]. Предполагается, что эквивалентная гравитационному дефекту масс энергия, расходуется на деформацию вакуума. Определяется гравитационное воздействие на него в случае слабо гравитирующего статического центрально-симметричного распределения вещества. Сферические источники гравитации с постоянными плотностями и одинаковыми гравитационными массами m рассматриваются в сферах с одинаковым объемом в удаленной системе отсчета [2, 3]. Разница между собственным объемом сфер и их объемом в удаленной системе отсчета увеличивается с увеличением дефекта массы, что дает положительное давление гравитационного поля внутри сферы $p = (1/3)c^2\rho$, где ρ — ее плотность. В статическом случае давление вакуума уравнивает воздействие гравитации на вакуум. Это приносит уравнение состояния внутри слабо гравитирующей сферы $p_v = -(1/3)c^2\rho$. Распределенная в пространстве материя возбуждает вакуум, в результате чего он приобретает ненулевое давление, которое, как предполагается, является источником гравитации. Это уравнение состояния соответствует решению уравнений Эйнштейна для сферы с радиусом a и постоянной плотностью

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\gamma m}{c^2 a}\right) d(ct)^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2\gamma m}{a^3} r^2} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

внутри которой течение времени одинаково во всех точках [4].

Эта метрика используется для оценки течения времени под поверхностью Земли в соответствии с распределением ее плотности в зависимости от расстояния от ее центра [5]. Центр Земли, согласно примененному методу, будет моложе поверхности на 0,5 лет. Модель с зависимостью замедления времени только от гравитационного потенциала дает разницу 2,49 лет [6]. Относительное изменение промежутков времени на поверхности и на расстоянии l от нее в пределах земной коры определяется коэффициентом

$$K_\tau = \frac{\Delta\tau_n - \Delta\tau}{l\Delta\tau_n}. \text{ В первом случае он составит } 5,36 \cdot 10^{-17} \text{ м}^{-1} \text{ для средней}$$

плотности земной коры и $8,86 \cdot 10^{-17} \text{ м}^{-1}$ для плотности воды Мирового океана. При зависимости только от гравитационного потенциала для K_τ дается слабо зависящая от локальной плотности оценка $1,11 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-1}$. Точность определения времени с помощью атомных часов позволяет обнаружить данный эффект его замедления.

Список источников

- [1] Сахаров А.Д. Вакуумные квантовые флуктуации в искривленном пространстве и теория гравитации. *Докл. АН СССР*, 1967, т. 177, № 1, с. 70–71.
- [2] Беляев В.Б. *Динамика в общей теории относительности: вариационные методы*. Москва, УРСС, 2017, 216 с.
- [3] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Dependence of universe deceleration parameter on cosmological constant: mechanism of vacuum pressure excitation by matter. *Rom. Rep. Phys.*, 2020, vol. 72, no. 3, art. no. 113.
- [4] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Homogeneous sphere with excited vacuum pressure, applications in extended space model and cosmology. *New Trends in Physical Science Research*, 2022, vol. 6, ed. Dong S-H, BP International, pp. 144–155. <https://doi.org/10.9734/bpi/ntpsr/v6/2558A>
- [5] Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference Earth model, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1981, vol. 25, iss. 4, pp. 297–356. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7)
- [6] Uggerhøj U.I., Mikkelsen R.E., Faye J. The young centre of the Earth. *Eur. J. Phys.*, 2016, vol. 37, art. no. 035602. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/37/3/035602>

Vacuum Pressure and the Flow of Time beneath the Earth's Surface

Belayev V.B.^(*)

wbelayev@yandex.ru

Khlopin Radium Institute, Saint-Petersburg, Russia

Abstract. In the standard cosmological model, the acceleration of the Universe expansion depends on the vacuum pressure. This work considers the possibility of determining it from the properties of a local gravitational system. Mechanism of vacuum pressure occurrence based on gravitational defect of masses is studied. Its value is obtained for the inner region of a weakly gravitating spherical static gravity source with constant density. The equation of state corresponds to the solution of Einstein's equations for a sphere within which time flows equally everywhere. This solution is used to estimate the flow of time under the Earth's surface. The results are compared with the values obtained on the basis on the dependence of its flow only on the gravitational potential.

Keywords: spherical gravitational source, vacuum pressure, gravitational defect, time dilation

The vacuum pressure is detected from the space geometry according to Sakharov's idea of a “metrical elasticity” of space i.e., the emergence of a generalized force that prevents its curvature [1]. It is assumed that the energy equivalent to gravitational defect of masses is spent on vacuum deformation. The gravitational influence on it is determined in the case of a weakly gravitating static centrally symmetrical distribution of the substance. Spherical gravity sources with constant densities and the same gravitational masses m are considered in spheres with the same volume in a distant frame [2, 3]. The difference between the proper volume of spheres and their volume in the distant reference frame increases with increasing mass defect, which gives a positive pressure of the gravitational field inside the sphere $p = (1/3)c^2\rho$, where ρ is its density. In static case the vacuum pressure balances impact of gravity on vacuum. This yields equation of state inside the weakly gravitating sphere $p = (1/3)c^2\rho$. Matter distributed in space excites a vacuum, causing it to acquire a non-zero pressure, which is assumed to be the source of gravity. This equation of state corresponds to the solution of Einstein's equations for a sphere with radius a and constant density

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\gamma m}{c^2 a}\right) d(ct)^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2\gamma m}{a^3} r^2} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2),$$

within which the flow of time is the same at all points [4].

This metric is used to estimate the flow of time under the Earth's surface in accordance with the distribution of its density depending on the distance from its center [5]. The center of the Earth, according to the applied method, will be younger than the surface by 0.5 years. The model with time dilation dependent only on the gravitational potential gives a difference 2.49 years [6]. The relative change in time intervals on the surface and at a distance from it within the earth's crust is determined by the coefficient $K_\tau = \frac{\Delta\tau_n - \Delta\tau}{l\Delta\tau_n}$. In the first case, it will be

$5.36 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-1}$ for the average density of the Earth's crust and $8.86 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-1}$ for the density of the water in the World Ocean. If K_t depends only on the gravitational potential, it is given an estimate of $1.11 \cdot 10^{-16} \text{ m}^{-1}$, which weakly depends on the local density. The accuracy of determining time using atomic clocks makes it possible to detect this effect of its slowing down.

References

- [1] Sakharov A.D. Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravitation. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1967, vol. 177, no. 1, pp. 70–71. (In Russ.).
- [2] Belayev V.B. *The Dynamics in General Relativity Theory: Variational Methods*. Moscow, URSS Publ., 2017, 216 p. (In Russ.).
- [3] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Dependence of universe deceleration parameter on cosmological constant: mechanism of vacuum pressure excitation by matter. *Rom. Rep. Phys.*, 2020, vol. 72, no. 3, art. 113.
- [4] Tsipenyuk D.Yu., Belayev W.B. Homogeneous sphere with excited vacuum pressure, applications in extended space model and cosmology. *New Trends in Physical Science Research*, 2022, vol. 6, ed. Dong S-H, BP International, pp. 144–155. <https://doi.org/10.9734/bpi/ntpsr/v6/2558A>
- [5] Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1981, vol. 25 pp. 297–356. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7)
- [6] Uggerhøj U.I., Mikkelsen R.E., Faye J. The young centre of the Earth. *Eur. J. Phys.*, 2016, vol. 37, art. 035602. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/37/3/035602>

UDC 524.834

Investigating late-time cosmic acceleration in the extended symmetric teleparallel equivalent of general relativity

Bhagat Rahul (*)

rahulbhgat0994@gmail.com

Lohakare Santosh V.

lohakaresv@gmail.com

Mishra B.

bivu@hyderabad.bits-pilani.ac.in

Department of Mathematics, Birla Institute of Technology and Science-Pilani,
Hyderabad Campus, India

Abstract. The accelerated expansion of the Universe remains a fundamental challenge in modern cosmology, often attributed to dark energy within the Λ CDM framework. However, issues such as fine-tuning and the cosmic coincidence problem motivate the exploration of alternative theories. This study investigates late-time cosmic acceleration within the framework of $f(Q, T)$ gravity, a modified gravity theory where gravity is governed by nonmetricity Q instead of curvature or torsion. We formulate the field equations for $f(Q, T)$ gravity and derive a specific model parameterized by α and β . The model is constrained using observational data from Cosmic Chronometers (CC), and the Pantheon+ Supernova dataset. We employ Bayesian inference with a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) approach to estimate key cosmological parameters, including the Hubble constant H_0 , and the model-specific parameters α and β . The results are compared against Λ CDM using statistical criteria such as Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC). Our findings suggest that $f(Q, T)$ gravity can provide a viable explanation for cosmic acceleration while offering insights into the nature of dark energy.

Keywords: $f(Q, T)$ gravity, symmetric teleparallel gravity, observational dataset, analysis of dynamic systems

Introduction. The observation of the Universes late-time acceleration has significantly reshaped modern cosmological theories. Although the standard Λ CDM model attributes this phenomenon to the presence of dark energy, persistent theoretical challenges such as the fine-tuning problem and the cosmic coincidence issue have sparked interest in alternative explanations. One such approach is $f(Q, T)$ gravity, a modified gravity theory that replaces the role of curvature and torsion with the nonmetricity scalar Q , and introduces an explicit dependence on the trace of the energy-momentum tensor T in the gravitational action [1]. This added coupling enriches the interaction between matter and geometry, providing a broader framework for cosmological modeling. Both $f(Q)$ and $f(Q, T)$ models hold promise for addressing foundational cosmological problems, including the cosmological constant dilemma and the elusive nature of dark energy [2–4]. These modified gravity theories offer novel perspectives on gravitational dynamics and their influence on the Universes evolution.

Methods and materials; results. I. Observational analysis in the $f(Q, T)$ gravity framework. We consider the $f(Q, T)$ gravity model as proposed in [1], where the action is given by

$$S = \int \left[\frac{1}{16\pi} f(Q, T) \sqrt{-g} d^4x + L_m \sqrt{-g} d^4x \right],$$

with L_m as the matter Lagrangian and g the determinant of the metric $g_{\mu\nu}$. Varying the action yields the field equations:

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\sqrt{-g}} \nabla_k \left(F \sqrt{-g} g^{\mu\nu}{}^{pk} \right) - F \left(P_{\mu kl} Q_\nu{}^{kl} - 2Q^{kl}{}_\mu P_{kl\mu} \right) - \frac{1}{2} f g_{\mu\nu} = \\ = 8\pi T_{\mu\nu} (1 - \tilde{G}) - 8\pi \tilde{G} \Theta_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (2)$$

with $F = \partial f / \partial Q$ and $\tilde{G} = 1/8\pi \partial f / \partial T$.

Using the FLRW metric

$$ds^2 = -N^2(t) dt^2 + a^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

the modified Friedmann equations become

$$8\pi\rho = \frac{f}{2} - 6FH^2 - \frac{2\tilde{G}}{1+\tilde{G}} (\dot{F}H + F\dot{H}), \quad (3)$$

$$8\pi\rho = -\frac{f}{2} + 6FH^2 + 2(\dot{F}H + F\dot{H}), \quad (4)$$

Assuming a dust-dominated Universe, we adopt the exponential form $f(Q, T) = -Qe^{\alpha \frac{Q_0}{Q}} + \beta T$ [5]. This form leads to a first-order differential equation for the Hubble parameter and matter density parameter, converted to redshift using $d/dt = -(1+z)H d/dz$.

We numerically solve these eqns using the “Odeint” method. To constrain the model parameters (α, β, H_0) and initial conditions, we perform a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) analysis. This approach samples the posterior distribution, providing best-fit values and uncertainty estimates. The model is tested against cosmological data to ensure observational consistency.

Table. Constrained parameter values, deceleration parameter and χ^2 for CC and pantheon+ data sets and its difference with Λ CDM

Data sets	H_0	α	β	q_0	$\chi^2_{\min}$	AIC	BIC	$\Delta\chi^2_{\min}$	Δ AIC	Δ BIC
CC + Pantheon+	72.76 ± 0.23	$-2.43^{+0.19}_{-0.085}$	$2.24^{+2.27}_{-0.68}$	-0.445	849.72	861.72	882.34	3.09	7.09	13.97
Priors	(60, 80)	(-10, 10)	(-10, 10)	—	—	—	—	—	—	—

Conclusion. The $f(Q)$ gravity model, examined here through both observational and dynamical lenses, demonstrates its potential to explain cosmic acceleration without invoking dark energy explicitly. The consistency of the model with

recent observational datasets and its theoretical viability via stability analysis reinforce its credibility as an alternative to the Λ CDM paradigm.

References

- [1] Xu Y., Li G., Harko T., Liang S.-D. $f(Q, T)$ gravity. *The European Physical Journal*, 2019, vol. 79, art. no. 708, arXiv:1908.04760.
- [2] Dimakis N., Paliathanasis A., Christodoulakis T. Quantum cosmology in $f(Q)$ theory. *Classical and Quantum Gravity*, 2021, vol. 38, art. no. 225003.
- [3] Lin R.-H., Zhai X.-H. Spherically symmetric configuration in $f(Q)$ gravity. *Phys. Rev. D*, 2021, vol. 103, art. no. 124001.
- [4] Heisenberg L. *Review on $f(q)$ gravity*. arXiv:2309.15958 [gr-qc].
- [5] Xu Y., Harko T., Shahidi S., Liang S.-D. Weyl type $f(Q, T)$ gravity, and its cosmological implications. *The European Physical Journal*, 2020, vol. 80, art. no. 708, arXiv:2005.04025.

UDC 530.122

Structure and Stability of Dark Energy Stars in Rastall Theory of Gravity

Bhattacharjee Debadri^()*

debadriwork@gmail.com

Chattopadhyay Pradip Kumar

pkc_76@rediffmail.com

Cooch Behar Panchanan Barma University, India

Abstract. This work explores a novel singularity-free relativistic solution to the Einstein field equations, focusing on dark energy stars within the framework of Rastall gravity. The Low-Mass X-ray Binary (LMXB) 4U 1608-52, characterized by a mass of $1.74 M_{\odot}$ and a radius of 9.3 km (T. Güver et al., *Astrophys. J.* 712, 964 (2010)), is considered as a potential candidate for dark energy star. The analysis begins with the equation of state for dark energy, where its density is linearly related to an isotropic perfect fluid distribution via a coupling parameter α . To address the unknown constants within the model, the induced metric and extrinsic curvature tensors are computed at the stellar surface. A detailed investigation is conducted to examine how the physical properties of the model depend on the Rastall parameter ξ . Notably, the results reveal the possibility of a phase transition from a dark energy-dominated regime to a baryonic matter profile, influenced by both α and ξ . Additionally, the model evaluates the percentage of dark energy present by varying ξ , demonstrating that for a fixed ξ , the dark energy fraction is sensitive to the mass and radius of the star. The model satisfies the energy conditions and causality requirements, affirming its physical viability. Stability analysis further supports the stability of the stellar configuration. The graphical representations of physical parameters, alongside the theoretical results, indicate that the proposed model is non-singular and provides a realistic description of a stable stellar structure composed of both dark energy and baryonic matter.

УДК 524.85

Космологические решения с потенциалом Хиггса в скалярно-торсионной теории гравитации

Большакова Катерина Александровна^{1(*)}

bolshakova.ktrn@gmail.com

SPIN-код: 1734-7171

Червон Сергей Викторович^{1, 2, 3}

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-код: 8040-2820

¹ УлГПУ им. И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия³ КФУ, Казань, Россия

Аннотация. В работе получены космологические решения для модели с потенциалом Хиггса в сценариях степенной и промежуточной инфляции в рамках скалярно-торсионной теории гравитации. Найдены ограничения на параметры модели, позволяющие согласовать полученные решения с наблюдательными данными.

Ключевые слова: скалярно-торсионная теория гравитации, $f(T)$ -гравитация, потенциал Хиггса, степенная инфляция, промежуточная инфляция, космологические параметры

Введение. Настоящая работа посвящена исследованию инфляции с потенциалом Хиггса в скалярно-торсионной теории гравитации (или $f(T)$ -гравитации) [1]. На данный момент существует только одна работа, посвященная данному исследованию в рамках $f(T)$ -гравитации [2].

Методы и материалы; результаты. В данной работе рассматривается модель в скалярно-торсионной теории гравитации, описываемая следующим действием [1]:

$$s = \int d^4x \left[-\frac{1}{2} F(\varphi) T - \frac{1}{2} \omega(\varphi) \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \right], \quad (1)$$

где $e = \sqrt{-g}$ – тетрада, $F(\varphi), \omega(\varphi), V(\varphi)$ — произвольные функции скалярного поля φ , T – скаляр кручения. Фоновая геометрия описывается метрикой ФРУ с тетрадой $e_\mu^A = \text{diag}\{1, a(t), a(t), a(t)\}$. Уравнения космологической динамики, полученные варьированием действия (1) по тетраде, анализируются с использованием функции неминимального взаимодействия $F(\varphi(t)) = \left(\frac{H(t)}{\lambda}\right)^n$, где $\lambda > 0, n = \text{const}$. Уравнения для потенциала $V(\varphi)$ и кинетической функции $\omega(\varphi)$ имеют вид [1]:

$$V(\varphi) = \frac{H^n}{\lambda^n} (3H^2 + \dot{H}(1+n)), \frac{1}{2} \omega(\varphi) \dot{\varphi}^2 = - \left(\frac{H}{\lambda}\right)^n \dot{H}(1+n). \quad (2)$$

Кроме того, получены следующие уравнения [1]:

$$\dot{H} = \dot{H}(H), H(\varphi) = H(t). \quad (3)$$

Полученные уравнения (2) и (3) позволяют проводить анализ инфляционных решений. Зная, как параметр Хаббла меняется со временем $H(t)$, уравнения (3) позволяют найти его зависимость $H(\varphi)$. Значит можно определить вид потенциала скалярного поля $V(t)$ из (2) [1]. Теперь задаем правую часть в уравнении (2) для $V(t)$ как функцию от времени $T(1/t)$ [3], а левую часть уравнения (2) приравниваем к потенциалу Хиггса. Таким образом, можно получить эволюцию скалярного поля $\varphi(t)$ в условиях заданного параметра Хаббла и потенциала Хиггса.

В случае степенной инфляции с параметром Хаббла $H = m/t$, установлено, что для соответствия наблюдательным ограничениям параметр n должен находиться в диапазоне $-0.99 \leq n \leq -0.83$. Для модели промежуточной инфляции с параметром Хаббла $H = \frac{A\beta}{t^{(1-\beta)}}$, где $A > 0$ и $0 < \beta < 1$, получены следующие результаты: при $\beta = 0,999$ модель согласуется с наблюдательными данными в диапазоне $-17,479 \leq n \leq -1,1$, а при $\beta = 0,001$ — в диапазоне $-1 < n \leq -0,831$.

Заключение. Применение методов, представленных в работах [2, 3], дает возможность получения решений с потенциалом Хиггса для различных типов параметра Хаббла. В частности, модели степенной и промежуточной инфляции с неминимальной связью $F(\varphi(t)) = \left(\frac{H(t)}{\lambda}\right)^n$ и потенциалом Хиггса, демонстрируют удовлетворительное согласие с экспериментальными ограничениями.

Исследование выполнено в рамках Соглашения о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2025-066 от 16.01.2025, заключенным между ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» и Министерством просвещения Российской Федерации.

Список источников

- [1] Chervon S.V., Fomin I.V. Reconstruction of Scalar-Torsion Gravity Theories from the Physical Potential of a Scalar Field. *Symmetry*, 2023, no. 15, art. no. 291. <https://doi.org/10.3390/sym15020291>
- [2] Raatikainen S., Rasanen S. Higgs inflation and teleparallel gravity. *JCAP*, 2019, vol. 12, art. no. 021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.03488>
- [3] Fomin I.V., Chervon S.V., Tsyganov A.V. Generalized scalar-tensor theory of gravity reconstruction from physical potentials of a scalar field. *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, art. no. 350. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7893-y>

Cosmological Solutions with the Higgs Potential in Scalar-Torsion Gravity

Bolshakova Katerina Alexandrovna^{1(*)}

bolshakova.ktrn@gmail.com

SPIN-code: 1734-7171

Chervon Sergey Viktorovich^{1, 2, 3}

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-code: 8040-2820

¹ Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, Russia

² BMSTU, Moscow, Russia

³ Kazan Federal University, Kazan, Russia

Abstract. This study presents cosmological solutions for a model with the Higgs potential in the frameworks of power-law and intermediate inflation scenarios within the scalar-torsion theory of gravity. Constraints on the model parameters are obtained, ensuring the consistency of the derived solutions with observational data.

Keywords: scalar-torsion gravity, $f(T)$ -gravity, Higgs potential, power-law inflation, intermediate inflation, cosmological parameters

Introduction. This work is devoted to the study of inflation with the Higgs potential in the framework of scalar-torsion gravity (or $f(T)$ -gravity) [1]. To date, only one study has explored this issue within the $f(T)$ -gravity framework [2].

Methods and materials; results. The model under consideration in scalar-torsion gravity is described by the following action [1]:

$$S = \int d^4e \left[-\frac{1}{2}F(\varphi)T - \frac{1}{2}\omega(\varphi)\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - V(\varphi) \right], \quad (1)$$

where $e = \sqrt{-g}$ is the tetrad determinant, and $F(\varphi), \omega(\varphi), V(\varphi)$ are arbitrary functions of the scalar field φ , while T denotes the torsion scalar. The background geometry is described by the FLRW metric with the tetrad $e_\mu^A = \text{diag}\{1, a(t), a(t), a(t)\}$. The cosmological dynamics equations, obtained by varying the action (1) with respect to the tetrad, are analyzed using the nonminimal coupling function $F(\varphi(t)) = \left(\frac{H(t)}{\lambda}\right)^n$, where $\lambda > 0, n = \text{const}$. The equations for the potential $V(\varphi)$ and the kinetic function $\omega(\varphi)$ take the form [1]:

$$V(\varphi) = \frac{H^n}{\lambda^n} (3H^2 + \dot{H}(1+n)), \quad \frac{1}{2}\omega(\varphi)\dot{\varphi}^2 = -\left(\frac{H}{\lambda}\right)^n \dot{H}(1+n). \quad (2)$$

Additionally, the following equations are obtained [1]:

$$\dot{H} = \dot{H}(H), \quad H(\varphi) = H(t). \quad (3)$$

The obtained equations (2) and (3) allow for the analysis of inflationary solutions. Knowing how the Hubble parameter evolves over time $H(t)$, equations (3) enable us to determine its dependence $H(\varphi)$. Consequently, the scalar field poten-

tial $V(t)$ can be determined from (2) [1]. By expressing the right-hand side of equation (2) for $V(t)$ as a function of time $T(1/t)$ [3] and equating the left-hand side to the Higgs potential, we derive the evolution of the scalar field $\varphi(t)$ under the conditions of a given Hubble parameter and Higgs potential.

For the case of power-law inflation with the Hubble parameter $H = \frac{m}{t}$, it is established that to satisfy observational constraints, the parameter n must be in the range $-0.99 \leq n \leq -0.83$. For the intermediate inflation model, where $H = \frac{A\beta}{t^{(1-\beta)}}$ with $A > 0$ and $0 < \beta < 1$, the following results are obtained: When $\beta = 0,999$, consistency with observational data is achieved for $-17,479 \leq n \leq -1,1$, When $\beta = 0,001$, consistency is achieved for $-1 < n \leq -0,831$.

Conclusion. The methods presented in [2, 3] enable the derivation of solutions with the Higgs potential for various forms of the Hubble parameter. In particular, power-law and intermediate inflation models with a nonminimal coupling $F(\varphi(t)) = \left(\frac{H(t)}{\lambda}\right)^n$ and the Higgs potential demonstrate satisfactory agreement with experimental constraints.

This research was carried out within the framework of the Agreement on the provision of a subsidy from the federal budget for the financial support of the execution of the state task for the provision of public services (execution of works) No. 073-03-2025-066 dated 16.01.2025, concluded between Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov and the Ministry of Education of the Russian Federation.

References

- [1] Chervon S.V., Fomin I.V. Reconstruction of Scalar-Torsion Gravity Theories from the Physical Potential of a Scalar Field. *Symmetry*, 2023, no. 15, art. no. 291. <https://doi.org/10.3390/sym15020291>
- [2] Raatikainen S., Rasanen S. Higgs inflation and teleparallel gravity. *JCAP*, 2019, vol. 12, art. no. 021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.03488>
- [3] Fomin I.V., Chervon S.V., Tsyganov A.V. Generalized scalar-tensor theory of gravity reconstruction from physical potentials of a scalar field. *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, art. no. 350. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7893-y>

УДК 530.22

Эффекты неустойчивости вакуума в асимметричном электрическом поле

*Бреев Александр Игоревич¹*breev@mail.tsu.ru
SPIN-код: 6816-6790*Гаврилов Сергей Петрович²*gavrilovsergeyp@yahoo.com
SPIN-код: 5762-0816*Гитман Дмитрий Максимович³*dmitrygitman@hotmail.com
SPIN-код: 9346-2220¹ НИ ТГУ, Томск, Россия² РГПУ им. А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия³ ФИАН, Москва, Россия

Аннотация. Найдены решения для асимметричного потенциала неоднородного электрического поля, заданного гладкой функцией. С помощью непертурбативного формализма КЭД с интенсивным неоднородным электрическим полем сформированы полные наборы решений, которые описывают начальные и финальные состояния частиц и античастиц. Что позволило исследовать основные характеристики неустойчивости вакуума в рассматриваемом электрическом поле и сравнить их с соответствующими характеристиками неустойчивости вакуума в известных точно решаемых случаях. Проанализирована зависимость числа рожденных пар от параметра, определяющего форму аналитического асимметричного электрического поля.

Ключевые слова: КЭД сильного поля, неустойчивость вакуума, эффект Швингера, уравнение Дирака, преобразование Дарбу

Введение. Для квантовых эффектов сильного поля, таких как рождение пар из вакуума, возможность выполнения вычислений существенно зависит от структуры внешних полей.

В тех случаях, когда квазиклассическое приближение не работает, наиболее надежным является подход, сформулированный в рамках квантовой теории интенсивного поля, в частности, для КЭД. В этом подходе непертурбативные вычисления опираются на точные решения релятивистских волновых уравнений с внешним полем [1]. Фактически, однако, известно лишь несколько точно-решаемых случаев, хотя бы приближенно соответствующих реалистическим ситуациям. Таким образом, возникает задача построения новых точных решений уравнения Дирака в интенсивных внешних полях, решение которой позволило бы расширить класс точно решаемых случаев в КЭД, а также и КТП в искривленном пространстве-времени.

Методы и материалы; результаты. Для исследования эффекта рождения пар внешним электрическим полем используется общий формализм и методы квантовой теории поля, в частности, картина Фарри для КЭД

с внешними полями, нарушающими стабильность вакуума [1]. Для построения точных решений уравнения Дирака применяется метод разделения переменных и метод обобщенного преобразования Дарбу. Что позволило построить новую точно решаемую модель в КЭД сильного электрического асимметричного поля, заданного аналитическим по форме потенциалом [2].

Заключение. Непертурбативно проанализировано влияние асимметрии электрического поля на эффекты нестабильности вакуума, в частности показано, что существенно меняется поведение средних дифференциальных чисел рожденных пар по сравнению с их поведением в случае симметричного электрического поля типа Заутера. Исследована нестабильность вакуума в медленно меняющемся поле. Показано, что в достаточно широком диапазоне импульсов дифференциальные средние числа рождающихся пар не зависят от формы аналитического асимметричного электрического поля и совпадают с теми, которые создаются постоянным электрическим полем. Проведено сравнение общего среднего числа рожденных пар в режиме медленно меняющегося поля с оценкой, полученной в приближении универсального медленно меняющегося поля.

Список источников

- [1] Гитман Д.М., Фрадкин Е.С., Шварцман Ш.М. *Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом*. Москва, Наука, 1991, 296 с.
- [2] Breev A.I., Gavrilov S.P., Gitman D.M., Shishmarev A.A. Vacuum instability in time-dependent electric fields: New example of an exactly solvable case. *Physical Review D*, 2021, vol. 104, art. no. 076008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.076008>

Effects of Vacuum Instability in Asymmetric Electric Field

Breev Alexander Igorevich¹

breev@mail.tsu.ru

Gavrilov Sergey Petrovich²

gavrilovsergeyp@yahoo.com

Gitman Dmitry Maksimovich³

dmitrygitman@hotmail.com

¹ TSU, Tomsk, Russia

² Herzen University, St. Petersburg, Russia

³ LPI, Moscow, Russia

Abstract. Solutions have been found for the asymmetric potential of the heterogeneous electric field, given by a smooth function. With the help of non-perturbative formalism QED with intense heterogeneous electric field complete sets of solutions are formed, which describe initial and final states of particles and antiparticles. Which made it possible to study the main characteristics of vacuum instability in the electric field under consideration and to compare them with corresponding characteristics of vacuum instability in known

precisely solved cases. The dependence of the number of created pairs on the parameter defining the form of an analytical asymmetric electric field was analyzed.

Keywords: QED strong fields, vacuum instability, Schwinger effect, Dirac equation, Darby transformation

Introduction. For strong-field quantum effects, such as the creation of a pair from a vacuum, the ability to perform calculations depends significantly on the structure of the outer fields.

In cases where the quasi-classical approximation does not work, the most reliable approach is the one formulated within the framework of SFQFT, in particular for SFQED. In this approach, non-perturbative computations rely on the precise solutions of relativistic wave equations with an external field [1]. In fact, however, only a few well-defined cases are known, even if they are close to realistic situations. Thus, there is the problem of constructing new exact solutions of Dirac equation in intense external fields, which solution would allow to expand the class of exactly solved cases in QED as well as in QFT in curved space-time.

Methods and materials; results. To study the effect of pair production by an external electric field, the general formalism and methods of quantum field theory are used, in particular, the Furry picture for QED with external fields that violate the stability of the vacuum [1]. To construct exact solutions of the Dirac equation, the method of separation of variables and the method of generalized Darboux transformation are used. This made it possible to construct a new exactly solvable model in QED of a strong electric asymmetric field specified by a potential of analytical form [2].

Conclusion. The influence of the electric field asymmetry on the effects of vacuum instability is analyzed nonperturbatively. In particular, it is shown that the behavior of the average differential numbers of produced pairs changes significantly compared to their behavior in the case of a symmetric electric field of the Sauter type. The instability of the vacuum in a slowly varying field is investigated. It is shown that in a sufficiently wide range of momenta, the differential average numbers of produced pairs do not depend on the shape of the analytical asymmetric electric field and coincide with those created by a constant electric field. A comparison is made of the total average number of produced pairs in the slowly varying field regime with the estimate obtained in the approximation of a universal slowly varying field.

References

- [1] Fradkin E.S., Gitman D.M., Shvartsman, S.M., Gitman, D.M. *Quantum electrodynamics: with unstable vacuum*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991, 288 p.
- [2] Breev A.I., Gavrilov S.P., Gitman D.M., Shishmarev A.A. Vacuum instability in time-dependent electric fields: New example of an exactly solvable case. *Physical Review D*, 2021, vol. 104, art. no. 076008. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.076008>

УДК 524.882

Электрон как черная дыра Керра — Ньюмана с излучением

Буринский Александр Янович

Burinskii@mail.ru

ИБРАЭ РАН, Москва, Россия

Аннотация. Решение Керра — Ньюмана (КН) для заряженной и сверхвращающейся черной дыры модифицируется в многолистное решение, которое не только потребляет массу-энергию как черная дыра, но также излучает классическое электромагнитное (ЭМ) и гравитационное поле, обобщая известную классическую модель электрона Картера — Израэля — Лопеза. При этом электрон КН приобретает топологию бутылки Кляйна со сверхпроводящим вакуумным ядром, окруженным петлями Вильсона, порождающими классическую струнную систему, квантуемую по Бору — Зоммерфельду.

Ключевые слова: Керра — Ньюмана, классическая гравитация, классическая струна, сверхпроводимость, суперсимметрия, ядро электрона, петли Вильсона, магнитный монополюс

Введение. В недавней работе [1] классическое решение Керра — Ньюмана (КН) для заряженной и супервращающейся черной дыры было модифицировано в многолистное, решение, которое не только потребляет массу-энергию как черная дыра, но может также испускать электромагнитное (ЭМ) поле с некоторого белого листа КН. Это изменяет структуру электрона КН, описанную Б. Картером [2], В. Израилем [3] и К. Лопезом [4], и выделяет в структуре электрона три области: две чисто классические зоны «прошлого» и «будущего» и одну смешанную зону, общую для прошлого и будущего, которая отождествляется с суперсимметричным и сверхпроводящим вакуумным ядром электрона.

Методы и материалы; результаты. Анализируя область будущего в модели однолистного электрона В. Израэля, мы представляем ее проективным отображением небесной сферы с Северного полюса на экваториальную плоскость решения КН, где она ограничивается сингулярной кольцевой струной, границей релятивистски вращающегося диска в системе «собственного времени — s » ядра электрона КН см. [5]. Аналогичная проекция с Южного полюса небесной сферы дает проективную интерпретацию зоны будущего, и вместе они образуют двулистную кольцевую струну КН — ленту Мебиуса, соединяющую северную и южную проекцию на краю релятивистски вращающегося ядра решения КН в единую топологию бутылки Клейна. При этом, лента Мебиуса интерпретируется как классическая сингулярная кольцевая струна КН, которая имеет (уменьшенный на 2π) радиус Комптона

$$a = \frac{\hbar}{2mc} \quad (1)$$

и несет бесконечный избыток массы-энергии, требующий регуляризации.

Две струнные петли ЕМ потенциала $\delta^\pm(\text{string})$, связаны со входящим и выходящим листом решения КН и представляют собой расщепление векторного потенциала фотона, захваченного гравитационным полем на кольцевую орбиту. Фотон (как и гравитационное поле) распространяется по сингулярному кольцу Керра со скоростью света c , и его траектория описывается как окружность в координатах Минковского (x, y, z, t) , а наблюдается в координатах собственного времени [5] (пар. 2, пар. 89) [6] с интервалом

$$d\tau = \frac{ds}{c} = dt \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (2)$$

При $v = c$ струна стягивается в кольцо нулевого радиуса — в квантовую точку согласно (2).

Таким образом, квантовая дуальность волны-частицы оказывается чисто координатным эффектом, связанным с наблюдением безмассовой релятивистской струны. В частности, рассмотренная Израэлем сингулярная кольцевая струна радиуса Комптона a несет массу-энергию электрона m , а также огромный угловой момент $J = \hbar/2 = am$, который можно представить как аксиальный вектор состояния $\hbar/2 = m[a \times \partial/\partial\varphi]$ в направлении спина.

Волновая функция в представлении Гейзенберга $\psi_H(t)$ связана с функцией Шредингера унитарным преобразованием [7]

$$\psi_s(t) = e^{-iHt} \psi_H(0), \quad (3)$$

которое показывает, что унитарный множитель e^{-iHt} вращает вектор состояния Гейзенберга ψ_H , с угловой скоростью $\omega/2 = \hbar/2 = mac$ (согласно (1)), реализуя объединение модели пилотной волны де Бройля с квантовой точечной частицей Шредингера.

Уравнения Эйнштейна — Максвелла для решения КН были проинтегрированы в [8], и метрика КН была представлена в виде $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + 2he_\mu^3 e_\nu^3$, где функция h имеет вид

$$h = \frac{(m - e^2/2r)r}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}. \quad (4)$$

Метрика регуляризуется обрезанием при $h < 0$, когда масса-энергия ЕМ поля $m(r_e) = U(r_e)$, создаваемая запаздывающим потенциалом кольцевого источника радиуса r_e , начинает превышать энергию гравитационного поля. Соответствующее регуляризованное ядро электрона КН несколько удаляется от сингулярного кольца, и приобретает толщину $\delta_r \approx a/137$. Потенциал ЕМ поля растекается по поверхности ядра, концентрируясь на остром крае в виде двух $\delta^\pm(\text{string})$ распределений — петель Вильсона, с направлением возрастания потенциала вдоль кольцевой струны. Петли Вильсона делают вакуумное ядро электрона суперсимметричным и сверхпроводящим, порождая в ядре кольцевые токи, формирующие электрон КН как магнитно-связанную пару монополя и антимонполя.

Заключение. Классическое решение КН описывает взаимодействие гравитации с ЭМ полем, и представляет собой сингулярную кольцевую струну комптоновского радиуса (1), требующую регуляризации.

Струна КН является релятивистской и безмассовой, и в координатах собственного времени наблюдателя, она сжимается в квантовую точку согласно (2) и (3), объясняя природу дуализма волны-частицы.

Северная полусфера с краем на северной стороне листа Мебиуса склеивается с южной полусферой по южному краю листа Мебиуса на границе диска, как две половинки бутылки Кляйна.

Регуляризованное решение КН описывает две классические области «прошлого» и «будущего», а также третью область — суперсимметричное и сверхпроводящее ядро электрона, где смешиваются прошлое и будущее, генерируя общую топологию инстантона.

Список источников

- [1] Буринский А.Я., Решение Керра — Ньюмана Объединяет Гравитацию с Квантовой Теорией. *Успехи Физических Наук*, 2024, т. 194, № 10, с. 1095–1107.
- [2] Carter B. Global structure of the Kerr family of gravitational fields. *Phys. Rev.*, 1968, vol. 174, art. no. 1559.
- [3] Israel W. Source of the Kerr metric. *Phys. Rev. D*, 1970, no. 2, art. no. 641.
- [4] Lopez C.A. An Extended Model of the Electron in General Relativity. *Phys. Rev. D*, 1984, vol. 30, art. no. 313.
- [5] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields. Vol. 2: Course of Theoretical Physics*. Pergamon Press, 1973, 412 p.
- [6] Punshly B. A physical interpretation of the Kerr solution. *J. Math. Phys.*, 1985, vol. 26, art. no. 1728.
- [7] Bjorken J.D., Drell S.D. *Relativistic Quantum Fields. Vol. 2*. McGraw-Hill Book Company, 1965.
- [8] Debney G.C., Kerr R.P., Schild A.J. Solutions of the Einstein and Einstein-Maxwell Equations. *Math. Phys.*, 1969, vol. 10, art. no. 1842.

Electron as a Radiating Kerr-Newman Black Hole

Burinskii Alexander

Burinskii@mail.ru

IBRAE RAS Moscow, Russia

Abstract. The Kerr-Newman (KN) solution for a charged and superrotating black hole is modified into a multisheet solution that not only consumes mass-energy like a black hole but also emits classical electromagnetic (EM) and gravitational fields, generalizing the well-known classical Carter-Israel-Lopez model of the electron KN. The modified KN electron acquires topology of a Klein bottle with a disk-like superconducting vacuum core surrounded by Wilson loops, leading to a classical ring string system quantized by Bohr-Sommerfeld method.

Keywords: Kerr-Newman solution, classical gravity, classical string, superconductivity, supersymmetry, electron core, Wilson loops, magnetic monopole-antimonopole pair

Introduction. In a recent paper [1], the classical Kerr-Newman (KN) solution for a charged and superrotating black hole was modified into a multi-sheet solution, which not only consumes mass-energy like a black hole but can also emit an electromagnetic (EM) field from some white sheet of the KN. This modifies the KN electron structure described by B. Carter [2], V. Israel [3], and C. Lopez [4] and distinguishes three regions in the electron structure: two purely classical “past” and “future” regions and one mixed region common to both past and future, which is identified with the supersymmetric and superconducting vacuum core of the electron.

Methods and materials; results. Analyzing the future region in the model of the single-sheet electron of W. Israel, we represent it as a projective mapping of the celestial sphere from the North Pole to the equatorial plane of the KN solution, where the future region is bounded by a singular ring string forming the boundary of a relativistically rotating disk in the system of proper time “s” (see [5], par. 2, 89). A similar projection from the South Pole of the celestial sphere gives a projective interpretation of the future region, and together they form a two-sheeted ring string of KN -- a Möbius strip connecting the northern and southern projections at the edge of the relativistically rotating core of the KN solution into a single topology of the Klein bottle. In this case, the Möbius strip is interpreted as a classical singular ring string KN, which has (reduced by 2π) the Compton radius

$$a = \frac{\hbar}{2mc} \quad (1)$$

carries an infinite excess of mass-energy, requiring regularization.

Two string loops of the EM potential $\delta\pm(\text{string})$ are associated with the incoming and outgoing sheets of the KN solution and represent a splitting of the vector potential of a photon captured by the gravitational field into a ring orbit. The photon (as well as the gravitational field) propagates along the Kerr singular ring with the speed of light c , and its trajectory is described as a circle in Minkowski coordinates (x, y, z, t) , and is observed in the coordinates of proper time [5] (par. 89) [6] with an interval

$$d\tau = \frac{ds}{c} = dt \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (2)$$

When $v = c$, the string contracts into a ring of zero radius — into a quantum dot according to (2).

Thus, the quantum duality of the particle wave turns out to be a purely coordinate effect associated with the observation of a massless relativistic string. In particular, the singular ring string of Compton radius a considered by Israel carries the electron mass-energy m , as well as a huge angular momentum $J = \hbar/2 = am$, which can be represented as an axial state vector $\hbar/2 = m[a \times \partial/\partial\varphi]$ in the direction of the spin.

The Heisenberg wave function $\psi_H(t)$ is related to the Schrödinger function by the unitary transformation [7]

$$\psi_s(t) = e^{-iHt}\psi_H(0), \quad (3)$$

which shows that the unitary factor e^{-iHt} rotates the Heisenberg state vector $\psi_H(0)$, with the angular velocity $\omega/2 = \hbar/2 = mac$ (according to (1)), realizing the unification of the de Broglie pilot wave model with the Schrödinger quantum point particle.

The Einstein-Maxwell equations for the solution of the KH were integrated in [8], and the KH metric was represented as $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + 2he_\mu^3 e_\nu^3$, where the function h has the form

$$h = \frac{(m - e^2/2r)r}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}. \quad (4)$$

The metric is regularized by cutting off singular part at $h < 0$, when the mass-energy of the EM field $m(r_e) = U(r_e)$, created by the retarded potential of a ring source of radius r_e , begins to exceed the energy of the gravitational field. The corresponding regularized core of the KH electron moves away from the singular ring somewhat and acquires a thickness $\delta r \approx a/137$. The EM field potential spreads over the surface of the core, concentrating on the sharp edge in the form of two $\delta \pm$ (string) distributions — Wilson loops, where the potential increases along the ring string being and is quantized according the Bohr-Sommerfeld quantization. Wilson loops make the vacuum core of the electron supersymmetric and superconducting, generating ring currents in the core, which form the KH electron as a magnetically coupled pair of a monopole and an antimonopole.

Conclusion. The classical KN solution is based on interaction of gravity with the EM field, and forms a singular ring string of Compton radius (1) requiring regularization.

The KN ring string is relativistic and massless, and in the observer's proper time coordinates, it is compressed into a quantum point according to (2) and (3), giving rise to wave-particle duality.

The KN string carries the topology of the Möbius strip, which in the multish-eet KN solution folds with the second coil of the strip, gluing two parts of the Klein bottle together.

The regularized KN solution describes two classical regions, the past and future, and a mixing region of past-future that is supersymmetric and superconducting, giving rise to an instanton topology.

References

- [1] Burinskii A. Kerr-Newman solution unites gravitation with quantum theory. *Phys. Uspekhi*, 2024, vol. 67, no. 10, pp. 1034–1045.
- [2] Carter B. Global structure of the Kerr family of gravitational fields. *Phys. Rev.*, 1968, vol. 174, art. no. 1559.

- [3] Israel W. Source of the Kerr metric. *Phys. Rev. D*, 1970, no. 2, art. no. 641.
- [4] Lopez C.A. An Extended Model of the Electron in General Relativity. *Phys. Rev. D*, 1984, vol. 30, art. no. 313.
- [5] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields. Vol. 2: Course of Theoretical Physics*. Pergamon Press, 1973, 412 p.
- [6] Punsly B. A physical interpretation of the Kerr solution. *J. Math. Phys.*, 1985, vol. 26, art. no. 1728.
- [7] Bjorken J.D., Drell S.D. *Relativistic Quantum Fields. Vol. 2*. McGraw-Hill Book Company, 1965.
- [8] Debney G.C., Kerr R.P., Schild A.J. Solutions of the Einstein and EinsteinMaxwell Equations. *Math. Phys.*, 1969, vol. 10, art. no. 1842.

UDC 530.12

Synergies between earthbound and space gravitational wave detectors

Cella Giancarlo

giancarlo.cella@pi.infn.it

INFN Sez. Pisa, Pisa, Italy

Abstract. The usual approach for the search of a stochastic background of gravitational waves relies on correlating data from different detectors that share common sensitivity bands. This method leverages the overlapping frequency ranges to enhance the signal-to-noise ratio and improve detection confidence. However, here an alternative approach will be explored: detecting and characterizing a stochastic background using a network of detectors with non-overlapping sensitivity bands, such as the Einstein Telescope (ET) and the Laser Interferometer Space Antenna (LISA). We will delve into the theoretical and practical conditions under which this method is viable, including the mathematical framework for cross-correlating data from detectors operating in different frequency ranges. The role of the non-Gaussianity of the stochastic background will be a focal point, as non-Gaussian features can provide additional information about the sources and the nature of the background. We will discuss how non-Gaussian statistics can be used to distinguish between different types of stochastic backgrounds, such as those arising from astrophysical sources like binary black hole mergers and those from cosmological sources like primordial gravitational waves.

Keywords: gravitational waves, stochastic background, data analysis, detection, Gaussian statistic

Introduction. Detecting a stochastic background of gravitational waves involves several sophisticated techniques and methodologies. The most common method used is cross-correlation statistic. It involves correlating the data from multiple detectors to enhance the signal-to-noise ratio. By comparing the signals from different detectors, it is possible to identify common patterns that indicate the presence of a stochastic background [1]. Both Bayesian and frequentist statistical methods are employed to analyze the data. Bayesian methods use prior probability distributions to update the likelihood of a signal being present, while frequentist methods rely on the frequency of observed data to make inferences [1].

Conventional methods for detecting a stochastic background of gravitational waves involve correlating data from multiple detectors that operate within overlapping sensitivity bands. This technique takes advantage of the shared frequency ranges to boost the signal-to-noise ratio, thereby enhancing the confidence in detection. In this presentation an innovative approach is introduced: detecting and characterizing a stochastic background using a network of detectors with non-overlapping sensitivity bands, such as the Einstein Telescope (ET) and the Laser Interferometer Space Antenna (LISA).

Methods and materials; results. Starting from [2, 3], where “importance sampling” is used to determine relevant statistical parameters, the theoretical and practical conditions necessary for a multiband detection method to be effective will be investigated. A mathematical framework for cross-correlating data from detectors that operate in different frequency ranges will be presented. A key aspect of this approach is the consideration of the non-Gaussianity of the stochastic background. Non-Gaussian features can reveal additional information about the sources and the nature of the background. We will discuss how non-Gaussian statistics can be employed to improve detection and parameter estimation, and to differentiate between various types of stochastic backgrounds, such as those originating from astrophysical sources like binary black hole mergers and those from cosmological sources like primordial gravitational waves. The case of an astrophysical stochastic background generated by a superposition of multi-band gravitational waves will be considered in detail. Multi-band gravitational waves refer to gravitational wave signals that can be detected across multiple frequency bands by different observatories. These waves originate from astrophysical sources, such as binary black hole mergers, neutron star collisions, and extreme mass-ratio inspirals.

The significance of multi-band gravitational wave astronomy [4, 5] in the case of a resolved source lies in its ability to track the evolution of compact binary systems over extended periods. For example, a binary black hole system first detected in the millihertz range by LISA could later be observed in the hertz range by LIGO/Virgo. This allows for more precise parameter estimation, better constraints on general relativity, and insights into black hole formation and population dynamics [6–8]. Multi-band observations also help test modifications to gravity theories, as deviations from general relativity might be more pronounced at different frequencies. As future detectors like the Einstein Telescope and Cosmic Explorer become operational, multi-band gravitational wave astronomy is expected to play a crucial role in advancing our understanding of the universe. It will be shown that these advantages can be generalized in the case of unresolved sources (stochastic background) in a way which depends on the level of non-Gaussianity.

Conclusion. The possibility of improving the detection and the characterization of a stochastic background of gravitational waves on a multi-band detector is connected to the non Gaussianity of the background. For a Gaussian stochastic background measurement on different bands are essentially statistically independent. When non-Gaussian contributions are present, it is possible to take advantage of them to extract relevant information from a multiband analysis. We think that conceptually the same approach could be used for multimessenger observations of backgrounds, but details still need to be investigated.

References

- [1] Romano J.D., Cornish N.J. Detection methods for stochastic gravitational-wave backgrounds: a unified treatment. *Living Rev Relativ*, 2017, vol. 20. <https://doi.org/10.1007/s41114-017-0004-1>

-
- [2] Buscicchio R., Ain A., Ballelli M., Cella G., Patricelli B. Detecting non-Gaussian gravitational wave backgrounds: A unified framework. *Physical Review D*, 2023, vol. 107 (6), art. no. 063027. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.063027>
 - [3] Ballelli M., Buscicchio R., Patricelli B., Ain A., Cella G. Improved detection statistics for non-Gaussian gravitational wave stochastic backgrounds. *Physical Review D*, 2023, vol. 107 (12), art. no. 124044. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.124044>
 - [4] Sesana A. The promise of multi-band gravitational wave astronomy. *Physical Review Letters*, 2016, vol. 116 (23), art. no. 231102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.231102>
 - [5] Sesana A. Prospects for multiband gravitational-wave astronomy after GW150914. *Physical Review Letters*, 2016, vol. 116, art. no. 231102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.231102>
 - [6] Grimm S., Harms J. Multiband gravitational-wave parameter estimation: A study of future detectors. *Physical Review D*, 2020, vol. 102, art. no. 022007. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.022007>
 - [7] Vitale S. Multiband gravitational-wave astronomy: Parameter estimation and tests of general relativity with space-and ground-based detectors. *Physical Review Letters*, 2016, vol. 117, art. no. 051102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.051102>
 - [8] Baker T. et al. Testing gravitational wave propagation with multiband detections. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023, vol. 03, art. no. 044. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/03/044>
 - [9] Carson Z., Yagi K. Multi-band gravitational wave tests of general relativity. *Classical and Quantum Gravity*, 2019, vol. 36 (21), art. no. 215007. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab5c9a>
 - [10] Gupta A. et al. Multiparameter tests of general relativity using multiband gravitational-wave observations. *Physical Review Letters*, 2020, vol. 125, art. no. 201101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.201101>
 - [11] Colpi M., Sesana A. *Gravitational wave sources in the era of multi-band gravitational wave astronomy. Astrophysics and Space Science Library*. Springer, 2017. https://doi.org/10.1142/9789813141766_0002
 - [12] Gerosa D. et al. Multiband gravitational-wave event rates and stellar physics. *Physical Review D*, 2019, vol. 99, art. no. 103004. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.103004>
 - [13] Isoyama S., Nakano H. Observing binary inspirals with a decihertz detector, B-DECIGO. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2018, vol. 7, art. no. 073E01. <https://doi.org/10.1093/ptep/pty063>
 - [14] Ng K.K.Y. et al. Multiband gravitational-wave searches for ultralight bosons. *Physical Review D*, (2020), vol. 102, art. no. 083020. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.083020>

УДК 524.8

Метод согласования теоретических предсказаний спектральных космологических параметров с данными наблюдений в обобщенной скалярно-торсионной гравитации

Чаадаева Татьяна Игоревна

t.i.chaadaeva@gmail.com

SPIN-код: 8140-0727

ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», Ульяновск, Россия

Аннотация. Рассмотрен метод согласования теоретических предсказаний спектральных космологических параметров с данными наблюдений в скалярно-торсионной гравитации с неминимальной связью кручения и скалярного поля на основе степенной параметризации связи функции неминимального взаимодействия и параметра Хаббла. Получена зависимость тензорно-скалярного отношения r от спектрального индекса скалярных возмущений $n_s - r(1 - n_s)$. Найдены значения констант связи модели и тензорно-скалярного отношения r при заданном значении спектрального индекса скалярных возмущений n_s и спектра мощности скалярных возмущений P_s .

Ключевые слова: скалярно-торсионная гравитация, вселенная Фридмана, спектральные космологические параметры, тензорно-скалярное отношение, спектральный индекс скалярных возмущений

Введение. Рассматриваются гравитационные уравнения скалярно-торсионной гравитации [1] с заданным набором функций $F(\phi)$, $P(\phi, X)$, $G(\phi, X)$, параметром Хаббла H , скалярным полем ϕ , к которым применяются условия режима медленного скатывания, позволяющие определить потенциал скалярного поля $V(\phi)$. Применяя к выбранной модели метод поиска теоретических предсказаний спектральных космологических параметров [1], найдена зависимость $r(1 - n_s)$. Далее найдены значения тензорно-скалярного отношения, соответствующие наблюдательным ограничениям [3], константы связи, входящие в функции лагранжиана при выборе вида параметра Хаббла и скалярного поля.

Методы и материалы; результаты. Лагранжиан скалярно-торсионной гравитации [1] $L = \left[\frac{1}{2} F(\phi) T + P(\phi, X) - G(\phi, X) \phi \right]$ включает ряд функций скалярного поля, которые выбраны следующим образом: $F(\phi) = \left(\frac{H}{F_*} \right)^n$, n , F_* — произвольные константы связи; $P(\phi, X) = -\omega X + V$, где ω , V , X — функции скалярного поля, причем $X := -\frac{(\partial\phi)^2}{2}$; $G(\phi, X) = \gamma X$, где γ — константа связи, T — скаляр кручения. В метрике Фридмана — Робертсона — Уокера получены гравитационные уравнения и найдены их точные инфляционные решения при некотором выборе скалярного поля и параметра Хаббла [2]. Следуя методу, изложенному в работе [1], для степенной эволюции пара-

метра Хаббла и линейного по времени скалярного поля найдена зависимость $r(1 - n_s) = 1/(-2 + \frac{n}{m}(1 - n_s))$. При числе e -фолдов $N = 60$ и спектральном индексе скалярных возмущений $n_s = 0,9663$ тензорно-скалярное отношение равно $r = 0,017$, что соответствует

Заключение. В применяемый метод вносились некоторые изменения. В частности, использовалось значение функции ω из точных решений гравитационных уравнений модели [2]. Кроме того, планируется применить используемый метод для согласования теоретических предсказаний спектральных космологических параметров при различных выборах параметра Хаббла и вида скалярного поля, соответствующие точным решениям, изложенным в работе [2].

Автор выражает благодарность профессору Сергею Викторовичу Червону и профессору Игорю Владимировичу Фомину за активное участие в обсуждении результатов и проявленный интерес к теме исследования. Их ценные рекомендации и советы способствовали более качественному выполнению исследования.

Список источников

- [1] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G., Videla N., Saavedra J. Slow-roll inflation in generalized scalar-torsion gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019, vol. 2019, no. 08, art. no. 029. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2019/08/029>
- [2] Чаадаева Т.И., Червон С.В., Фомин И.В. Точные космологические решения скалярно-торсионной гравитации с полем самодействия галилеонного типа. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2024, № 1, с. 110–115. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.110-115>
- [3] Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023, vol. 2023, no. 04, art. no. 062. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/062>

Method for Matching Theoretical Predictions of Spectral Cosmological Parameters with Observational Data in Generalized Scalar-Torsion Gravity

Chaadaeva Tatyana Igorevna

t.i.chaadaeva@gmail.com

SPIN-code: 8140-0727

ULSPU, Ulyanovsk, Russia

Abstract. The method for reconciling theoretical predictions of spectral cosmological parameters with observational data in scalar-torsion gravity with non-minimal coupling of torsion and scalar fields was examined. This was based on a power parameterization of the relationship between the function of non-minimal interaction and the Hubble parameter. A dependence of the tensor-scalar ratio r on the spectral index of scalar perturbations n_s —

$r(1 - n_s)$. The values of the coupling constants of the model and the tensor-scalar ratio r were found for a given value of the spectral index of scalar perturbations n_s and the scalar perturbation power spectrum P_s .

Keywords: scalar-torsion gravity, Friedman universe, spectral cosmological parameters, tensor-scalar ratio, spectral index of scalar perturbations

Introduction. The gravitational equations of scalar-torsion gravity [1] are considered with a specified set of functions $F(\phi)$, $P(\phi, X)$, $G(\phi, X)$, the Hubble parameter H , and the scalar field ϕ , to which slow-roll conditions are applied, allowing for the determination of the scalar field potential $V(\phi)$. By applying the method of searching for theoretical predictions of spectral cosmological parameters [1] to the chosen model, the dependence $r(1 - n_s)$ was found. Furthermore, values of the tensor-scalar ratio corresponding to observational constraints were obtained [3], along with coupling constants that enter the Lagrangian functions when selecting the forms of the Hubble parameter and the scalar field.

Methods and materials; results. The Lagrangian of scalar-torsion gravity [1] is given by $L = \left[\frac{1}{2} F(\phi) T + P(\phi, X) - G(\phi, X) \phi \right]$, which includes a number of functions of the scalar field chosen as follows: $F(\phi) = \left(\frac{H}{F_*} \right)^n$, where n , and F_* are arbitrary coupling constants; $P(\phi, X) = -\omega X + V$, where ω , V , X are functions of the scalar field, with $X := -\frac{(\partial\phi)^2}{2}$; and $G(\phi, X) = \gamma X$, where γ is a coupling constant. Here, T represents the scalar of torsion. In the Friedmann-Robertson-Walker metric, the gravitational equations have been obtained, and their exact inflationary solutions have been found for a certain choice of scalar field and Hubble parameter [2]. Following the method outlined in work [1], for the power-law evolution of the Hubble parameter and a linearly time-dependent scalar field, the dependence $r(1 - n_s) = 1/(-2 + \frac{n}{m}(1 - n_s))$ has been derived. With the number of e-folds $N = 60$ and the spectral index of scalar perturbations $n_s = 0,9663$, the tensor-scalar ratio is $r = 0,017$, which corresponds to observational constraints [3]. At the same time, the values of n and m are also calculated.

Conclusion. The method applied underwent some modifications. Specifically, the value of the function ω from the exact solutions of the gravitational equations in model [2] was used. Furthermore, it is planned to apply the utilized method to reconcile theoretical predictions of the spectral cosmological parameters under different choices of the Hubble parameter and types of scalar fields corresponding to the exact solutions presented in work [2].

The author expresses gratitude to Professor Sergey Viktorovich Chervon and Professor Igor Vladimirovich Fomin for their active participation in discussing the results and their interest in the research topic. Their valuable recommendations and advice contributed to the higher quality of the research.

References

- [1] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G., Videla N., Saavedra J. Slow-roll inflation in generalized scalar-torsion gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019, vol. 2019, no. 08, art. no. 029. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2019/08/029>
- [2] Chaadaeva T.I., Chervon S.V., Fomin I.V. Exact cosmological solutions of scalar-torsion gravity with a self-interacting field of the Galilean type. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 110–115. (In Russ). <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.110-115>
- [3] Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023, vol. 2023, no. 04, art. no. 062. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/062>

UDC 530.122

The impact of finite strange quark mass $m_s \neq 0$ and baryon number density n on the stability and maximum mass of strange stars

Chattopadhyay Pradip Kumar^(*)

pkc_76@rediffmail.com

SPIN-code: 1234-5678

Bhattacharjee Debadri

debadriwork@gmail.com

Cooch Behar Panchanan Barma University, India

Abstract. This study examines the effects of a non-zero strange quark mass m_s and baryon number density n on the structural properties, stability, and maximum mass of strange stars. An exact relativistic solution to the Einstein field equations is derived using the Tolman-IV metric potential and a modified MIT bag model equation of state (EoS), $p_r = \frac{1}{3}(\rho - 4B')$, where B' depends on the bag constant B , m_s , and n . Here, B represents the difference between perturbative and non-perturbative vacuum energy. According to CERN's findings, transition from hadronic matter to Quark-Gluon Plasma (QGP) can occur at high densities under favourable conditions. The standard MIT bag model, which assumes constant B , cannot adequately describe this transition. Incorporating a finite m_s and employing Wood-Saxon parametrization for B , which depends on n , provides a more realistic EoS capable of addressing this phase transition. As m_s increases, the EoS becomes softer, influencing the solutions of the TOV equations. For $m_s = 0$, the maximum mass is $2.01 M_\odot$ having radius of 10.96 Km when $n = 0.66 fm^{-3}$. For $m_s = 50$ and $100 MeV$, these values reduce to $1.99 M_\odot$ and $1.96 M_\odot$ and radii of 10.88 Km and 10.69 Km, respectively. Phase transition from hadronic to quark matter occurs at higher n values when m_s increases ($n \geq 0.482, 0.489$ and $0.51 fm^{-3}$ for $m_s = 0, 50$ and $100 MeV$ respectively). Beyond these values, the energy per baryon B drops below $930.4 MeV$, indicating a complete transition to quark matter and the stability of the system increases. The proposed model satisfies causality, energy, and stability conditions, effectively describing strange star properties.

УДК 539.12

Корпускулярно-волновой дуализм солитонов

Черницкий Александр Александрович()*

AAChernitskii@mail.ru

SPIN-код: 3805-1501

СПХФУ, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Рассмотрены солитоны релятивистски инвариантных полевых моделей или релятивистские солитоны. Рассматривается модель пространственно-временной пленки в качестве модели единого поля. Введено понятие релятивистского осциллирующего досветового солитона. Показано, что такие солитоны реализуют корпускулярно-волновой дуализм, характерный для массивных элементарных частиц. Рассмотрены слабые сферические солитоны линеаризованной полевой модели. Продемонстрировано видео слабого осциллирующего солитона в покое и в движении, которое подтверждает концепцию корпускулярно-волнового дуализма солитонов.

Ключевые слова: корпускулярно-волновой дуализм, солитон, элементарные частицы, теория единого поля, нелинейная электродинамика, пространственно-временная пленка

Введение. Солитон можно определить как объект физический и математический. Физическое определение солитона: «Солитоном называется уединенная или пространственно-локализованная волна». Здесь часто добавляют: «распространяющаяся в нелинейной среде». Однако это добавление можно не делать, поскольку любая физическая субстанция нелинейна, а линейной может быть только ее приближенная математическая модель.

Математическое определение солитона: «Солитоном называется решение нелинейной полевой модели в виде уединенной или пространственно-локализованной волны». Здесь нелинейность модели существенна.

Интерес к теме солитонов связан, в частности, с тем, что они, являясь волновыми объектами, проявляют также корпускулярные свойства.

Методы и материалы; результаты. В докладе в основном рассматриваются математические солитоны, то есть решения полевых моделей в виде уединенных волн.

В качестве полевых моделей рассматриваются релятивистски инвариантные уравнения в частных производных. Их солитонные решения могут быть названы релятивистскими солитонами.

К таким релятивистским полевым моделям относятся модели нелинейной электродинамики типа Борна — Инфельда [1]. Собственно электродинамика Борна — Инфельда [2] позиционировалась как модель единого поля в соответствии с концепцией нелинейно-электродинамического мира Г. Ми [3]. В рамках нелинейной электродинамики оказывается возможным естествен-

ным образом объединить электромагнитное и гравитационное взаимодействия, рассматривая частицы как солитоны [1].

Электромагнитное и гравитационное взаимодействия возникают как два дальних взаимодействия солитонов, которые могут быть названы силовым и метрическим соответственно [4]. Эти два типа взаимодействия характерны для любых релятивистски инвариантных полевых моделей. В связи с этим целесообразно рассматривать в качестве единой более простую скалярную полевую модель.

Модель пространственно-временной пленки [5] обладает многими замечательными свойствами. В частности, найдены ее точные солитонные решения, которые могут быть сопоставлены фотонам [5]. Найдено ее точное солитонное решение, соответствующее точечной заряженной частице без спина [6].

Реальные элементарные частицы могут обладать спином или собственным моментом импульса. Такие солитонные решения рассматривались в рамках теории пространственно-временной пленки [7]. Кроме того, элементарные частицы обладают ярко выраженными волновыми свойствами. В этой связи необходимо рассматривать осциллирующие релятивистские досветовые солитоны — солитоны с периодической зависимостью от времени в собственной системе координат. Показано, что такие солитоны реализуют корпускулярно-волновой дуализм, характерный для массивных элементарных частиц.

В пределе слабого поля уравнение пространственно-временной пленки переходит в обычное линейное волновое уравнение или уравнение Д'Аламбера. Это уравнение также обладает решениями в виде уединенных волн, которые обычными солитонами не являются вследствие линейности модели. Такие пространственно-локализованные решения называем слабыми солитонами [8]. Обосновано, что с настоящим солитоном-частицей связан некоторый слабый солитон в смысле асимптотического поведения на бесконечности.

В качестве примера рассмотрен слабый осциллирующий сферический солитон покоящийся как целое и движущийся. Показана видео-симуляция соответствующих решений. На рис. 1 и 2 представлены кадры этих симуляций.

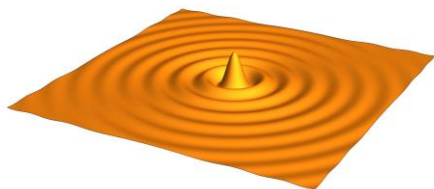


Рис. 1. Кадр из видео-симуляции покоящегося слабого осциллирующего сферического солитона

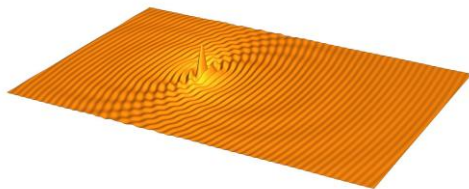


Рис. 2. Кадр из видео-симуляции движущегося слабого осциллирующего сферического солитона

Заключение. Введено понятие релятивистского осциллирующего солитона. Показано, что подобные досветовые солитоны обладают корпускулярно-волновым дуализмом, характерным для массивных элементарных частиц.

Продемонстрировано видео слабого осциллирующего солитона в покое и в движении, которое подтверждает концепцию корпускулярно-волнового дуализма солитонов.

Список источников

- [1] Черницкий А.А. *Нелинейная электродинамика: сингулярные солитоны и их взаимодействия*. Санкт-Петербург, ИНЖЭКОН, 2012, 360 с.
- [2] Chernitskii A.A. *Born-Infeld equations. Encyclopedia of Nonlinear Science*. Routledge, New York, London, 2005, 67 p.
- [3] Mie G. Grundlagen einer theorie der materie. *Annalen der Physik*, 2012–13, vol. 37, pp. 511–534; vol. 39, pp. 1–40; vol. 40, pp. 1–66.
- [4] Chernitskii A.A. Induced gravitation in nonlinear field models. *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.*, 2016, vol. 41, art. no. 1660119.
- [5] Chernitskii A.A. Lightlike shell solitons of extremal space-time film. *J. Phys. Commun.*, 2018, vol. 2, art. no. 105013.
- [6] Chernitskii A.A. About long-range interaction of spheroidal solitons in scalar field nonlinear model. *Journal of Physics: Conf. Series*, 2017, vol. 938, art. no. 012029.
- [7] Черницкий А.А. О лептонах в теории пространственно-временной пленки. *ЭЧАЯ*, 2023, т. 54, № 4, с. 824–838.
- [8] Chernitskii A.A. Gravitation in theory of space-time film and galactic soliton. *Journal of Physics: Conf. Series*, 2021, vol. 2081, art. no. 012016.

Wave-particle Dualism of Solitons

Chernitskii Alexander Aleksandrovich(*)

AAChernitskii@mail.ru

SPIN-code: 3805-1501

SPCPU, St.-Petersburg, Russia

Abstract. Solitons of relativistically invariant field models or relativistic solitons are considered. The model of a space-time film is considered as a model of a unified field. The concept of a relativistic oscillating sublight soliton is introduced. It is shown that such solitons realize the wave-particle dualism characteristic of massive elementary particles. Weak spherical solitons of the linearized field model are considered. A video of a weak oscillating soliton at rest and in motion is demonstrated, which confirms the concept of wave-particle dualism of solitons.

Keywords: wave-particle dualism, solitons, elementary particles, unified field theory, space-time film

Introduction. A soliton can be defined as a physical and mathematical object. The physical definition of a soliton is: “A solitary or spatially localized wave is called a soliton”. It is often added here: “propagating in a nonlinear medium”. However,

this addition should not be made, since any physical substance is nonlinear, and only its approximate mathematical model can be linear.

Mathematical definition of a soliton: “A soliton is a solution to a nonlinear field model in the form of a solitary or spatially localized wave”. Here, the nonlinearity of the model is significant.

The interest in the topic of solitons is related, in particular, to the fact that they, being wave objects, also exhibit corpuscular properties.

Methods and materials; results. The report mainly deals with mathematical solitons, that is, solutions of field models in the form of solitary waves.

Relativistically invariant partial differential equations are considered as field models. Their soliton solutions can be called relativistic solitons.

Such relativistic field models include models of nonlinear electrodynamics of the Born – Infeld type [1]. Born — Infeld electrodynamics proper [2] was positioned as a model of a unified field in accordance with the concept of the nonlinear electrodynamic world by G. Mi [3]. Within the framework of nonlinear electrodynamics, it is possible to combine electromagnetic and gravitational interactions in a natural way, considering particles as solitons [1].

Electromagnetic and gravitational interactions arise as two long-range interactions of solitons, which can be called force and metric, respectively [4]. These two types of interaction are characteristic of any relativistically invariant field models. In this regard, it is advisable to consider a simpler scalar field model as a unified one.

The space-time film model [5] has many remarkable properties. In particular, its exact soliton solutions have been found, which can be compared to photons [5]. Its exact soliton solution corresponding to a point charged particle without spin has been found [6].

Real elementary particles can have spin or intrinsic angular momentum. Such solitonic solutions were considered in the framework of the theory of space-time film [7]. In addition, elementary particles have pronounced wave properties. In this regard, it is necessary to consider oscillating relativistic subluminal solitons — solitons with periodic dependence on time in their own coordinate system. It is shown that such solitons realize the wave-particle dualism characteristic of massive elementary particles.

In the weak field limit, the space-time film equation transforms into the usual linear wave equation or the D'Alembert equation. This equation also has solutions in the form of solitary waves, which are not ordinary solitons due to the linearity of the model. Such spatially localized solutions are called weak solitons [8]. It is proved that a weak soliton is associated with a real soliton particle in the sense of asymptotic behavior at infinity.

As an example, a weak oscillating spherical soliton is considered, resting as a whole and moving. A video simulation of the relevant solutions is shown. Figures 1 and 2 show the frames of these simulations.

Conclusion. The concept of a relativistic oscillating soliton is introduced. It is shown that such sublight solitons have a wave-particle dualism characteristic of massive elementary particles.

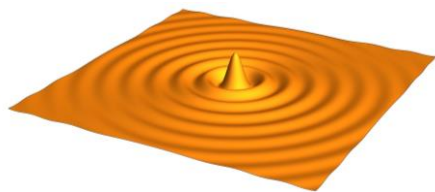


Fig. 1. A frame from a video simulation of a weak oscillating spherical soliton at rest

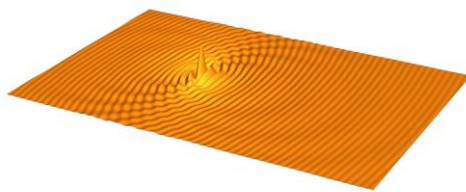


Fig. 2. A frame from a video simulation of a moving weak oscillating spherical soliton

A video of a weak oscillating soliton at rest and in motion is demonstrated, which confirms the concept of wave-particle dualism of solitons.

References

- [1] Chernitskii A.A. *Nonlinear electrodynamics: singular solitons and their interactions*. Saint Petersburg, ENJEKON Publ., 2012, 360 p. (In Russ.).
- [2] Chernitskii A.A. *Born-Infeld equations. Encyclopedia of Nonlinear Science*. Routledge, New York, London, 2005, 67 p.
- [3] Mie G. Grundlagen einer theorie der materie. *Annalen der Physik*, 2012–13, vol. 37, pp. 511–534; vol. 39, pp. 1–40; vol. 40, pp. 1–66.
- [4] Chernitskii A.A. Induced gravitation in nonlinear field models. *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.*, 2016, vol. 41, art. no. 1660119.
- [5] Chernitskii A.A. Lightlike shell solitons of extremal space-time film. *J. Phys. Commun.*, 2018, vol. 2, art. no. 105013.
- [6] Chernitskii A.A. About long-range interaction of spheroidal solitons in scalar field nonlinear model, *Journal of Physics: Conf. Series*, 2017, vol. 938, art. no. 012029.
- [7] Chernitskii A.A. On Leptons in Theory of Space-Time Film. *Physics of Particles and Nuclei*, 2023, vol. 54, no. 4, pp. 685–692. (In Russ.).
- [8] Chernitskii A.A. Gravitation in theory of space-time film and galactic soliton. *Journal of Physics: Conf. Series*, 2021, vol. 2081, art. no. 012016.

UDC 524.834

Cosmological models based on modified teleparallel gravity with higher derivative torsion terms

Chervon Sergey Viktorovich^{1, 2}

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-code: 8040-2820

¹ Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, Russia² BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. This report reviews the studies performed in the High Order Teleparallel Gravity (HO TG). In particular, the investigations of models using methods of qualitative analysis of differential equations show the presence of stable solutions for exponential and power-law evolution of the scale factor for a certain choice of the Lagrangian density [4]. The viability of the model by studying the energy conditions in terms of the cosmographical parameters like Hubble, deceleration, jerk, snap and lerk ones are also considered [5].

Keywords: teleparallel gravity, cosmological models, gravitation waves

Introduction. Within the framework of the HO TG, holographic models of dark energy were considered, with the correspondence scheme to construct models in the underlying scenario using various scale factor forms; the reconstructed functions were found through the equation of state parameter [6].

Methods and materials; results. The study of gravitational waves in the HO TG showed a difference from a similar model in the Einstein gravity with higher (6-th order) derivatives. It was shown that in the weak field approximation there are three states of polarization are found: the two standard + and × polarizations, namely 2-helicity massless transverse tensor polarizations, and a 0-helicity massive, with partly transverse and partly longitudinal scalar polarization [7].

Conclusion. It is important to note that a parameterized post-Newtonian limit of modified teleparallel gravity with higher torsion derivatives is proposed. In particular, it is important to consider the second order post-Newtonian approximation or a parameterized post-Newtonian cosmological structure, where additional perturbative modes arising from general modifications of teleparallel gravity can lead to new observable imprints [8].

References

- [1] Ivanov G.G. On modification of Einstein's equations for short distances. *Gravitaciya i teoriya otноситelnosti*. Kazan, Kazan University Publishing House, 1985, vol. 22, pp. 78–81.
- [2] Gottlober S., Schmidt H.-J., Starobinsky A.A. Sixth-order gravity and conformal transformations. *Class. Quantum Grav.*, 1990, vol. 7, pp. 893–900.
- [3] Naruko A., Yoshida D., Mukohyama S. Gravitational scalar-tensor theory. *Class. Quantum Grav.*, 2016, vol. 33, art. no. 09LT01.

-
- [4] Otalora G., Saridakis E. Modified teleparallel gravity with higher-derivative torsion terms. *Phys. Rev. D*, 2016, vol. 94, art. no. 084021.
 - [5] Azizi T., Gorjizadeh M. Energy conditions in $f(T)$ gravity with higher-derivative torsion terms. *Europhysics Letters*, 2017, vol. 117 (6). <https://doi.org/10.1209/0295-5075/117/60003>
 - [6] Rani S., Jawad A. Holographic dark energy models in higher derivative torsion corrected modified teleparallel gravity. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2018, vol. 15, art. no. 1850067.
 - [7] Capozziello S., Capriolo M., Caso L. Gravitational Waves in Higher Order Teleparallel Gravity. *Class. Quant. Grav*, 2020, vol. 37, no. 23, art. no. 235013.
 - [8] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G., Kraiselburd L., Landau S. Parametrized post-Newtonian formalism in higher order Teleparallel Gravity. *JCAP*, 2022, vol. 5, art. no. 010.

UDC 530.145

Extended Dirac principle of superposition of evolution of time in non linear quantum processes

Collins Okoro Ikechukwu^{1,3}

Ikechukwu.Okoro@nileuniversity.edu.ng

*Godwin Ibeh Joseph*²

gjibeh@nda.edu.ng

Godfrey Akpojotor Ejiroghene^{3(*)}

akpogea@delsu.edu.ng

¹ Department of Physics, Nile University of Nigeria, Abuja, Nigeria² Department of Physics, Nigerian Defence Academy, Kaduna, Nigeria³ Department of Physics, Delta State University, Abraka, Nigeria

Abstract. The Dirac's principle of superposition for evolution of time (DPSET) was developed to restore determinacy in the study of dynamic linear evolution of quantum system. Here we advance the formulation to non-linear dynamics by invoking the quantum noise-extended nonlinear Schrodinger equation into the four motions in time conjecture of the DPSET. We observe that in the resultant non-linear temporal evolution of the wavefunction, the linear DPSET can be recovered from the nonlinear domain in the limit of Rabi oscillations. We then delineate the potential linear and non-linear regimes for the time-reversal symmetry of the measurement problem. In conclusion, we postulate that the non-linear domain provides information for understanding abruptness and strangeness in quantum measurements.

Keywords: quantum measurement indeterminacy, Dirac's principle of superposition, evolution of time, non-linear dynamics, time reversal symmetry

Introduction. The search for quantum determinism is still an open challenge as we celebrate the first century of the formulation of quantum mechanics. This has made it difficult to reach a consensus interpretation of quantum mechanics [1–3]. There have been deluge of attempts to solve this measurement problem but yet the problem still lingers on [3–5]. One consensus is that the quantum state evolves deterministically under the Schrödinger Equation leading to superpositions: however, when it is measured, it is stochastically governed by the Born rule to collapse into a single outcome [3]. This dual evolutions of quantum states is the cause of the disharmony in the measurement problem.

In Ref [4], we formulated the Dirac's Principle of Superposition of evolution of time (DPSET), in an attempt to harmonize the outcomes of the dual evolutions. We demonstrated that the DPSET four possible time evolutions were likely to be in one-on-one correspondence with the motions in the linear quantum process. For brevity, the DPSET was used to successfully account for the various bonding of beryllium as a linear quantum process.

However, the DPSET evolution in time is unitary and therefore does not capture all the rich dynamics of indeterminacy. For example, there have been a num-

ber of studies on non linear quantum processes that need theoretical interpretation [5, 6]. Therefore, our plan in this paper is to advance the DPSET beyond the linear limit and then use it to investigate non linear quantum processes.

Theoretical framework. The theoretical motivation is that the DPSET can be illuminated by the susceptibility of a quantum system to fluctuations and noise which can be interpreted as abrupt changes in the behavior of the quantum process with time. We employ the formulation in Ref [5] on the susceptibility of a quantum system to fluctuations and noise, thus the quantum noise-extended NSE which models the behavior of quantum systems more accurately:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} - \nabla^2 \psi + 2|\psi|^2 \psi - 2\rho^2 \psi + \sigma \psi \frac{d\mu}{dt} = 0 \quad (1)$$

$t \geq 0$, $r \in \mathbb{R}$, $\psi = \psi(r, t)$ is a complex variable, ρ and σ are parameters, $\frac{d\mu}{dt}$ represents the first derivative of the motional noise μ . Following the author [6], we have obtained variants wavefunction solutions for the stable non-linear Schrodinger equation:

$$|\psi_k(r, t_j^i)\rangle = \left(\frac{iB_0 \sqrt{\sigma^2 - 2\rho^2 - \sqrt{\frac{2V_n}{m}}}}{\sqrt{2}B_0 \left(1 - \frac{2}{1 + A \exp(\pm i(r \pm r_n)) \sqrt{2(\sigma^2 - 2\rho^2 - \sqrt{\frac{2V_n}{m}})}} \right)} \right) e^{\pm i[(r \pm r_n) + \sigma\mu - i\Delta E t_j^i / \hbar]} \quad (2)$$

where m is mass of particle, t_j^i is the evolution of time in the DPSET conjecture, V_n is the depth of optical lattice potential, r is particle position in 1-, 2- or 3-D, $r_n \leq 0$ is the shift in the particles position, $\hbar$ is the reduced Planck's constant, ΔE is transition energy between the two consecutive states, ψ_k is the wavefunction corresponding to the temporal evolution t_j^i .

Results and discussion. The extended results in Eq. (2) poses Stochastic time dependance, but the actual physical dynamics to be observed depends on the Energy, in agreement with the DPSET [4]. In the model (2), it can be deduced that the classical dynamics of the measurement dynamics can be recovered by squaring the wavefunction or by treating the convolution of the forward and reversed wavefunction in temporal evolution of times $t_j^i: |\psi_k(r, t_j^i)|^2$. Another quantum property of interest in both the linear and non-linear DPSET formalism is the time-reversal symmetry [6] denoted by the $e^{\pm i[(r \pm r_n) + \sigma\mu]}$ term in the wavefunctions which predict that the present state of a quantum system defined by both the usual forward-evolving wavefunction from the past and backward-evolving one from the future.

Conclusion. The non-linear DPSET formalism presented here shows promising quantum features for probing into problem of indeterminacy in quantum measurements due to abrupt and strange behavior inherent in quantum system dynamics.

The model presented here has been theoretically investigated and quantitatively shows intriguing features which include collapse, decoherence, decay, uncertainty, time-reversal symmetry and quantum transitions. We therefore propose this model as candidate for theoretical study of the recent negative time experiment and in the design and engineering of highly sensitive time measurement devices.

References

- [1] Poinat S. Quantum Mechanics and Its Interpretations: A Defense of the Quantum Principles. *Found Phys.*, 2020, vol. 50, pp. 924–941. <https://doi.org/10.1007/s10701-020-00360-6>
- [2] Genovese M. Interpretations of Quantum Mechanics and Measurement Problem. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 2010 vol. 3 (3), art. no. 249. <https://doi.org/10.1166/asl.2010.1133>
- [3] Carroll S.M. Addressing the quantum measurement problem. *Physics Today*, 2022, vol. 75 (7), pp. 62–63. <https://doi.org/10.1063/PT.3.5046>
- [4] Ibeh G.J., Akpojotor G.E. Using Dirac's Principle of superposition of evolution of time in restoring determinacy in quantum mechanics. *Science Africa*, 2020, vol. 19, no. 2, pp. 137–148.
- [5] Jones K.R.W. Linear quantum theory and its possible nonlinear generalizations. *Annals of Physics*, 1994, vol. 233, pp. 295–316. <https://doi.org/10.1006/aphy.1994.1070>
- [6] Guff T., Shastry C.U., Rocco A. Emergence of opposing arrows of time in open quantum systems. *Sci Rep.*, 2025, vol. 15, art. no. 3658. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-87323-x>

UDC 530.1

Analysis of Compact Stellar Objects: Complexity and Parametric Effects of the Equation of State

Das Shyam ()*

dasshyam321@gmail.com

MALDA COLLEGE, Malda, India

Abstract. This paper considers how the Chaplygin equation of state (EoS) parameters affect the complexity of anisotropic compact stars. By solving the Einstein field equations, the model uses the Schwarzschild metric for the external region and applies boundary conditions at the stellar surface. The research incorporates observational data for validation through graphical and tabular analysis. The results indicate that although the complexity factor is not directly linked to specific EoS parameters, it increases with their values. While these parameters influence internal properties like anisotropy and density inhomogeneity, the overall complexity exhibits a consistent growth pattern.

Keywords: compact star, chaplygin EoS, anisotropy, Schwarzschild metric, complexity

Introduction. The theoretical modeling of compact stellar objects [1, 2] within the framework of General Relativity (GR) is essential for understanding their structure, stability, and evolution. These models require solving Einstein's field equations in conjunction with a suitable equation of state (EoS) to describe the matter distribution within the star. Anisotropic pressures, where radial and tangential pressures differ, play a crucial role in compact star models and arise due to factors such as high densities, exotic matter, or strong magnetic fields [3–9].

The Chaplygin EoS, initially from cosmology, is useful in compact star studies due to its non-linear nature, enabling smooth thermodynamic transitions. It supports exploring unconventional matter distributions and produces stellar models consistent with astrophysical observations.

The concept of complexity in self-gravitating systems, as introduced by Herrera [10], extends traditional uniformity concepts by incorporating anisotropy and density inhomogeneity into a complexity factor. This framework has been instrumental in deriving exact solutions to Einstein's equations and studying the internal composition of compact stars.

This study aims to examine the influence of chaplygin EoS parameters on the internal structure and complexity of compact stars. By analyzing the roles of anisotropy and inhomogeneity in complexity evolution using pulsar data, we establish a link between theoretical predictions and observational insights, providing deeper understanding of dense astrophysical objects.

Methods and materials; results. To construct a physically consistent stellar model, we assume a metric potential of the form:

$$e^{\lambda(r)} = \frac{1-2aCr^2}{1+aCr^2},$$

which has been successfully used in previous compact star studies under isotropic conditions and extended for anisotropic matter distributions.

For the matter distribution, we adopt a chaplygin equation of state:

$$p_r = \alpha \rho - \frac{\beta}{\rho},$$

where α and β are constants characterizing the EoS.

The Einstein field equations are solved for an anisotropic star to obtain the density, radial pressure, and tangential pressure. The interior solution is matched with the Schwarzschild exterior at the boundary, ensuring a smooth transition between the star's interior and exterior spacetime.

The constructed model is physically viable, regular, and free from singularities. It satisfies energy conditions, ensuring positive and physically meaningful density and pressure throughout the realistic star [11].

A key focus of this study is the complexity factor Y_{TF} . Our results reveal that for a fixed value of α , the complexity factor increases throughout the stellar interior as β grows. A similar trend is observed when α increases while β remains constant. These findings suggest that both EoS parameters contribute in a comparable manner to the complexity evolution in compact stars.

Conclusion. This study shows that while the complexity factor Y_{TF} is not directly dependent on individual chaplygin EoS parameters, it increases with either parameter. Variations in α and β affect anisotropy and inhomogeneity but do not alter the overall complexity trend. The findings establish a clear link between the chaplygin EoS parameters and stellar complexity, highlighting its potential as an indicator of the equation of state and offering deeper insights into the internal structure of compact stars.

References

- [1] Glendenning N.K. *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity*. Springer, New York, 2000.
- [2] Shapiro S.L., Teukolsky S.A. *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects*. Wiley, New York, 1983.
- [3] Herrera L., Santos N.O. Relativistic Stellar Structures. *Phys. Rep.*, 1997, vol. 286. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(96\)00042-7](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00042-7)
- [4] Ruderman R. Neutron Star Structure and the Equation of State. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1972, vol. 10. <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.10.090172.002235>
- [5] Canuto V. Equation of State and Maximum Mass of Neutron Stars. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1974, vol. 12. <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.12.090174.001123>
- [6] Sokolov A.I. Magnetic Fields in Neutron Stars. *J. Exp. Theor. Phys.*, 1980, vol. 79, art. no. 1137.
- [7] Kippenhahn R., Weigert A. *Stellar Structure and Evolution*. Springer, Berlin, 1990. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-04266-8>
- [8] Sawyer R.F. Condensed π -Phase in Neutron-Star Matter. *Phys. Rev. Lett.*, 1972, vol. 29, art. no. 382. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.29.382>

-
- [9] Weber F. Pulsars as Astrophysical Observatories for Nuclear and Particle Physics. *IOP Publishing*, Bristol, 1999. <https://doi.org/10.1201/9780367804207>
 - [10] Herrera L. Gravitational Decoupling in General Relativity. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 97, art. no. 044010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.044010>
 - [11] Ozel F., Psaltis D., Guver T., Baym G., Heinke C., Guillot S. Neutron Star Radii and the Equation of State of Dense Matter. *Astrophys. J.*, 2016, vol. 820, art. no. 28. <https://doi.org/10.3847/0004-637X/820/1/28>

UDC 524.8

Constraining parameters for the accelerating universe in $f(R, \mathcal{L}_m)$ Gravity

Devi Yengkhom Kalpana

kalpanayengkhom123@gmail.com

Narawade S.A.

shubhamn2616@gmail.com

Mishra B.

bivu@hyderabad.bits-pilani.ac.in

Department of Mathematics, BITS Pilani, Hyderabad Campus, India

Abstract. An accelerating cosmological model is developed within the framework of $f(R, \mathcal{L}_m)$ gravity, incorporating a functional form $(R, \mathcal{L}_m) = R/2 + \alpha R^2 + \mathcal{L}_m^\beta$, inspired by the Starobinsky model and power-law matter coupling [1, 2]. The field equations for a flat FLRW Universe are derived, and the Hubble parameter is constrained using Hubble and Pantheon+ datasets via MCMC simulation. Observational data yield $q_0 \approx -0.63$, indicating a late-time accelerating Universe with a transition redshift $z \approx 0.7$. The present values of the jerk and snap parameters are $j_0 \approx 0.78$ and $s_0 \approx 0.1$, respectively, suggesting a quintessence phase. Diagnostic tests, including state-finder and $\text{Om}(z)$, affirm the model's convergence towards ΛCDM . The age of the Universe is computed as $t_0 = 13.64$ Gyr, in good agreement with Planck results [3]. The analysis supports $f(R, \mathcal{L}_m)$ gravity as a viable alternative to study dark energy dynamics.

Keywords: modified gravity, $f(R, \mathcal{L}_m)$ gravity, dark energy, cosmological diagnostics, accelerating Universe, cosmography

Introduction. This study focuses on the modified gravity theory $f(R, \mathcal{L}_m)$ [4], a generalized form of $f(R)$ gravity, where an explicit coupling between the Ricci scalar R and matter Lagrangian $\mathcal{L}_m$ is introduced. The motivation stems from the need to explain the accelerating expansion of the Universe as supported by observational data from Type Ia supernovae, CMB anisotropies, and large-scale structure. In contrast to the ΛCDM model, $f(R, \mathcal{L}_m)$ gravity may address dark energy phenomena without invoking an explicit cosmological constant.

Methods and materials; results. Field equations are derived using the variational principle in a flat FLRW spacetime in $f(R, \mathcal{L}_m)$ gravity. We consider a specific functional form: $f(R, \mathcal{L}_m) = R/2 + \alpha R^2 + \mathcal{L}_m^\beta$. The model parameters are constrained using observational Hubble and Pantheon + datasets. Markov Chain Monte Carlo (MCMC) methods are used for parameter estimation. From this, the deceleration (q), jerk (j), and snap (s) parameters are computed. We find $q_0 \approx -0.63$ and a transition redshift $z \approx 0.7$, showing compatibility with an accelerating Universe. The EoS parameter at present epoch is $\omega_0 \approx -0.72$. Diagnostic tools including state-finder and $\text{Om}(z)$ indicate a quintessence-like nature, converging toward ΛCDM at late times. The age of the Universe calculated is $t_0 \approx 13.64$ Gyr.

Conclusion. The $f(R, \mathcal{L}_m)$ gravity model considered here offers a viable cosmological framework explaining late-time acceleration. The use of observational da-

tasets in constraining the parameters reveals consistency with known cosmological behaviour. Cosmographic parameters and diagnostics like $Om(z)$ and state-finder support its closeness to Λ CDM at late epochs. Moreover, the age of the Universe as derived aligns closely with Planck mission estimates. Thus, the model presents a compelling alternative for understanding dark energy and cosmic dynamics [5].

References

- [1] Capozziello S., De Laurentis M. Extended Theories of Gravity. *Physics Reports*, 2011, vol. 509, no. 4–5, pp. 167–321.
- [2] Nojiri S., Odintsov S.D. Unified cosmic history in modified gravity: From $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Physics Reports*, 2011, vol. 505, no. 2–4, pp. 59–144.
- [3] Spergel D.N. et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 2003, vol. 148, no. 1, pp. 175–194.
- [4] Tiberiu Harko, Francisco Lobo S.N. $f(R, T)$ gravity. *The European Physical Journal C*, 2010, vol. 70, no. 1–2, pp. 373–379.
- [5] Devi Y.K., Narawade S.A., Mishra B. Constraining parameters for the accelerating universe in $f(R, L_m)$ gravity. *Physics of the Dark Universe*, 2024, vol. 46, art. no. 101640. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2024.101640>

УДК 52+53.02+539

Выбор правильной теории гравитации по наблюдениям силуэтов черных дыр

Докучаев Вячеслав Иванович^()*

dokuchaev@inr.ac.ru

SPIN-код: 6847-2648

Прокопьев Константин Эдуардович

prokopev@minus.inr.ac.ru

ФГБУ ИЯИ РАН, Москва, Россия

Аннотация. Быстрый прогресс в развитии и усовершенствовании экспериментальной техники позволит в ближайшем будущем провести наблюдение форм изображений черных дыр с наносекундным угловым разрешением при реализации международного проекта Космической Обсерватории Миллиметрон, разработанного российскими учеными. С помощью Космической Обсерватории Миллиметрон будет проверена общая теория относительности Эйнштейна и ее многочисленные модификации и обобщения в режиме сильного поля, когда эффективный гравитационный потенциал порядка квадрата скорости света. В ближайшие десятилетия наблюдения форм изображений черных дыр станут единственной возможностью выбора правильной теории гравитации в режиме сильного поля. Форма изображения черной дыры зависит от теории гравитации. Недавние первые наблюдения изображений черных дыр SgrA и M87 радиоинтерферометром Телескоп Горизонта Событий подтверждают правильность Общей Теории Относительности (ОТО) Эйнштейна лишь с небольшой точностью.

Ключевые слова: гравитация, черные дыры, космология, астрофизические наблюдения, космические технологии

Введение. Мы представляем краткий обзор модельных изображений вращающихся черных дыр в астрофизических ситуациях, когда существует яркий фон, тонкий аккреционный диск и яркие движущиеся пятна в релятивистских струях вдоль оси вращения черной дыры. Детальные наблюдения астрофизических сверхмассивных черных дыр SgrA* в центре нашей Галактики Млечный Путь и M87* в центре гигантской эллиптической галактики M87 с помощью Миллиметрона позволят определить правильную теорию гравитации [1–10]. Форма изображения черной дыры зависит от теории гравитации в режиме сильного поля, когда гравитационный потенциал порядка квадрата скорости света. Недавние первые наблюдения изображений черных дыр SgrA* и M87* радиоинтерферометром Телескоп Горизонта Событий подтверждают правильность Общей Теории Относительности (ОТО) Эйнштейна лишь с небольшой точностью. В ближайшие десятилетия единственный метод выбора правильной теории гравитации (между ОТО Эйнштейна и ее модификациями) это детальные наблюдения изображений черных дыр с наносекундным угловым разрешением.

Методы и материалы; результаты. Основным методом, используемый в этой статье для описания изображений черных дыр это численное решение геодезических уравнений Картера [11] в метрике вращающейся черной дыры Керра [12].

Закключение. Очень быстрый прогресс экспериментальной техники позволит провести наблюдение изображений астрофизических черных дыр с наносекундным угловым разрешением при реализации международного проекта Космической Обсерватории Миллиметрон, разработанного российскими учеными.

Список источников

- [1] Dokuchaev V.I. Physical origin of the dark spot at the image of supermassive black hole SgrA* revealed by the EHT collaboration. *Astronomy*, 2022, no. 1 (2), pp. 93–98.
- [2] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Modeling the motion of a bright spot in jets from black holes M87* and SgrA*. *Gen. Relativ. Gravit.*, 2021, no. 53, art. no. 83.
- [3] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Silhouettes of invisible black holes. *Physics-Uspekhi*, 2020, no. 63 (6), pp. 583–600.
- [3] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Event horizon image within black hole shadow. *JETP*, 2019, no. 128, pp. 578–585.
- [4] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Visible shapes of black holes M87* and SgrA*. *Universe.*, 2020, no. 6(9), art. no. 154.
- [5] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Brightest point in accretion disk and black hole spin: Implication to the image of black hole M87*. *Universe.*, 2019, no. 5 (8), art. no. 183.
- [6] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O., Smirnov V.P. Event horizon silhouette: implications to supermassive black holes M87* and SgrA*. *Gen. Relativ. Gravit.*, 2019, no. 51, art. no. 81.
- [7] Dokuchaev V.I. To see invisible: image of the event horizon within the black hole shadow. *IJMPD*, 2019, no. 28 (13), art. no. 1941005.
- [8] Gralla S.E., Lupsasca A. Lensing by Kerr black holes. *Phys. Rev. D*, 2020, no. 101, art. no. 044031.
- [9] Kasikci O., Deliduman C. Gravitational Lensing in Weyl Gravity. *Phys. Rev. D*, 2019, no. 100, art. no. 024019.
- [10] Wang K., Feng Ch-J., Wang T. Image of Kerr-de Sitter black holes illuminated by equatorial thin accretion disks. *Eur. Phys. J. C*, 2024, no. 84, art. no. 457.
- [11] Carter B. Global Structure of the Kerr Family of Gravitational Fields. *Phys. Rev.*, 1968, no. 174, art. no. 1559.
- [12] Kerr R. Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics. *Phys. Rev. Lett.*, 1963, no. 11, art. no. 237.

Selection of the valid gravitation theory from observations of black hole images

Dokuchaev Vyacheslav Ivanovich(*)

dokuchaev@inr.ac.ru

SPIN-code: 6847-2648

Prokopev Konstantin Eduardovich

prokopev@minus.inr.ac.ru

FSBI INR RAS, Moscow, Russia

Abstract. A fast progress in the observational technologies in astrophysics provides the unique possibility for detailed observations of black holes in the nearest future. It would be possible to verify general relativity and its numerous modifications in the strong field limit by using observational data from the advanced cosmic interferometric observatories. We review the modeled images of the rotating black hole in different appropriate cases: the luminous distant background, the thin accreting disk and the luminous moving hot spots in relativistic jets along the black hole rotation axis. The detailed observations of astrophysical supermassive black holes SgrA* and M87* would be possible by using the Millimetron Space Observatory proposed and developed by the domestic scientists.

Keywords: gravitation, black holes, cosmology, astrophysical observations, cosmic technologies

Introduction. The possible forms of black hole images depend on the gravity theory in the strong field limit. Recent first observations of the supermassive black hole SgrA* at the center of our Milky Way Galaxy and M87* at the center of the giant elliptical galaxy M87 verified the general relativity theory only qualitatively [1–10]. In recent decades only observations with Millimetron provide the unique possibility for choosing the valid gravity theory in the strong field limit.

Methods and materials; results. The main method used in this paper for description of the black hole images is the numerical solutions of geodesic equations of motion by Brandon Carter [11] for test particles in the Kerr metric [12].

Conclusion. The possible forms of black hole images depend on the gravity theory in the strong field limit. Recent first observations of the supermassive black hole SgrA* at the center of our Milky Way Galaxy and M87* at the center of the giant elliptical galaxy M87 verified the general relativity theory only qualitatively. In the recent decades only observations with Millimetron provide the unique possibility for choosing the valid gravity theory in the strong field limit.

References

- [1] Dokuchaev V.I. Physical origin of the dark spot at the image of supermassive black hole SgrA* revealed by the EHT collaboration. *Astronomy*, 2022, no. 1 (2), pp. 93–98.
- [2] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Modeling the motion of a bright spot in jets from black holes M87* and SgrA*. *Gen. Relativ. Gravit.*, 2021, no. 53, art. no. 83.
- [3] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Silhouettes of invisible black holes. *Physics-USpekhi*, 2020, no. 63 (6), pp. 583–600.

-
- [3] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Event horizon image within black hole shadow. *JETP*, 2019, no. 128, pp. 578–585.
 - [4] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Visible shapes of black holes M87* and SgrA*. *Universe.*, 2020, no. 6(9), art. no. 154.
 - [5] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Brightest point in accretion disk and black hole spin: Implication to the image of black hole M87*. *Universe.*, 2019, no. 5 (8), art. no. 183.
 - [6] Dokuchaev V.I., Nazarova N.O., Smirnov V.P. Event horizon silhouette: implications to super-massive black holes M87* and SgrA*. *Gen. Relativ. Gravit.*, 2019, no. 51, art. no. 81.
 - [7] Dokuchaev V.I. To see invisible: image of the event horizon within the black hole shadow. *IJMPD*, 2019, no. 28 (13), art. no. 1941005.
 - [8] Gralla S.E., Lupsasca A. Lensing by Kerr black holes. *Phys. Rev. D*, 2020, no. 101, art. no. 044031.
 - [9] Kasikci O., Deliduman C. Gravitational Lensing in Weyl Gravity. *Phys. Rev. D*, 2019, no. 100, art. no. 024019.
 - [10] Wang K., Feng Ch-J., Wang T. Image of Kerr-de Sitter black holes illuminated by equatorial thin accretion disks. *Eur. Phys. J. C*, 2024, no. 84, art. no. 457.
 - [11] Carter B. Global Structure of the Kerr Family of Gravitational Fields. *Phys. Rev.*, 1968, no. 174, art. no. 1559.
 - [12] Kerr R. Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics. *Phys. Rev. Lett.*, 1963, no. 11, art. no. 237.

UDC 1683

Economy of Reusability of Future Cosmonautics and Issues of Efficiency

Duchaniya Lokesh Kumar^{1()}*

duchaniya98@gmail.com

Mishra B.¹

bivu@hyderabad.bits-pilani.ac.in

Fomin I.V.²

ingvor@inbox.ru

Chervon S.V.^{2,3}

chervon.sergey@gmail.com

¹ Department of Mathematics, Birla Institute of Technology and Science-Pilani, Hyderabad Campus, India

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

² Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, Russia

Abstract. In this work, we have investigated the phase space analysis in modified Galileon cosmology, where the Galileon term is considered a coupled scalar field, $F(\phi)$. We focus on the exponential type function of $F(\phi)$ and the three well-motivated potential functions $V(\phi)$. We obtain the critical points of the autonomous system, along with their stability conditions and cosmological properties. The critical points of the autonomous system describe different phases of the Universe. The scaling solution for critical points was found in our analysis to determine the matter-dark energy and radiation-dark energy-dominated eras of the Universe. In these scaling solutions, dark energy is typically introduced alongside another component, such as radiation or matter, and helps explain the transition between cosmological eras. The dark energy dominated critical points show stable behavior and indicate the late-time cosmic acceleration phase of the Universe. Further, the results are examined with the Hubble rate $H(z)$ and the Supernovae Ia cosmological data sets.

Keywords: dynamical system analysis, late-time cosmic acceleration, stability, dynamical parameters, cosmological observation

Introduction. In recent years, several cosmological models have been proposed in modified gravity theories to address the issue of late-time cosmic phenomenon [1, 2] and in particular the resolution to Hubble tension issue [3]. Though several cosmological problems have been resolved in General Relativity (GR), some key issues still need to be addressed. Therefore, modification/extension in GR is inevitable. Someone can either modify the matter part or the underlying geometry. As part of the first approach, additional fields are introduced into the Universe, including canonical and phantom fields, vector and chiral fields, k-essence, etc. [4]. In the second approach, the geometry part is modified to produce modified/extended gravitational theories. The formalism of the modified gravity theory that produces second-order equations in four-dimensional space-time can originate from TEGR. A more interesting case could arise by introducing non-minimal coupling terms and higher derivative quantum gravity modifications in the action. A modification of this might take the form of

a field self-interaction of the Galileon type [5] in the form $G(\phi, X)$ where X is an arbitrary function of ϕ and kinetic energy X . Based on the Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) model [6] decoupling limit and its cosmological implications, the Galileon theory was developed. In this article, we have studied late-time cosmic acceleration in modified Galileon theory through the dynamical system analysis.

Methods and materials; results. The dynamical system approach [7] is a potent technique that helps to explain the overall development and global dynamics of the Universe. A specific cosmological model may be expressed as an independent system of certain differential equations by carefully selecting the dynamical variables. This also provides a prompt response to whether the model can replicate the observed expansion of the Universe. First, we need to define the autonomous systems: $X' = f(X)$, where X is the column vector and prime (') denotes the derivative for $N = \log(a)$. For that, we propose the dimensionless variables to generate the relevant autonomous system associated with the set of cosmological equations. Through the behavior of the critical points of the autonomous system, we have obtained the different phases of the Universe, such as radiation-dominated, matter-dominated, stiff matter, and dark energy-dominated phases of the Universe.

Conclusion. We performed the phase space analysis for the exponential form of $F(\phi)$ with three well-motivated functions of potential $V(\phi)$. The cosmological parameters, such as EoS parameters, density parameters, and deceleration parameters, are obtained through the dynamical variables to analyze the cosmological features of the models. In all three cases, we have obtained the stable critical points that can describe the late-time cosmic accelerated phase of the Universe. We have also obtained scaling solutions for critical points. The points show that non-standard matter and radiation dominated eras of the Universe. We observe that the results obtained are similar to the standard quintessence model. We can conclude that the Galileon term has no contribution to the dark energy sector of the Universe. But there is the contribution of the Galileon term to the inflationary behavior of the Universe.

References

- [1] Supernova Search Team Collaboration, A. G. Riess et al., Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 1998, vol. 116, art. no. 1006.
- [2] Perlmutter S. et al. Supernova Cosmology Project Collaboration, Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae. *Astron. J.*, 1999, vol. 117, art. no. 565.
- [3] Di Valentino et al. In the realm of the Hubble tension — a review of solutions. *Class. Quant. Grav.*, 2021, vol. 38, art. no. 15.
- [4] Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S. Dynamics of dark energy. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2006, vol. 15, art. no. 1753.
- [5] Nicolis A., Rattazzi R., Trincherini E. The galileon as a local modification of gravity. *Phys. Rev. D*, 2009, vol. 79, art. no. 064036.
- [6] Dvali G., Gabadadze G., Porrati M. 4D gravity on a brane in 5D Minkowski space. *Physics Letters B*, 2000, vol. 485, art. no. 208.
- [7] Perko L. *Differential equations and Dynamical systems*. New York, Springer-Verlag, 2001.

УДК 52.54

Оценка локального параметра Хаббла по тепловой эволюции Земли и Марса

Думин Юрий Викторович^{1, 2()}*

dumin@pks.mpg.de

Храмова Елизавета Гивиевна³

sinop@yandex.ru

Свирская Людмила Моисеевна^{4,5}

svirskayalm@mail.ru

Савиных Евгений Станиславович¹

z-0000001@hotmail.com

¹ ГАИШ МГУ, Москва, Россия² ИКИ РАН, Москва, Россия³ ИЗМИРАН, Москва, Россия⁴ ЮУрГУ, Челябинск, Россия⁵ ЮУрГГПУ, Челябинск, Россия

Аннотация. Исходя из представления о том, что в рамках космологических моделей с доминированием «темной энергии» можно было бы ожидать проявления хаббловского расширения на достаточно малых (межпланетных) масштабах, сделана попытка оценить величину параметра Хаббла по тепловой эволюции Земли и Марса в течение последних 4 млрд. лет. Основной идеей такого анализа является учет изменения потока солнечного излучения, поступающего на эти планеты, за счет космологического увеличения радиусов их орбит и последующее сравнение расчетов с данными планетологии. Найденные таким способом значения локального параметра Хаббла оказываются достаточно большими — 130–150 км/с/Мпс для орбиты Земли и 170–200 км/с/Мпс для Марса, т. е. в 2–3 раза больше общепринятого межгалактического значения. Обсуждается вопрос об интерпретации этих величин.

Ключевые слова: локальное хаббловское расширение, темная энергия, эволюция Земли, эволюция Марса

Введение. Вопрос о возможности существования хаббловского расширения на достаточно малых (например, межпланетных) масштабах обсуждается уже свыше 90 лет [1], однако остается нерешенным вплоть до настоящего времени. Особую актуальность эта проблема приобрела в начале 2000-х годов, когда основной парадигмой в космологии стали модели с доминирующим вкладом «темной» энергии (Λ -члена) — так как темная энергия распределена в пространстве идеально однородно, то можно ожидать, что создаваемое ею хаббловское расширение будет проявляться даже на очень малых масштабах [2].

В работах М. Кризека и Л. Сомера [3, 4] было указано, что одним из проявлений локального эффекта Хаббла должно быть его влияние на тепловой режим Земли в течение всего периода ее геологической и биологической эволюции. В частности, если постулировать поддержание постоянной темпера-

туры земной поверхности на интервале времени порядка 4 млрд лет, то требуемый для этого локальный параметр Хаббла оказывается равным примерно половине его стандартного межгалактического значения, что выглядит несколько странным. Цель настоящего исследования — выйти за пределы предположения о постоянстве температур планет, используя для этого более современные данные о температурах ранней Земли и Марса, и тем самым точнее оценить соответствующие им параметры Хаббла.

Методы и материалы; результаты. Исходя из уравнения теплового баланса планеты, орбита которой испытывает космологическое расширение, обусловленное темной энергией [5], можно найти, при каком значении локального параметра Хаббла температура планеты имела бы то или иное значение в прошлом:

$$H^{(\text{loc})} = \frac{4,96}{t} \left[\ln(L(t)/L_0) - 4\ln(T_s(t)/T_{s0}) \right] h, \quad (1)$$

где L — светимость Солнца, T_s — температура поверхности планеты, $h = 100$ км/с/Мпс, и t — время, измеряемое в млрд. лет, которое следует брать со знаком минус, если оно отсчитывается в обратном направлении. Напомним, что современное значение параметра Хаббла на межгалактических масштабах $H_0 \approx 0,7 h$, а при приближенных оценках для времени $t \approx -4$ млрд. лет можно брать $L(t)/L_0 \approx 0,7$.

Как вытекает из современных данных палеохимии и палеобиологии [6], температура на Земле 3,5–4 млрд. лет назад могла быть гораздо выше современной ($T_{s0} \approx 15^\circ\text{C} = 288$ К) и доходить до $T_s \approx 70^\circ\text{C} = 343$ К; при этом из формулы (1) получается $H^{(\text{loc})} \approx 1,3\text{--}1,5 h$ (т. е., в 2 раза больше современного межгалактического значения). Что же касается Марса, то в настоящее время температура его поверхности составляет $T_{s0} \approx -63^\circ\text{C} = 210$ К; однако имеются убедительные свидетельства, что 3,7–4 млрд. лет назад на его поверхности текли реки, т. е., существовало значительное количество воды в жидком состоянии, так что $T_s \geq 0^\circ\text{C} = 273$ К. При этом из формулы (1) получается еще большее значение: $H^{(\text{loc})} \approx 1,7\text{--}2 h$.

Заключение. Найденные значения локального параметра Хаббла, в два и более раз превосходящие его современную межгалактическую величину, на первый взгляд выглядят довольно странными. Одна из очевидных причин их появления могла бы быть связана со слишком грубым характером произведенных выше оценок, а именно, с предположениями о не зависящей от времени поглощающей способности (альбедо) планет и неизменной эффективности парникового эффекта в их атмосферах.

С другой стороны, не исключена и космологическая интерпретация полученных величин. Прежде всего, нужно отметить, что имеющиеся теоретические расчеты в предположении, что локальный эффект Хаббла связан только с темной энергией [7], дают лишь нижнюю оценку на отношение $H^{(\text{loc})}/H_0$. Строгих же ограничений сверху не существует, так как обычная (агрегирован-

ная) материя в принципе тоже может давать свой вклад на малых масштабах, причем этот вклад может оказаться даже больше, чем от темной энергии. Кроме того, не исключено, что аномально большие значения локального параметра Хаббла могут быть связаны с эффектом «ускоренно раскручивающейся спирали», который был получен в общерелятивистских расчетах модельной задачи [8, 9] о движении пробной частицы в поле центральной точечной массы, погруженной в однородный космологический фон, сформированный Λ -членом и обладающий асимптотикой Робертсона — Уолкера на бесконечности.

Список источников

- [1] McVittie G.C. The Mass-Particle in an Expanding Universe. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, 1933, vol. 93, p. 325.
- [2] Dumin Yu.V. Local Hubble Expansion: Current State of the Problem. *Cosmology on Small Scales. Proc. Int. Conf.* Prague, Inst. Math. Czech Acad. Sci., 2016, p. 23, <https://arxiv.org/abs/1609.01793>
- [3] Krizek M. Dark Energy and the Anthropic Principle. *New Astron.*, 2012, vol. 17, p.1.
- [4] Krizek M., Somer L. Manifestations of Dark Energy in the Solar System. *Grav. Cosmol.*, 2015, vol. 21, p. 59.
- [5] Dumin Yu.V., Savinykh E.S. Krizek — Somer Anthropic Principle and the Problem of Local Hubble Expansion. *Grav. Cosmol.*, 2025, vol. 31, p. 205.
- [6] Gaucher E.A., Govindarajan S., Ganesh O.K. Palaeotemperature Trend for Precambrian Life Inferred from Resurrected Proteins. *Nature*, 2008, vol. 451, p. 704.
- [7] Dumin Yu.V. Is the Hubble Constant Scale-Dependent? *Grav. Cosmol.*, 2018, vol. 24, p. 171.
- [8] Dumin Yu.V. Comment on Progress in Lunar Laser Ranging Tests of Relativistic Gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 98, no. art.. 059001.
- [9] Dumin Yu.V. Lambda Perturbations of Keplerian Orbits in the Expanding Universe. *Grav. Cosmol.*, 2020, vol. 2, p. 307.

Estimating the Local Hubble Parameter from the Thermal Evolution of Earth and Mars

Dumin Yuriy Viktorovich^{1,2(*)}

Khramova Elizaveta Givievna³

Svirskaya Ludmila Moiseevna^{4,5}

Savinykh Eugen Stanislavovich¹

dumin@pks.mpg.de

sinop@yandex.ru

svirskayalm@mail.ru

z-0000001@hotmail.com

¹ SAI MSU, Moscow, Russia

² IKI RAN, Moscow, Russia

³ IZMIRAN, Moscow, Russia

⁴ SUSU, Chelyabinsk, Russia

⁵ SUSHPU, Chelyabinsk, Russia

Abstract. Assuming that Hubble expansion should manifest itself even at the sufficiently small (interplanetary) scales in the framework of dark-energy-dominated cosmological models, we try to estimate Hubble parameter from the thermal evolution of Earth and Mars during the last 4 billion years. The basic idea of our analysis is taking into account the variations in solar irradiation arriving at these planets due to the cosmological expansion of their orbits and subsequent confrontation of these calculations with the planetological data. The corresponding values of the local Hubble parameter were found to be rather large: 130–150 km/s/Mpc for the orbit of Earth and 170–200 km/s/Mpc for Mars, *i.e.*, 2–3 times greater than the commonly-accepted intergalactic value. Finally, we discuss a possible interpretation of these results.

Keywords: local Hubble expansion, dark energy, evolution of Earth, evolution of Mars

Introduction. The problem if Hubble expansion can exist at the sufficiently small (*e.g.*, interplanetary) scales is discussed for over 90 years [1] but remains unsolved till now. This issue became especially topical in the early 2000's, when a new paradigm in cosmology was based on the models with dominant contribution by the dark energy (Λ -term): since the dark energy is distributed perfectly uniform everywhere in space, one can expect that the corresponding Hubble expansion will manifest itself even at very small scales [2].

As was pointed out in works by M. Krizek and L. Somer [3, 4], the local Hubble effect should affect a thermal regime of the Earth throughout the entire period of its geological and biological evolution. Particularly, if the Earth's surface temperature is assumed to be constant over the interval of approximately 4 billion years, then the required local Hubble parameter turns out to be about a half of the standard intergalactic value, which might look somewhat strange. It is the aim of the present work to go beyond the assumption of constant planetary temperature by employing more recent data on the temperatures of the early Earth and Mars and, thereby, to evaluate the corresponding Hubble parameters more accurately.

Methods and materials; results. Starting from the equation of heat balance of the planet whose orbit experiences the cosmological expansion caused by the dark energy [5], one can find a magnitude of the local Hubble parameter at which the planetary temperature would have a specified value in the past:

$$H^{(\text{loc})} = \frac{4.96}{t} \left[\ln(L(t)/L_0) - 4\ln(T_s(t)/T_{s0}) \right] h, \quad (1)$$

where L is the solar luminosity, T_s is the temperature of the planetary surface, $h = 100 \text{ km/s/Mpc}$, and t is the time measured in billion years, which should be taken with a negative sign if it is directed to the past. Let us remind that the present-day value of the Hubble parameter at intergalactic scales is $H_0 \approx 0.7 h$; and it is reasonable to take $L(t)/L_0 \approx 0.7$ for the approximate estimates at $t \approx -4 \text{ bln. yr}$.

As follows from the modern data of paleochemisry and paleobiology [6], the Earth's temperature 3.5–4 bln. years ago could be substantially greater than today ($T_{s0} \approx 15^\circ\text{C} = 288 \text{ K}$) and estimated as $T_s \approx 70^\circ\text{C} = 343 \text{ K}$. Consequently, formu-

la (1) gives $H^{(\text{loc})} \approx 1.3\text{--}1.5 h$ (i.e., two times greater than its contemporary intergalactic value). As regards Mars, its present-day surface temperature is $T_{s0} \approx -63^\circ\text{C} = 210\text{ K}$; but there is a clear evidence that rivers flowed across its surface 3.7–4 bln. years ago, i.e., there was a considerable volume of liquid water, so that $T_s \geq 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$. In such a case, formula (1) leads to the even greater value $H^{(\text{loc})} \approx 1.7\text{--}2 h$.

Conclusion. The above-mentioned values of the local Hubble parameter—exceeding its contemporary intergalactic value by two or more times—might look quite strange. One of the most evident reasons could be caused by the oversimplifications employed in our estimates, namely, the time-independent absorption properties (albedo) of the planets as well as a permanent efficiency of the greenhouse effect in their atmospheres.

On the other hand, there might be also a cosmological interpretation of these results. First of all, let us mention that the available theoretical calculations—based on the assumption that the local Hubble effect is caused solely by the dark energy [7]—give us only the lower limit on the ratio $H^{(\text{loc})}/H_0$. On the other hand, there is no a rigorous upper limit, because the ordinary (aggregated) matter, in principle, can also give contribution at the small scales; and this contribution might be even greater than the one from the dark energy. Besides, the surprisingly large values of the local Hubble parameter might be associated with the effect of “accelerated unwinding spiral”, which was derived in the general relativistic calculations of the model problem of motion of a test particle in the field of the central point-like mass embedded into the uniform cosmological background formed by the Λ -term and possessing the Walker–Robertson asymptotics at infinity [8, 9].

References

- [1] McVittie G.C. The Mass-Particle in an Expanding Universe. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, 1933, vol. 93, p. 325.
- [2] Dumin Yu.V. Local Hubble Expansion: Current State of the Problem. *Cosmology on Small Scales. Proc. Int. Conf.* Prague, Inst. Math. Czech Acad. Sci., 2016, p. 23, <https://arxiv.org/abs/1609.01793>
- [3] Krizek M. Dark Energy and the Anthropic Principle. *New Astron.*, 2012, vol. 17, p.1.
- [4] Krizek M., Somer L. Manifestations of Dark Energy in the Solar System. *Grav. Cosmol.*, 2015, vol. 21, p. 59.
- [5] Dumin Yu.V., Savinykh E.S. Krizek — Somer Anthropic Principle and the Problem of Local Hubble Expansion. *Grav. Cosmol.*, 2025, vol. 31, p. 205.
- [6] Gaucher E.A., Govindarajan S., Ganesh O.K. Palaeotemperature Trend for Precambrian Life Inferred from Resurrected Proteins. *Nature*, 2008, vol. 451, p. 704.
- [7] Dumin Yu.V. Is the Hubble Constant Scale-Dependent? *Grav. Cosmol.*, 2018, vol. 24, p. 171.
- [8] Dumin Yu.V. Comment on Progress in Lunar Laser Ranging Tests of Relativistic Gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 98, no. art.. 059001.
- [9] Dumin Yu.V. Lambda Perturbations of Keplerian Orbits in the Expanding Universe. *Grav. Cosmol.*, 2020, vol. 2, p. 307.

УДК 524.8

Некоторые аспекты эволюции двойных первичных черных дыр

Ерошенко Юрий Николаевич ^{1(*)}

eroshenko@inr.ac.ru

Стасенко Виктор Дмитриевич ²

vdstasenko@mephi.ru

¹ Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия² НИЯУ МИФИ, Москва, Россия

Аннотация. Исследовано слияние двойных первичных черных дыр в эволюционирующем гало темной материи. Если первичные черные дыры составляют лишь малую долю всей темной материи, а остальная ее часть состоит, например, из элементарных частиц, то вокруг пары черных дыр неизбежно должно образовываться и нарастать со временем гало из темной материи. Показано, что в результате несферичности сжатия слоев темной материи имеется непрерывный поток темной материи через центр гало. Пролеты темной материи влияют на эволюцию орбиты пары черных дыр, отбирая энергию орбитального движения. Этот эффект приводит к ускоренному сжатию орбиты пары и уменьшению времени до слияния черных дыр. Это, в свою очередь, приводит к изменению темпа гравитационных всплесков, сопровождающих слияния черных дыр, и может иметь значения для гравитационно-волновой астрономии.

Ключевые слова: космология, гравитационные волны, первичные черные дыры, темная материя

Введение. Гипотеза о возможности образования в ранней Вселенной первичных черных дыр (ПЧД) была высказана в 1966 г. в работе Я.Б. Зельдовича и И.Д. Новикова [1]. С тех пор было разработано несколько моделей их образования. ПЧД могут играть важную роль в ряде астрофизических процессов и в космологии. В частности, они могут образовывать гравитационно-связанные двойные системы, и их слияния в парах может объяснять некоторую часть гравитационно-волновых событий, регистрируемых детекторами LIGO/Virgo/KAGRA. Если ПЧД составляют только малую часть темной материи, то оставшаяся темная материя должна образовывать вокруг пар эволюционирующее гало темной материи. В данной работе рассмотрено влияние потоков темной материи сжимающихся слоев гало на эволюцию орбиты пары черных дыр в центре гало.

Методы и материалы; результаты. В работе записываются уравнения для эволюции гало темной материи вокруг пары ПЧД и рассматривается последовательный пролет несферических слоев темной материи после их отщепления от космологического расширения и первого сжатия. Поскольку существуют направления с нулевым угловым моментом [2], слои темной материи принимают уплощенную форму и проходят через центр гало до тех

пор, пока происходит отщепление новых слоев (пока гало не стабилизируется). В работе рассчитан поток темной материи через центр гало. С помощью найденного потока вычисляется влияние темной материи на орбиту пары ПЧД с помощью формализма Квинлана [3].

В качестве факторов, определяющих несферичность сжатия гало, рассмотрено приливное гравитационное влияние инфляционных возмущений плотности и соседних (по отношению к рассматриваемой паре) ПЧД. Получено, что поток темной материи из эволюционирующего гало существенно ускоряет процесс слияния ПЧД с массами 30 масс Солнца. Для объяснения данных LIGO/Virgo/KAGRA требуется примерно на порядок меньше ПЧД по сравнению со случаем, когда гало не учитывается.

Заключение. Расчет эволюции орбиты пары ПЧД показал важность учета потока темной материи из окружающего гало через область орбиты. В случае ПЧД с массами порядка 30 масс Солнца темп слияния значительно ускоряется, что важно для объяснения данных гравитационно-волновых детекторов LIGO/Virgo/KAGRA в моделях с ПЧД.

Список источников

- [1] Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Гипотеза задержавшихся в расширении ядер и горячая космологическая модель. *Астрономический журнал*, 1966, т. 43, № 4, с. 758–760.
- [2] Sikivie P., Tkachev I.I., Wang Y. Secondary infall model of galactic halo formation and the spectrum of cold dark matter particles on Earth. *Phys. Rev. D*, 1997, vol. 56, no. 4, pp. 1863–1878.
- [3] Quinlan G.D. The dynamical evolution of massive black hole binaries I. Hardening in a fixed stellar background. *New Astronomy*., 1996, vol. 1, no. 1, pp. 35–56.

Some Aspects of the Evolution of Binary Primordial Black Holes

Eroshenko Yuri Nikolaevich¹

eroshenko@inr.ac.ru

Stasenko Viktor Dmitrievich²

vdstasenko@mephi.ru

¹Institute for Nuclear Research RAS, Moscow, Russia

²National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

Abstract. The merge of binary primordial black holes in an evolving dark matter halo has been investigated. If primordial black holes make up only a small fraction of all dark matter, and the rest of it consists, for example, of elementary particles, then a halo of dark matter must inevitably form and grow over time around a pair of black holes. It is shown that as a result of the non-spherical compression of the dark matter layers, there is a continuous flow of dark matter through the center of the halo. The passage of dark matter affects the evolution of the orbit of a pair of black holes, taking away the energy of the orbital motion. This effect leads to an accelerated contraction of the pair's orbit and a decrease in the time before the black holes merge. This, in turn, leads to a change in the rate of gravitational

bursts accompanying black hole mergers, and may have implications for gravitational-wave astronomy.

Keywords: cosmology, gravitational waves, primordial black holes, dark matter

Introduction. The hypothesis about the possibility of the primordial black holes (PBHs) formation in the early Universe was proposed in 1966 in the work of Ya.B. Zel'dovich and I.D. Novikov [1]. Since then, several models of their formation have been developed. PBHs can play an important role in a number of astrophysical processes and in cosmology. In particular, they can form gravitationally bounded binary systems, and their mergers in pairs can explain some of the gravitational wave events detected by the LIGO/Virgo/KAGRA detectors. If the PBHs make up only a small part of the dark matter, then the remaining dark matter should form an evolving halo of dark matter around the pairs. In this paper, we consider the influence of dark matter fluxes from shrinking halo layers on the evolution of the orbits of a pair of PBHs in the center of the halo.

Methods and materials; results. In this paper, we write down equations for the evolution of a dark matter halo around a pair of PBHs and consider the sequential passage of non-spherical layers of dark matter after their separation from cosmological expansion and first contraction. Since there are directions with zero angular momentum [2], the layers of dark matter take on a flattened shape and pass through the center of the halo until new layers are split off (until the halo stabilizes). The paper calculates the flow of dark matter through the center of the halo. Using the found flow, the influence of dark matter on the orbit of a PBH pair is calculated using the Quinlan formalism [3].

The tidal gravitational influence of inflationary density perturbations and neighboring (relative to the pair under consideration) PBHs is considered as factors determining the non-spherical compression of the halo. It has been found that the flow of dark matter from the evolving halo significantly accelerates the process of the PBHs merge (with masses of 30 solar masses). To explain the LIGO/Virgo/KAGRA data, it takes about an order of magnitude less PBHs compared to the case when the halo is not taken into account.

Conclusion. The calculation of the evolution of the orbit of a pair of PBHs showed the importance of taking into account the flow of dark matter from the surrounding halo through the orbital region. In the case of black holes with masses of about 30 mass of the Sun, the rate of merge accelerates significantly, which is important for explaining the data of the LIGO/Virgo/KAGRA gravitational wave detectors in models with PBHs.

References

- [1] Zel'dovich Ya.B., Novikov I.D. The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model. *Sov. Astron.*, 1967, vol. 10, no. 4, pp. 602–603. (In Russ.).

-
- [2] Sikivie P., Tkachev I.I., Wang Y. Secondary infall model of galactic halo formation and the spectrum of cold dark matter particles on Earth. *Phys. Rev. D*, 1997, vol. 56, no. 4, pp. 1863–1878.
 - [3] Quinlan G.D. The dynamical evolution of massive black hole binaries I. Hardening in a fixed stellar background. *New Astronomy*., 1996, vol. 1, no. 1, pp. 35–56.

УДК 52-52

Ложновакуумное поведение электромагнитного поля в фотонном кристалле

Филатов Владимир Викторович()*

vvfilatov@bmstu.ru

Волкова Вероника Валерьевна

volkovavv1@student.bmstu.ru

Кулагина Мария Алексеевна

kulaginama@student.bmstu.ru

Чебакова Софья Александровна¹

chebakovasa@student.bmstu.ru

Шумилкина Юлия Романовна

shumilkinayur@student.bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Исследовано состояние электромагнитного поля в фотонном кристалле – метаматериале с периодической оптической сверхструктурой. Установлено, что в критических точках зоны Бриллюэна поляритонное поле С-, Р- и Т-симметрично (то есть, симметрия калибровочного поля $U(1)$ не нарушена), плотность квантовых состояний сингулярна, открыты нелинейные каналы квантовой электродинамики, а также разрешена параметрическая down-конверсия высокоэнергетического поляритонного бозе-конденсата в низкоэнергетический. Результаты воспроизводят эффекты ложного квантового вакуума в лабораторном оптическом эксперименте.

Ключевые слова: Большой взрыв, ложный квантовый вакуум, спонтанное нарушение симметрии, фотонный кристалл, конденсат Бозе — Эйнштейна

Введение. Ложновакуумное (иначе: метастабильное) состояние квантового поля – такое состояние квантового вакуума (области пространства-времени, содержащей только виртуальные частицы), которое локально стабильно, но не энергетически-минимально. Предполагается, что распад ложного квантового вакуума с замороженным хиггсовским полем на планковском масштабе послужил толчком к Большому взрыву, породив четырехмерное пространство-время со свободной энергией, из которой в дальнейшем конденсировались элементарные частицы. В связи с этим изучение свойств ложного квантового вакуума является задачей чрезвычайной важности, способной пролить свет на вопрос о возникновении Вселенной.

В настоящей работе сообщается о лабораторном воспроизведении ложновакуумных эффектов в оптическом эксперименте с фотонным кристаллом.

Методы и материалы; результаты. Современная квантовая теория поля предоставляет мощные теоретические методы, позволяющие единообразно описать явления как физики высоких энергий, так и конденсированного состояния. В частности, экстремальному электромагнитному полю Большого взрыва математически соответствует сингулярная плотность состояний поляритонного конденсата Бозе-Эйнштейна (БЭК), что позволяет использовать последний в качестве модели для изучения особенностей, характерных для

ранней Вселенной. Поляритонный БЭК может быть получен лабораторно конденсацией светового поля в резонансной оптической микрополости, например, фотонного кристалла — метаматериала с оптической сверхрешеткой и удобными естественными (решеточными) пустотами.

Нами установлено, что возбуждение фотонного кристалла внешним оптическим излучением приводит к формированию в критических точках его зоны Бриллюэна поляритонного БЭК, описываемого С-, Р- и Т-симметричной (по отдельности) волновой функцией [1] (особенно отметим Т-симметрию, означающую локальное исчезновение стрелы времени). Сингулярная плотность состояний БЭК делает доступным исключительно узкий нелинейный двухполяритонный канал $\gamma\gamma \rightarrow a$, порождающий «темные» аксионоподобные частицы по механизму, предположительно доминировавшему в ранней Вселенной [2]. При этом в спектрах вторичного излучения наблюдаются [3] следы не только данного процесса, но и распада поляритонного конденсата в менее энергетический, что интерпретируется как переход «ложного» БЭК в «истинный».

Заключение. Итак, поведение поляритонного бозе-конденсата в особых точках зоны Бриллюэна фотонного кристалла соответствует ожидаемому для ложного вакуума и может использоваться для лабораторного моделирования последнего.

Список источников

- [1] Кулагина М.А. и др. Хиральная симметрия поляритонов и ее нарушение в кристаллической среде. *XIV Междунар. конф. по фотонике и информационной оптике: сб. тр.* Москва, НИЯУ МИФИ, 2025, с. 367–368.
- [2] Волкова В.В. Поляритонный конденсат Бозе–Эйнштейна — перспективная оптическая среда для генерации аксионных состояний. *Ученые записки физического факультета Московского университета*, 2024, № 4, 2441505.
- [3] Volkova V.V. et al. Non-linear response of the dielectric medium to the intensive optical excitation in the resonant region of the dielectric function. *UltrafastLight-2024. Book of Abstracts of VIII International Conference on Ultrafast Optical Science*, Moscow, Lebedev Physical Institute Publ., 2024, 130 p.

False Vacuum Alike Behaviour of the Electromagnetic Field in a Photonic Crystal

Filatov Vladimir Viktorovich(*)

vvfilatov@bmstu.ru

Volkova Veronika Valerievna

volkovavv1@student.bmstu.ru

Kulagina Maria Alekseevna

kulaginama@student.bmstu.ru

Chebakova Sofia Aleksandrovna

chebakovasa@student.bmstu.ru

Shumilkina Julia Romanovna

shumilkinayur@student.bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The paper investigates the electromagnetic field in a photonic crystal that is a metamaterial with periodic optical superstructure. It is found that at the critical points of Brillouin zone, the polariton field is C-, P-, and T-symmetric (i.e., the symmetry of the gauge field $U(1)$ is restored), the density of quantum states is singular, nonlinear process of quantum electrodynamics are observable, and parametric down-conversion of a high-energy polariton Bose condensate into a low-energy one is permitted. The results allow to optically reproduce the false vacuum effects at a laboratory.

Keywords: Big Bang, false vacuum, spontaneous symmetry breaking, photonic crystal, Bose-Einstein condensate

Introduction. In quantum field theory, a false vacuum is a vacuum state that is locally stable but does not occupy the most stable possible ground state. Nowadays the most common view is that the decay of the Planck-scale trapped Higgs field false vacuum into the true vacuum was a key step to the Big Bang. For this reason, understanding the false vacuum, its properties and behavior is important for unraveling the origin of the Universe.

This paper reports the laboratory reproduction of quantum electrodynamics' (QED) false vacuum in an optical experiment with a photonic crystal.

Methods and materials; results. A modern quantum field theory offers powerful theoretical methods to uniformly describe both high-energy physics phenomena and condensed matter ones. This way, the extreme electromagnetic field of the Big Bang can be dealt through a singular density of states of the polariton Bose-Einstein condensate (BEC). The latter can be obtained through condensation of a light in a resonant optical microcavity. This way, the light field inside a photonic crystal, a metamaterial with an optical superlattice and natural (lattice) voids, is capable to reproduce early Universe at a lab.

We found a light directed onto a photonic crystal condense in the nearest-to-the-surface optical microcavity and form polariton BEC at the critical point of the Brillouin zone with C-, P- and T-symmetric wavefunction [1] (note the T-symmetry meaning the arrow of time has disappeared). The BEC's singular density of states opens an extremely narrow nonlinear two-polariton channel $\gamma\gamma \rightarrow$ a generating "dark" axion-like particles via a mechanism that presumably dominated in the early Universe [2]. In the spectra of the secondary radiation we observe not only

this process, but also the transform of the polariton condensate into a lower-energy one, that can be interpreted as a decay of a “false” BEC into a “true” one [3].

Conclusion. The polariton BEC in the special points of the Brillouin zone of a photonic crystal is able to reproduce the QED false vacuum and makes it possible to investigate the latter at a laboratory.

References

- [1] Kulagina M.A. et al. Chiral symmetry of polaritons and its breaking in a crystalline medium, *Proceedings of XIV International Conference on Photonics and Information Optics*, Moscow, National Research Nuclear University MEPhI Publ., 2025, pp. 367–368. (In Russ.).
- [2] Volkova V.V. The Bose-Einstein polariton condensate is a promising optical medium for generating axion states. *Moscow University Physics Bulletin*, 2024, vol. 4, art. no. 2441505. (In Russ.).
- [3] Volkova V.V. et al. Non-linear response of the dielectric medium to the intensive optical excitation in the resonant region of the dielectric function. *UltrafastLight-2024. Book of Abstracts of VIII International Conference on Ultrafast Optical Science*, Moscow, Lebedev Physical Institute Publ., 2024, 130 p.

UDC 530.122.2

Gravity quantization approaches revisited

Fil'chenkov Michael Leonidovich

fmichael@mail.ru

SPIN-code: 8407-2251

Laptev Yuri Pavlovich

yplaptev@rambler.ru

RUDN University, Moscow, Russia

Abstract. The levels of quantization in gravity theory have been classified. The objects and processes in gravitationally bound systems and their general properties are analyzed to create a consistent theory of gravity quantization by constructing quantum models of compact astrophysical objects and the early Universe.

Keywords: gravity quantization, compact astrophysical objects, early Universe, quantum mechanics, quantum field theory, quantum geometrodynamics, graviatom, Universe birth

Introduction. The gravitationally bound systems in quantizing particle motion, extraneous fields and geometry as a whole are considered. To these quantization levels correspond such quantum objects and processes as graviatoms, Lemaitre's atom, the Universe's birth and particle creation [1–4]. The general properties of the gravitationally bound systems are due to several levels of quantization being simultaneously present at the same quantum object or process. This research is aimed to create a consistent theory of gravity quantization by constructing quantum models of compact astrophysical objects and the early Universe.

Methods and materials; results. Gravity quantization is considered in the framework of general relativity and quantum theory. The latter — in terms of quantum mechanics and quantum field theory in curved space-time. The quantum objects involved are graviatoms, comprising miniholes, which capture microparticles, and Lemaitre's atom simulating the early Universe. The quantum processes are — Universe's birth, interpreted as a tunnel effect, and particle creation in Hawking's effect [5] and in the early Universe due to a decay of leptiquarks [6]. The result obtained is that the product of the masses of miniholes and particles captured by them in the graviatom and that of the masses of miniholes and leptiquarks being born in the early Universe are of the order of the Planckian mass squared.

Conclusion. The graviatom and Lemaitre's atom are described by Schrödinger's type equation. The similarity between the relationships for graviatoms and the formation of miniholes and leptiquarks in the early Universe is due to the presence of miniholes and quantum field effects in both cases. The product of the masses of miniholes and particles captured by them and that for the masses of miniholes and leptiquarks being born in the early Universe are of the order of the Planckian mass squared. The consideration of gravitationally bound quantum systems may play a

part in the creation of a consistent theory of gravity quantization allowing loop and string cosmology to be combined.

References

- [1] Rovelli C. *Quantum Gravity*. Cambridge, UK, Cambridge University Press, 2004, 455 p.
- [2] Kiefer C. *Quantum Gravity*. Oxford, UK, Oxford University Press, 2007, 355 p.
- [3] Fil'chenkov M.L., Laptev Yu.P. *Quantum Gravity: from Microworld to Megaworld*. Moscow, URSS, 2024, 304 p.
- [4] Grib A.A., Mamaev S.G., Mostepanenko V.M. *Vacuum Quantum Effects in Strong Fields*. St. Petersburg, Friedmann Laboratory Publ., 1994, 361 p.
- [5] Hawking S.W. Particle creation by black holes. *Commun. Math. Phys.*, 1975, vol. 43, art. no. 199–220.
- [6] Laptev Yu.P. *Gravitationally Bound Quantum Systems with Leptons and Mesons*. Diss. ... Dr. Sc. (Eng.). Moscow, 2009, 104 p.
- [7] Mielczarek J., Szedlowski M. Universe from vacuum in loop-string cosmology. *J. Astroparticle Phys.*, 2009, 104 p. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2008/08/014>

УДК 530.122

Космологические модели на основе скалярно-торсионной гравитации, соответствующие телепараллельному эквиваленту общей теории относительностиФомин Игорь Владимирович^(*)

ingvor@inbox.ru

SPIN-код: 4676-2672

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Показано, что для специфической связи между параметрами космологических моделей на основе скалярно-торсионной гравитации нефизические моды космологических возмущений можно исключить как и для случая телепараллельного эквивалента общей теории относительности. На основе представленного подхода получены выражения для параметров космологических возмущений, которые позволяют сопоставить данные параметры для случая скалярно-тензорной гравитации и телепараллельного эквивалента общей теории относительности.

Ключевые слова: космология, скалярное поле, модифицированные теории гравитации, космологические возмущения, реликтовые гравитационные волны

Введение. Скалярно-торсионные теории гравитации, подразумевающие неминимальную связь скалярного поля и кручения, используются для построения моделей как инфляционного, так и современного этапов эволюции Вселенной [1–3].

Тем не менее, необходимо отметить, что модификации телепараллельного эквивалента общей теории относительности приводят к нарушению локальной лоренц-инвариантности [3, 4]. На инфляционной стадии эволюции вселенной нарушение локальной лоренц-инвариантности соответствует появлению дополнительных нефизических мод космологических возмущений, что приводит к необходимости дополнительного анализа эволюции космологических возмущений в инфляционных моделях на основе теорий гравитации данного типа.

Методы и материалы; результаты. Основой предложенного подхода к устранению нефизических мод космологических возмущений в рассматриваемых моделях является анализ характеристик космологических возмущений на основе метода Арновитта-Дезера-Миснера для тетрадных полей [4].

На основе анализа характеристик космологических возмущений было показано, что степенная зависимость между функцией, определяющей тип неминимальной связи между скалярным полем и кручением $G(\varphi)$ и параметром Хаббла $H(t)$, определяющим тип космологической динамики ускоренного расширения ранней вселенной вида $G \sim H^n$, где n — некоторая постоянная, приводит к отсутствию нефизических мод космологических

возмущений. Также было показано, что в частном случае $n = 1/2$ значения параметров космологических возмущений в точности соответствуют случаю телепараллельного эквивалента общей теории относительности.

В качестве важного результата отмечено, что степенная параметризация влияния неминимальной связи скалярного поля и кручения позволяет верифицировать модели космологической инфляции по наблюдательным ограничениям на параметры космологических возмущений для произвольных физических потенциалов скалярного поля.

Заключение. Представлен анализ эволюции космологических возмущений в моделях на основе скалярно-торсионной гравитации, в рамках которого показано, что при степенной зависимости функции неминимальной связи и параметра Хаббла возможно устранить нефизические моды космологических возмущений. Полученные выражения для параметров космологических возмущений являются основой для анализа расхождений в параметрах космологических возмущений для случая скалярно-торсионной гравитации и телепараллельного эквивалента общей теории относительности.

Список источников

- [1] Leon G., Paliathanasis A., Saridakis E.N., Basilakos S. Unified dark sectors in scalar-torsion theories of gravity. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 106, art. no. 024055. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.106.024055>
- [2] Duchaniya L.K., Mishra B., Fomin I.V., Chervon S.V. Dynamical system analysis in modified Galileon cosmology. *Class. Quant. Grav.*, 2024, vol. 41, art. no. 235016. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ad8a13>
- [3] Fomin I.V., Chervon S.V., Duchaniya L.K., Mishra B. The scalar-torsion gravity corrections in the first-order inflationary models. *Phys. Dark Univ.*, 2025, vol. 48, art. no. 101895. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2025.101895>
- [4] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. Generating primordial fluctuations from modified teleparallel gravity with local Lorentz-symmetry breaking. *Phys. Lett. B*, 2020, vol. 809, art. no. 135696. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2020.135696>

Cosmological Models Based on Scalar-Torsion Gravity Corresponding to the Teleparallel Equivalent of General Relativity

Fomin Igor Vladimirovich(*)

ingvor@inbox.ru

SPIN-code: 4676-2672

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. It is shown that for a specific connection between the parameters of cosmological models based on scalar-torsion gravity, non-physical modes of cosmological perturbations can be excluded as for the case of the teleparallel equivalent of the general theory of relativity. Based on the presented approach, expressions for the parameters of cosmological per-

turbations are obtained, which allow one to compare these parameters for the case of scalar-tensor gravity and the teleparallel equivalent of the general theory of relativity.

Keywords: cosmology, scalar field, modified theories of gravity, cosmological perturbations, relic gravitational waves

Introduction. Scalar-torsion theories of gravity, implying a non-minimal connection between the scalar field and torsion, are used to construct models of both the inflationary and modern stages of the evolution of the Universe [1–3].

However, it should be noted that modifications of the teleparallel equivalent of the general theory of relativity lead to a violation of local Lorentz-invariance [3, 4]. At the inflationary stage of the evolution of the Universe, a violation of local Lorentz-invariance corresponds to the appearance of additional non-physical modes of cosmological perturbations, which leads to the need for additional analysis of the evolution of cosmological perturbations in the inflationary models based on theories of gravity of this type.

Methods and materials; results. The basis of the proposed approach to eliminating non-physical modes of cosmological perturbations in the models under consideration is the analysis of the characteristics of cosmological perturbations based on the Arnowitt-Deser-Misner method for tetrad fields [4].

Based on the analysis of the characteristics of cosmological perturbations, it was shown that the power-law dependence between the function determining the type of non-minimal coupling between the scalar field and torsion $G(\varphi)$ and the Hubble parameter $H(t)$ determining the type of cosmological dynamics of the accelerated expansion of the early universe of the form $G \sim H^n$, where n is a some constant, leads to the absence of non-physical modes of cosmological perturbations. It was also shown that in a particular case $n = 1/2$, the values of the parameters of cosmological perturbations exactly correspond to the case of the teleparallel equivalent of the general theory of relativity.

As an important result, it is noted that the power-law parameterization of the influence of the non-minimal coupling of the scalar field and torsion allows one to verify models of cosmological inflation based on observational constraints on the parameters of cosmological perturbations for arbitrary physical potentials of the scalar field.

Conclusion. The analysis of the evolution of cosmological perturbations in models based on scalar-torsion gravity is presented, within the framework of which it is shown that with a power dependence of the non-minimal coupling function and the Hubble parameter, it is possible to eliminate non-physical modes of cosmological perturbations. The obtained expressions for the parameters of cosmological perturbations are the basis for the analysis of discrepancies in the parameters of cosmological perturbations for the case of scalar-torsion gravity and the teleparallel equivalent of the general theory of relativity.

References

- [1] Leon G., Paliathanasis A., Saridakis E.N., Basilakos S. Unified dark sectors in scalar-torsion theories of gravity. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 106, art. no. 024055.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.106.024055>
- [2] Duchaniya L.K., Mishra B., Fomin I.V., Chervon S.V. Dynamical system analysis in modified Galileon cosmology. *Class. Quant. Grav.*, 2024, vol. 41, art. no. 235016.
<https://doi.org/10.1088/1361-6382/ad8a13>
- [3] Fomin I.V., Chervon S.V., Duchaniya L.K., Mishra B. The scalar-torsion gravity corrections in the first-order inflationary models. *Phys. Dark Univ.*, 2025, vol. 48, art. no. 101895.
<https://doi.org/10.1016/j.dark.2025.101895>
- [4] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. Generating primordial fluctuations from modified teleparallel gravity with local Lorentz-symmetry breaking. *Phys. Lett. B*, 2020, vol. 809, art. no. 135696.
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2020.135696>

УДК 524.8

Верифицируемые модели космологической инфляции, основанные на обобщенной гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кручения

Фомин Игорь Владимирович

ingvor@inbox.ru

SPIN-код: 4676-2672

Денцель Евгений Станиславович(*)

edentsel@yandex.ru

SPIN-код: 7594-8820

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрены космологические модели, основанные на обобщенной гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кручения. Их построение основано на точных решениях, справедливых для любой космологической динамики, в том числе масштабного фактора и эволюции скалярного поля. В рамках предложенного подхода построены космологические модели, содержащие стадию ускоренного расширения как в инфляционной стадии, так и на поздних временах. В качестве примера рассмотрена хаотическая инфляция с потенциалом $V(\phi) = V_0\phi^2$. Посчитаны значения произвольных констант для верифицируемой по наблюдательным данным космологической модели.

Ключевые слова: точные решения, модифицированная гравитация, скалярное поле, кручение, параметры космологических возмущений

Введение. Модифицированные теории гравитации успешно применяются для построения космологических моделей с корректной динамикой, включающей стадию ускоренного расширения в начале инфляции и на поздних временах [1–4]. Кроме того, подобные сценарии удовлетворяют наблюдательным ограничениям на параметры космологических возмущений.

В данной работе построение инфляционных сценариев основано на точных решениях, справедливых для произвольной фоновой динамики. Задавая параметр Хаббла, для рассматриваемой функции связи $G(\phi) = G_0 H^n$, $G_0 = \text{const}$, можно получить класс моделей произвольного потенциала скалярного поля, что позволяет рассмотреть физически значимые потенциалы в контексте гравитации с кручением.

Методы и материалы; результаты. Обобщенная гравитация с неминимальной связью скалярного поля и кручения в системе единиц $c = 8\pi G = M_p^{-2} = 1$ описывается следующим действием [3]:

$$S = \int d^4x e [f(T, \phi) + \omega(\phi)X], \quad (1)$$

где $f(T, \phi)$ — произвольная функция скалярного поля ϕ и скаляра кручения

T , $X = -\frac{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi}{2}$, $\omega(\phi)$ — кинетическая функция, $e = \det(e_\mu^a) = \sqrt{-g}$. Выбор подходящей тетрады $e_\mu^a = \text{diag}(1, a, a, a)$, $a = a(t)$ — масштабный фактор, приводит к пространственно плоской метрике Фридмана — Робертсона — Уокера (ФРУ) $ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$.

Уравнения фоновой динамики модели для действия (1) и метрики ФРУ представлены в виде [3, 4]

$$f(T, \phi) - \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} = 0, \quad (2)$$

$$f(T, \phi) + \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} - \frac{d}{dt}(H, f_{,T}) = 0, \quad (3)$$

$$\omega(\phi) \ddot{\phi} + 3\omega(\phi) \sqrt{\frac{T}{6}} \dot{\phi} + \frac{1}{2} \frac{d\omega(\phi)}{d\phi} \dot{\phi}^2 - f_{,\phi} = 0. \quad (4)$$

Точные решения уравнений (2)–(4) запишем в виде

$$f(T, \phi) = \alpha_1 G(\phi) \sqrt{T} + \alpha_2 V(\phi) = f(T, \phi)_{STG} + \alpha_2 V(\phi), \quad (5)$$

$$\omega(\phi) = \frac{\alpha_1^2}{3\alpha_2} \frac{G_{,\phi}^2}{V(\phi)}, \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\sqrt{6}\alpha_2}{\alpha_1} \frac{V(\phi)}{G_{,\phi}}, \quad (7)$$

где $H = \sqrt{\frac{T}{6}}$. Так как соотношения (5)–(7) справедливы для любой фоновой динамики, выберем функцию связи в виде $G = G_0 H^n$. В качестве примера рассмотрим параметр Хаббла

$$H(t) = \lambda - \beta t, \quad (8)$$

$\lambda < 0$. Тогда из (6)

$$V(t) := -\frac{n\beta G_0 \sqrt{6}\alpha_1}{6\alpha_2} (\lambda - \beta t)^{n-1}. \quad (9)$$

Таким образом, подбирая вид зависимости $V = V(\phi)$, можно построить класс верифицируемых по наблюдательным данным моделей [5]. Для хаотической инфляции [6]

$$V = V_0 \phi^2, \quad (10)$$

$V_0 = \text{const.}$ Исходя из (9) и (10) получим зависимость $t(\phi)$, что позволяет восстановить фоновую динамику в терминах скалярного поля. Таким образом, исходя из выражений для параметров космологических возмущений и $\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$ можно построить верифицируемую модель, не восстанавливая зависимость $r(n_S)$.

Значения параметров космологических возмущений от произвольных констант

ΔN	n	λ	r	n_S	α_1
55	0,51	33,160	0,028	0,9599	−0,370
58	0,4	34,050	0,020	0,9610	−0,370
60	0,41	2,301	0,020	0,9622	−0,370

Заключение. В представленной работе получены значения на произвольные параметры системы, позволяющие построить верифицируемые по наблюдательным ограничениям [5], в рамках приближения медленного скалывания. Рассмотренный подход позволяет на основе физических потенциалов строить корректную фоновую динамику.

Список источников

- [1] Baumann D., McAllister L. *Inflation and String Theory*. Cambridge, Cambridge University Press, 2015.
- [2] Koyama K., Cosmological Tests of Modified Gravity. *Rept. Prog. Phys.*, 2016, vol. 79, art. no. 046902. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/4/046902>
- [3] Фомин И.В. Космологические модели на основе скалярно-торсионной гравитации. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2024, № 1, с. 104–109. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.104-109>
- [4] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. Cosmological dynamics of dark energy in scalar-torsion $f(T, \phi)$ gravity. *Eur. Phys. J. C* 81, 2021, , vol. 480, no. 5.
- [5] Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *JCAP*, 2023, vol. 04, art. no. 062. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/062>
- [6] Martin J., Ringeval C., Vennin V. *Encyclopædia Inflationaris*. Physics of the Dark Universe, 2014, vol. 5–6, pp. 75–235.

Verified cosmological inflation models based on generalized scalar-torsion gravity

Fomin Igor Vladimirovich

ingvor@inbox.ru

SPIN-code: 4676-2672

Dentsel Evgenii Stanislavovich(*)

edentsel@yandex.ru

SPIN-code: 7594-8820

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. We consider cosmological model based on generalised scalar-torsion gravity. Its construction is based on exact solutions, which are valid for arbitrary dynamics, a scale factor and a scalar field evolution. The anzats $G(\phi) = G_0 H^n$ for arbitrary coupling function is chosen. It allows to restore the dependence between parameters of cosmological perturbations by choosing the Hubble parameter. In the context of the proposed approach, cosmological models are constructed, providing both accelerated expansion at the inflationary stage end as well as an accelerated expansion at late times. It is shown that such generalized scalar-torsion gravity scenarios are verified with modern constraint on parameters of cosmological perturbations. Also, the values of arbitrary constants are calculated for verified by observational data cosmological model. As the example, chaotic inflation is $V(\phi) = V_0 \phi^2$ chosen.

Keywords: exact solutions, modified gravity, scalar field, torsion, parameters of cosmological perturbations

Introduction. Modified gravity theories are successfully applied to construct cosmological models with correct dynamics, implying the accelerated expansion stage at the beginning of inflation and at late times [1–4]. Moreover, such scenarios satisfy observational constraints on the parameters of cosmological perturbations.

In this paper, the construction of inflationary scenarios is based on exact solutions that are valid for arbitrary background dynamics. By setting the Hubble parameter, for the considered coupling function, one can obtain a class of models of arbitrary scalar field potentials, which allows one to consider physically relevant potentials in the context of gravity with torsion.

Methods and materials; results. Generalized gravity with non-minimal coupling of scalar field and torsion in units system $c = 8\pi G = M_p^{-2} = 1$ is described by the action [3]

$$S = \int d^4x e [f(T, \phi) + \omega(\phi) X], \quad (1)$$

where $f(T, \phi)$ — arbitrary function of scalar field ϕ and torsion scalar T ,

$X = -\frac{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi}{2}$, $\omega(\phi)$ — kinetic function, $e = \det(e_\mu^a) = \sqrt{-g}$. The choice of prop-

er tetrad $e_\mu^a = \text{diag}(1, a, a, a)$, $a = a(t)$ — scale factor, leads to spatially flat Friedman — Robertson — Walker (FRW) metric $ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$.

Cosmological background equations for action (1) and FRW metric are defined as follows [3, M4]

$$f(T, \phi) - \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} = 0, \quad (2)$$

$$f(T, \phi) + \frac{1}{2} \omega(\phi) \dot{\phi}^2 - 2Tf_{,T} - \frac{d}{dt}(H, f_{,T}) = 0, \quad (3)$$

$$\omega(\phi) \ddot{\phi} + 3\omega(\phi) \sqrt{\frac{T}{6}} \dot{\phi} + \frac{1}{2} \frac{d\omega(\phi)}{d\phi} \dot{\phi}^2 - f_{,\phi} = 0. \quad (4)$$

Exact solutions of (2)–(4) are considered as follows

$$f(T, \phi) = \alpha_1 G(\phi) \sqrt{T} + \alpha_2 V(\phi) = f(T, \phi)_{STG} + \alpha_2 V(\phi), \quad (5)$$

$$\omega(\phi) = \frac{\alpha_1^2}{3\alpha_2} \frac{G_{,\phi}^2}{V(\phi)}, \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\sqrt{6}\alpha_2}{\alpha_1} \frac{V(\phi)}{G_{,\phi}}, \quad (7)$$

where $H = \sqrt{\frac{T}{6}}$. Since relations (5)–(7) are valid for any background dynamics, let us consider the coupling function in the form $G = G_0 H^n$. As the example, the Hubble parameter is

$$H(t) = \lambda - \beta t, \quad (8)$$

$\lambda < 0$. From (6) we get

$$V(t) := -\frac{n\beta G_0 \sqrt{6}\alpha_1}{6\alpha_2} (\lambda - \beta t)^{n-1}. \quad (9)$$

Hence, by choosing the type of dependence $V = V(\phi)$, one can construct a class of models verifiable by observational data [5]. For chaotic inflation [6]

$$V = V_0 \phi^2, \quad (10)$$

$V_0 = \text{const}$. From (9) and (10) we can find $t(\phi)$, which allows to restore background dynamics in terms of a scalar field. Thus, based on the expressions for the

parameters of cosmological perturbations [5] and $\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$, we can construct a verifiable model without restoring the dependence $r(n_s)$.

Values of cosmological perturbations parameters from arbitrary constants

ΔN	n	λ	r	n_s	α_1
55	0.51	33.160	0.028	0.9599	−0.370
58	0.4	34.050	0.020	0.9610	−0.370
60	0.41	2.301	0.020	0.9622	−0.370

Conclusion. In the presented work, we obtain values on arbitrary parameters of the system, which allow us to construct verifiable by observational constraints, based on the slow rolling approximation. The considered approach allows one to construct correct background dynamics on the basis of physical potentials.

References

- [1] Baumann D., McAllister L. *Inflation and String Theory*. Cambridge, Cambridge University Press, 2015.
- [2] Koyama K., Cosmological Tests of Modified Gravity. *Rept. Prog. Phys.*, 2016, vol. 79, art. no. 046902. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/4/046902>
- [3] Fomin I.V. Cosmological models based on scalar-torsion gravity. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 104–109. (In Russ.). <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.104-109>
- [4] Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. Cosmological dynamics of dark energy in scalar-torsion $f(T, \phi)$ gravity. *Eur. Phys. J. C* 81, 2021, vol. 480, no. 5.
- [5] Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *JCAP*, 2023, vol. 04, art. no. 062. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/062>
- [6] Martin J., Ringeval C., Vennin V. *Encyclopædia Inflationaris*. Physics of the Dark Universe, 2014, vol. 5–6, pp. 75–235.

UDC 534.16

Seismic noise reduction for terrestrial gravitational wave detectors

Frajuca Carlos^{1()}*

Frajucal@gmail.com

Nadja Simao Magalhaes^{2()}*

Nadjasm@gmail.com

Fabio da Silva Bortoli¹

Bortoli.fabio@gmail.com

¹ IFSP, Sao Paulo, SP, Brazil² UNIFESP, Diadema, SP, Brazil

Abstract. Gravitational Wave detectors are ultimately vibration detectors. They transform the vibrations of space-time into electrical vibrations that can be measured. Seismic noise is one of these unavoidable sources of noise as the terrestrial detectors are connected to the ground, this is a constant source of noise. One way to deal with this noise is to make a suspension that isolates the experiment to the ground, at least reduces the coupling between ground and the experiment. This works shows the way to design such suspensions that does compromise the overall performance of such detectors.

Keywords: Gravitational Wave, Vibration reduction, seismic noise, suspension, Gravitational Wave detectors

Introduction. Gravitational waves (GW) are space-time ripples generated by accelerated massive objects, to have a reasonable intensity, these massive objects must be of a cosmic origin like compact stars such as Neutron Stars or Black Holes. Considering the Einstein General Theory of Relativity, these GW move at the speed of light and can accelerate masses or excite quadrupolar normal-modes of elastic bodies as the equivalent principle predicts. The potential sources of GWs include binary compact star systems composed of white dwarfs, neutron stars and black holes.

The existence of GW is also a consequence of the Lorentz Covariance of Einstein General Theory of Relativity. GW does not exist in the Newtonian theory of gravitation, which postulates that physical interactions propagate at infinite speed.

The first detection of GWs came from the inward spiral and merger of the Black Hole (BH) binary. The event is called GW150914, and the name is given by the Letters GW followed by the year, month and day of the detection, then the detection happened on September 14, 2015. In 2017 a simultaneous detection of GW radiation and electromagnetic radiation was made from what is called a hipernova, a binary Neutron Star (NS) system that merged. It is called GW170817, which could have started the era of multi-messenger astronomy, which involves GW, optical radiation, radio, gamma-rays and X-rays radiation. Studying the universe with these different types of radiation opens a new era for understanding the universe.

In 2017, the Nobel Prize in Physics was awarded to Barry Barish, Kip Thorne and Rainer Weiss for their role in detecting gravitational waves. Before the first GW detection, there was indirect evidence of these GW. Measurements of the Hulse and Taylor binary pulsar system suggested that GW was more than a hypothetical concept, at least for the emission of such waves; the authors of this measurement won the Nobel prize. This system is one of the potential sources of detectable gravitational waves, but because of the frequency with which this system operates, a new kind of detector can detect much smaller frequencies than the one that detected GW150914. The kind of detector responsible for this detection are interferometric ones, whose sensitivity is limited at frequencies close to 10 Hz and lower because of seismic noise on the mirrors.

These detector are vibration detectors and as such must deal with seismic noise that comes from the ground vibrations, this work deal in the ways of reducing this noise.

Methods and materials; results. The analysis is done by simulating the detector in solids models and then analyzing their performance using Finite Elements Modeling (SolidWorks software is used). The test bed is the Schenberg detector, the results can be extrapolated for other terrestrial detectors [1-3].

Conclusion. The results show that the seismic noise can be reduced to a level that allows the detection of Gravitational Waves.

References

- [1] da Silva Bortoli F., Frajuca C., de Sousa S.T., de Waard A., Magalhaes N.S., de Aguiar O.D. On the Massive Antenna Suspension System in the Brazilian Gravitational Wave Detector SCHENBERG. *Brazilian Journal of Physics*, 2016, vol. 46 (3), pp. 308–315.
- [2] da Silva Bortoli F., Frajuca C., Magalhaes N.S., Aguiar O.D., de Souza S.T. On the Cabling Seismic Isolation for the Microwave Transducers of the Schenberg Detector. *Brazilian Journal of Physics*, 2019, vol. 49 (1), pp. 133–139.
- [3] Bortoli F.S., Frajuca C., Magalhaes N.S., de Souza S.T., da Silva Junior W.C. On the Dilution Refrigerator Thermal Connection for the SCHENBERG Gravitational Wave Detector. *Brazilian Journal of Physics*, 2020, vol. 50 (5), pp. 541–547.

UDC 538.9

Gravito-Maxwell formalism for unconventional gravity-superconductors interplay

Gallerati Antonio^{1(*)}

antonio.gallerati@polito.it

Ummarino Giovanni^{1,2}

giovanni.ummarino@polito.it

¹ Polytechnic of Turin, Turin, Italy² National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

Abstract. We discuss the possible coupling between a superfluid and the local gravitational field. After introducing a quantum-gravity theoretical framework to characterize the possible supercondensate-graviton coupling, we exploit an effective theory for generalized Maxwell-type fields to analyze some predicted effects originating from the proposed interplay.

Keywords: gravito-Maxwell theory, superconductivity, time-dependent Ginzburg-Landau theory, local affection of gravitational field

Introduction. It is known that linearization of the Einstein equations for a nearly-flat spacetime metric (weak gravitational field) leads to a set of equations that resembles Maxwell's formalism [1, 2].

From an experimental point of view, it has been shown that generalized electric-type fields can be induced in (super)conductors by the presence of the Earth's weak gravitational field. These observations led to the formal introduction of a modified electric-type field, characterized by an electrical component and a gravitational one, determining detectable corrections to the free fall of charged particles [3].

Methods, materials, results. The above remarkable experimental results can be now combined to the theoretical weak-field gravity formulation, leading to a more general definition of new generalized electromagnetic fields. The latter feature a component defined in terms of the weak gravitational perturbations and satisfy a specific set of equations that can be put in a form closely analogous to Maxwell's equations [4]. The described framework can be exploited to analyze an interplay between gravity and supercondensates [5], the new generalized fields being involved in quantum effects originating from the interaction with the weak gravitational background, in analogy to what happens for gravity-induced fields in superconductors [6].

A straightforward application of the weak-field expansion is to consider detectable effects in simple systems like Josephson junctions and SQUID devices. The generalized fields and potentials, featuring a Maxwell component and a gravitational contribution, can give rise to local effects in the superconducting materials due to the presence of the surrounding gravitational field, under suitable experimental conditions [7].

The emerging formal symmetry between the Maxwell and weak gravity equations also allows the use of the Ginzburg — Landau model for the description of the physics, resulting in a mean-field theory for the system's thermodynamics, including the effects of thermal fluctuations [6]. The resulting differential equations can be used to obtain solutions explicitly describing the backreaction effects of the supercondensate on the local gravitational field [8-10].

Conclusions. These studies provide a theoretical framework to explore a possible, unconventional gravity-superconductors interplay. For short time intervals, the model predicts a slight local gravitational alteration, highlighting the backreaction of the supercondensate on the surrounding gravitational field. It is possible to show that sample dimensions and chemical composition are crucial to give larger effects, while it is fundamental to be very close to the critical temperature in order to increase the time range in which the effect takes place.

References

- [1] Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. *Gravitation*. San Francisco, Freeman and Company, USA, 1973.
- [2] Wald R. *General Relativity*. Chicago, Chicago Univ. Pr., 1984.
- [3] Schiff L.I., Barnhill M.V. Gravitation-induced electric field near a metal. *Phys. Rev.*, 1966, vol. 151, no. 4, art. no. 1067.
- [4] Ummarino G., Gallerati A. Superconductor in a weak static gravitational field. *Eur. Phys. J. C* 77, 2017, no. 8, art. no. 549.
- [5] Gallerati A., Modanese G., Ummarino G. Interaction between Macroscopic Quantum Systems and Gravity. *Front. Phys.*, 2022, vol. 10, art. no. 941858.
- [6] Ummarino G., Gallerati A. Exploiting weak field gravity-Maxwell symmetry in superconductive fluctuations regime”, *Symmetry* 11, 2019, no. 11, art. no. 1341.
- [7] Ummarino G., Gallerati A. Josephson AC effect induced by weak gravitational field. *Class. Quant. Grav.*, 2020, vol. 37, no. 21, art. no. 217001.
- [8] Ummarino G., Gallerati A. Possible alterations of local gravitational field inside a superconductor. *Entropy*, 2021, vol. 23, no. 2, art. no. 193.
- [9] Ummarino G., Gallerati A. Superconductor in static gravitational, electric and magnetic fields with vortex lattice. *Results Phys.*, 2021, vol. 30, art. no. 104838.
- [10] Ummarino G., Gallerati A. Gravitational effects in a superconducting film struck by a laser pulse. *Eur. Phys. J. C* 84, 2024, no. 2, art. no. 179.

УДК 530.12

Космологические модели в специальном подклассе теории гравитации Хорндески

Ганин Максим Олегович

maximgn268@yandex.ru

Сушков Сергей Владимирович^(*)

sergey_sushkov@mail.ru

КФУ, Казань, Россия

Аннотация. Изучены космологические модели в специальном подклассе скалярно-тензорной теории гравитации Хорндески. Получены уравнения поля из действия с неминимальной кинетической связью. Проведен анализ решения наших моделей, исследовано поведение Вселенной на разных стадиях ее эволюции.

Ключевые слова: космология, скалярно-тензорные теории гравитации

Введение. Сегодня в космологии существует ряд нерешенных проблем, которые можно решить, модифицировав общую теорию относительности, либо путем введения дополнительных измерений, либо путем добавления дополнительных степеней свободы. После открытия в 1998 г. ускоренного расширения Вселенной появился новый импульс в изучении модифицированных теорий гравитации. Для этого требуется некий загадочный источник, пронизывающий все пространство-время или, другими словами, некое поле с отрицательным давлением $w \sim -1$. Наиболее вероятным кандидатом на это является вакуумная энергия квантовых полей. Но измеренные скорости расширения Вселенной показывают, что масса на 15–30 порядков меньше, чем должна быть в теории. Это несоответствие, известное как проблема космологической постоянной, побудило исследователей к изучению сценариев, которые могли бы объяснить самоускоряющееся поведение Вселенной за счет дегравитации вакуумной энергии. В качестве одного из универсальных вариантов решения этого несоответствия мы рассматриваем скалярно-тензорную теорию гравитации Хорндески [1] с уравнениями поля не выше второго порядка. Теория гравитации Хорндески содержит все ранее изученные модели со скалярным полем, связанным с гравитацией. Ввиду достаточной громоздкости и сложности для исследования общей теории Хорндески, мы рассмотрим подкласс этой теории гравитации, а именно однородные и изотропные космологические модели в подклассе этой теории с различным знаком кривизны $k = -1, 0, 1$, что соответствует открытой, плоской и закрытой моделям Вселенной.

Методы и материалы; результаты. В нашей работе мы рассматривали частный случай теории гравитации Хорндески, опираясь на работу [2]:

$$S = \int \left[X + \left(\frac{1}{2} M_{Pl}^2 + f(\phi) \sqrt{X} \right) R + \left[(\nabla_\mu \nabla^\nu \phi)^2 - (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi)^2 \right] \right] dx^4,$$

где $f(\phi)$ — произвольная скалярная функция, R — скалярная кривизна, M_{Pl} — масса Планка, X — кинетический член, причем $X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ в метрике Фрийдмана — Леметра — Робертсона — Уолкера $ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2))$. Нашли основные уравнения поля с функцией скалярного поля, пользуясь статьей [3], которые необходимо изучить в данной однородной и изотропной космологической модели. В получившихся уравнениях мы рассмотрели случаи с функцией скалярного поля $f(\phi)$, принимающее постоянную ($f(\phi) = \beta_0$), линейную ($f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi$) и квадратичную зависимости ($f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi + \beta_2\phi^2$). Рассмотрели поведение масштабного фактора $a(t)$, параметра Хаббла $H(t)$ и скалярного поля $\phi(t)$ для каждого задания скалярного поля при определенных параметрах $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

Заключение. Исследована изотропная и однородная космологическая модель в специальном подклассе теории гравитации Хорндески. Получены основные полевые уравнения. Построены решения и проведен анализ. В случае $f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi$ построена модель, описывающая квази-де Ситтеровскую стадию (инфляционную) стадию на раннем этапе эволюции Вселенной для открытой и плоской Вселенных. Поведение же закрытой Вселенной оказалось периодическим для случая $f(\phi) = \beta_0$ и уходящей в сингулярность для $f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi$. Также, для $f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi + \beta_2\phi^2$ показали сложное поведение Вселенной при различных параметрах $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ для открытой, плоской и закрытой Вселенных.

Список источников

- [1] Horndeski G.W. Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space. *International Journal of Theoretical Physics*, 1974, vol. 10, pp. 363–384. <https://doi.org/10.1007/bf01807638>
- [2] Galeev R. et al. Anisotropic cosmological models in Horndeski gravity. *Physical Review D*, 2021, vol. 103, no. 10, art. no. 104015. <https://doi.org/10.1103/physrevd.103.104015>
- [3] Kobayashi T., Yamaguchi M., Yokoyama J. Generalized G-Inflation: — Inflation with the Most General Second Order Field Equations. *Progress of Theoretical Physics*, 2011, vol. 126, no. 3, pp. 511–529. <https://doi.org/10.1143/ptp.126.511>
- [4] Sushkov S.V. Realistic cosmological scenario with nonminimal kinetic coupling. *Physical Review D — Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 2012, vol. 85, no. 12, art. no. 123520. <https://doi.org/10.1103/physrevd.85.123520>
- [5] Clifton T. et al. Modified gravity and cosmology. *Physics reports*, 2012, vol. 513, no. 1–3, pp. 1–189. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.001>

Economy of Reusability of Future Cosmonautics and Issues of Efficiency

Ganin Maxim Olegovich¹

maximgn268@yandex.ru

Sushkov Sergey Vladimirovich^{2(*)}

sergey_sushkov@mail.ru

KFU, Kazan, Russia

Abstract. Cosmological models are studied in a special subclass of the scalar-tensor theory of gravity of Horndeski. Equations of the field of action with non-minimal kinetic coupling are obtained. An analysis of the solutions of our models is carried out, and the behavior of the Universe at different stages of its evolution is studied.

Keywords: cosmology, scalar-tensor theories of gravity

Introduction. There are currently a number of unsolved problems in cosmology that can be solved by modifying general relativity, either by introducing extra dimensions or by adding extra degrees of freedom. The discovery of the accelerating expansion of the Universe in 1998 has given new impetus to the study of modified theories of gravity. This requires some mysterious source permeating all of spacetime, or in other words, some field with a negative pressure $w \sim -1$. The most likely candidate for this is the vacuum energy of quantum fields. But measured expansion rates of the Universe show that the mass is 15 to 30 orders of magnitude smaller than expected in theory. This discrepancy, known as the cosmological constant problem, has prompted researchers to explore scenarios that could explain the self-accelerating behavior of the Universe through the degravitation of the vacuum energy. As one of the universal variants of solving this discrepancy, we consider the scalar-tensor theory of Horndeski gravity [1] with field equations of no higher than the second order. The Horndeski theory of gravity contains all previously studied models with a scalar field associated with gravity. Due to the sufficient bulkiness and complexity for studying the general Horndeski theory, we will consider a subclass of this theory of gravity, namely, homogeneous and isotropic cosmological models in the subclass of this theory with different signs of curvature $k = -1, 0, 1$, which corresponds to the open, flat and closed models of the Universe.

Methods and materials; results. In our work we considered a special case of Horndeski's theory of gravity, based on the work [2]:

$$S = \int [X + \left(\frac{1}{2}M_{Pl}^2 + f(\phi)\sqrt{X}\right)R + [(\nabla_\mu \nabla^\nu \phi)^2 - (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi)^2]]dx^4,$$

where $f(\phi)$ is an arbitrary scalar function, R is the scalar curvature, M_{Pl} is the Planck mass, X is the kinetic term, and $X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ in the Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker metric $ds^2 = -dt^2 + a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\right)$. We found the basic field equations with the scalar field function using the article [3], which need to be studied in this homogeneous and isotropic cosmological

model. In the resulting equations, we considered cases with the scalar field function $f(\phi)$ taking a constant ($f(\phi) = \beta_0$), linear ($f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi$) and quadratic dependences ($f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi + \beta_2\phi^2$). We considered the behavior of the scale factor $a(t)$, the Hubble parameter $H(t)$ and the scalar field $\phi(t)$ for each assignment of the scalar field for certain parameters $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

Conclusion. An isotropic and homogeneous cosmological model in a special subclass of the Horndeski gravity theory is investigated. The main field equations are obtained. Solutions are constructed and an analysis is performed. In the case of $f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi$, a model is constructed that describes the quasi-de Sitter stage (inflationary) at the early stage of the Universe evolution for the open and flat Universes. The behavior of the closed Universe turned out to be periodic for the case of $f(\phi) = \beta_0$ and going into a singularity for $f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi$. Also, for $f(\phi) = \beta_0 + \beta_1\phi + \beta_2\phi^2$, a complex behavior of the Universe was shown for different parameters $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ for the open, flat and closed Universes.

References

- [1] Horndeski G.W. Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space. *International Journal of Theoretical Physics*, 1974, vol. 10, pp. 363–384. <https://doi.org/10.1007/bf01807638>
- [2] Galeev R. et al. Anisotropic cosmological models in Horndeski gravity. *Physical Review D*, 2021, vol. 103, no. 10, art. no. 104015. <https://doi.org/10.1103/physrevd.103.104015>
- [3] Kobayashi T., Yamaguchi M., Yokoyama J. Generalized G-Inflation: — Inflation with the Most General Second Order Field Equations. *Progress of Theoretical Physics*, 2011, vol. 126, no. 3, pp. 511–529. <https://doi.org/10.1143/ptp.126.511>
- [4] Sushkov S.V. Realistic cosmological scenario with nonminimal kinetic coupling. *Physical Review D — Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 2012, vol. 85, no. 12, art. no. 123520. <https://doi.org/10.1103/physrevd.85.123520>
- [5] Clifton T. et al. Modified gravity and cosmology. *Physics reports*, 2012, vol. 513, no. 1–3, pp. 1–189. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.001>

УДК 530.22

Излучение фотонов, сопровождающее нестабильность вакуума, вызванной действием квазипостоянного электрического поля

Гаврилов Сергей Петрович¹

gavrilovsergeyp@yahoo.com

SPIN-код: 5762-0816

Гитман Дмитрий Максимович^{2()}*

gitman@if.usp.br

Адорну Тиаго^{3()}*

tiago.adorno@xjtlu.edu.cn

¹ РГПУ им. А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия² ФИ РАН, Москва, Россия³ Сиань Цзяотун-Ливерпульский университет, Сучжоу, Китай

Аннотация. Следуя непertурбативной формулировке КЭД сильного поля, развитой в наших более ранних работах, мы рассматриваем излучение фотонов, сопровождающее нестабильность вакуума, вызванную действием квазипостоянного сильного электрического поля конечной длительности T . Получены замкнутые формулы для полных вероятностей, изучено излучение фотонов электроном и излучение, сопровождающее рождение электрон-позитронных пар из вакуума. Исследовано угловое и поляризационное распределение излучения, в том числе характеристики излучения в высокочастотном приближении относительно $1/T$. Анализируется применимость представленных расчетов к трехмерным дираковским полуметаллам, в которых поведение низкоэнергетических безмассовых возбуждений может быть описано уравнением Дирака, а роль скорости света в вакууме играет скорость Ферми.

Ключевые слова: квантовая электродинамика, сильное электрическое поле, нестабильный вакуум, эффект Швингера, излучение, дираковские полуметаллы

Введение. Рождение пар частиц и античастиц из вакуума благодаря непertурбативному взаимодействию с внешним полем (эффект Швингера) в настоящее время рассматривается во многих полевых моделях явлений в физике высоких энергий, астрофизике и физике наноструктур (см. недавние обзоры [1–4]). Наблюдение эффекта рождения электрон-позитронных пар в электрическом поле пока не доступно из-за большой интенсивности необходимого в этом случае поля. Однако есть аналоги — эффективные теории дираковских полуметаллов с безмассовыми квазичастицами, где требуемая интенсивность электрического поля достижима в лабораторных условиях. Рождение пар частиц и античастиц удобно наблюдать по сопровождающему эффект характерному излучению фотонов. Мы сопоставляем характеристики этого излучения в КЭД и аналоговых моделях.

Методы и материалы; результаты. Для расчетов используется непertурбативная формулировка КЭД сильного поля, развитая в наших более ран-

них работах, см. например, [1] и исследование излучения в двумерном дираковском полуметалле [2].

Заключение. Результаты для характеристик излучения при рождении пар из вакуума в КЭД можно сопоставлять с аналогичными результатами для трехмерных дираковских полуметаллов, учитывая, что в последних роль скорости света для заряженных частиц играет скорость Ферми, которая намного меньше скорости света.

Список источников

- [1] Gelis F., Tanji N. Schwinger mechanism revisited. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2016, vol. 87, art. no. 1. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2015.11.001>
- [2] Fedotov A., Ilderton A., Karbstein F., King B., Seipt D., Taya H., Torgrimsson G. Advances in QED with intense background fields. *Phys. Rep.*, 2023, vol. 1010. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2023.01.003>
- [3] Armitage N.P., Mele E.J., Vishwanath A. Weyl and Dirac Semimetals in Three Dimensional Solids. *Rev. Mod. Phys.*, 2018, vol. 90, no. 1, art. no. 015001. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.90.015001>
- [4] Zhou Y., Huang Y., Xu X., Fan Z., Khurgin J.B., Xiong Q. Nonlinear optical properties of halide perovskites and their applications. *Applied Physics Reviews*, 2020, vol. 7, art. no. 041313.
- [5] Fradkin E.S., Gitman D.M., Shvartsman Sh.M. *Quantum Electrodynamics with Unstable Vacuum*. Berlin, Springer-Verlag, 1991. <https://doi.org/10.1063/5.0025400>
- [6] Gavrilov S.P., Gitman D.M. Photon emission in the graphene under the action of a quasiconstant external electric field. *Eur. Phys. J. Plus*, 2023, vol. 138, art. no. 171. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.110.014410>

Photon Emission Accompanying Vacuum Instability under the Action of a Quasi-Constant Electric Field

Gavrilov Sergei Petrovich¹

gavrilovsergeyp@yahoo.com

SPIN-code: 5762-0816

Gitman Dmitry Maximovich^{2(*)}

gitman@if.usp.br

Adorno Tiago^{3(*)}

tiago.adorno@xjtlu.edu.cn

¹ Herzen SPU of Russia, Saint-Petersburg, Russia

² P.N. Lebedev FI RAS, Moscow, Russia

³ Xi'an Jiaotong-Liverpool University, Suzhou, China

Abstract. Following a nonperturbative formulation of strong-field QED developed in our earlier works, we consider photon emission accompanying vacuum instability under the action of a quasi-constant strong electric field of finite duration T . We construct closed formulas for the total probabilities and study the photon emission by an electron and for the photon emission accompanying an electron-positron pair creation from a vacuum. We study angular and polarization distribution of the emission as well as emission characteristics in a high-frequency approximations with respect of $1/T$. We analyze the applicability of the

presented calculations to three-dimensional Dirac semimetals in which the behavior of low-energy massless excitations can be described by the Dirac equation and the role of the speed of light in vacuum is played by the Fermi velocity.

Keywords: quantum electrodynamics, strong electric field, unstable vacuum, Schwinger effect, emission, Dirac semimetals

Introduction. The creation of pairs of particles and antiparticles from a vacuum due to non-perturbative interaction with an external field (the Schwinger effect) is currently considered in many field models of phenomena in high-energy physics, astrophysics, and physics of nanostructures (see recent reviews [1-4]). Observation of the effect of electron-positron pair production in an electric field is not yet possible due to the high intensity of the field required in this case. However, there are analogs — effective theories of Dirac semimetals with massless quasiparticles, where the required intensity of the electric field is achievable in laboratory conditions. The production of pairs of particles and antiparticles is conveniently observed by the characteristic radiation of photons accompanying the effect. We compare the characteristics of this radiation in QED and analog models.

Methods and materials; results. For the calculations, we use the non-perturbative formulation of strong-field QED developed in our earlier works, see, for example, [5] and the study of radiation in a two-dimensional Dirac semimetal [6].

Conclusion. The results for the characteristics of radiation during pair production from vacuum in QED can be compared with similar results for three-dimensional Dirac semimetals, taking into account that in the latter the role of the speed of light for charged particles is played by the Fermi velocity, which is much less than the speed of light.

References

- [1] Gelis F., Tanji N. Schwinger mechanism revisited. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2016, vol. 87, art. no. 1. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2015.11.001>
- [2] Fedotov A., Ilderton A., Karbstein F., King B., Seipt D., Taya H., Torgrimsson G. Advances in QED with intense background fields. *Phys. Rep.*, 2023, vol. 1010. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2023.01.003>
- [3] Armitage N.P., Mele E.J., Vishwanath A. Weyl and Dirac Semimetals in Three Dimensional Solids. *Rev. Mod. Phys.*, 2018, vol. 90, no. 1, art. no. 015001. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.90.015001>
- [4] Zhou Y., Huang Y., Xu X., Fan Z., Khurgin J.B., Xiong Q. Nonlinear optical properties of halide perovskites and their applications. *Applied Physics Reviews*, 2020, vol. 7, art. no. 041313.
- [5] Fradkin E.S., Gitman D.M., Shvartsman Sh.M. *Quantum Electrodynamics with Unstable Vacuum*. Berlin, Springer-Verlag, 1991. <https://doi.org/10.1063/5.0025400>
- [6] Gavrilov S.P., Gitman D.M. Photon emission in the graphene under the action of a quasiconstant external electric field. *Eur. Phys. J. Plus*, 2023, vol. 138, art. no. 171. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.110.014410>

УДК 530.12

Собственное время в пространстве с дипольной анизотропией

Гладышев Владимир Олегович^()*

gladyshev@bmstu.ru

SPIN-код: 4419-5995

Николаев Павел Петрович

ppn@bmstu.ru

SPIN-код: 6381-2864

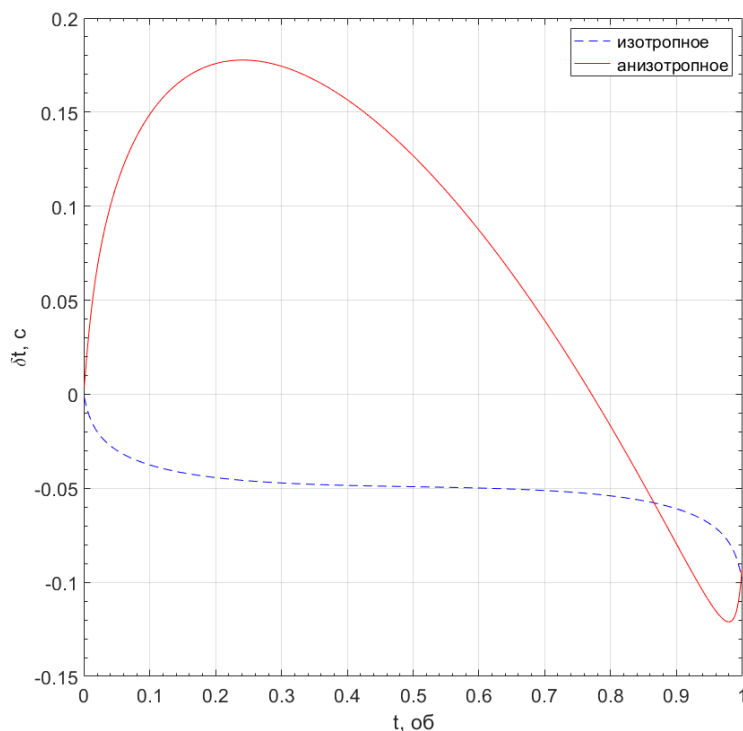
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассматривается возможность ускоренного хода циклически движущихся физических процессов в пространстве с дипольной анизотропией. В качестве пространства с дипольной анизотропией рассматривается эквивалентное пространство наблюдателя, движущегося с постоянной скоростью в изотропном физическом пространстве. Сделаны численные оценки ускорения хода циклически движущихся физических процессов в пространстве с дипольной анизотропией на примере движения искусственных спутников и планет Солнечной системы по гелиоцентрической орбите.

Ключевые слова: специальная теория относительности, замедление времени, дипольная анизотропия

Введение. Согласно специальной теории относительности существует возможность в управляемом замедлении протекания движущихся физических процессов относительно неподвижного наблюдателя. Современные представления о расширяющейся Вселенной позволяют ввести связанную с физическим пространством (ФП) сопутствующую инерциальную систему отсчета (ИСО) [1], которая также является сопутствующей и относительно реликтового излучения. Наблюдаемое свойство дипольной анизотропии реликтового излучения [2] определяет ненулевую пекулярную скорость любого наблюдателя во Вселенной. Изотропное ФП, в котором наблюдатель движется с постоянной скоростью, эквивалентно пространству с дипольной анизотропией, в котором, как будет показано в этой работе, возможен ускоренный ход циклически движущихся физических процессов.

Методы и материалы; результаты. Свяжем наблюдателя и соответствующую ИСО₁ с Солнечной системой, а ИСО₂ с космическим объектом (КО), движущимся по эллиптической орбите вокруг Солнца. Если ИСО₁ имеет ненулевую скорость движения (пекулярную скорость Солнечной системы) относительно ФП, то это эквивалентно движению произвольного КО в ФП с дипольной анизотропией. В ином случае имеет место движения КО в изотропном ФП. На рисунке представлены результаты расчетов разности показания часов на КО относительно Солнечной системы для «изотропного» и «анизотропного» случая на примере самого быстрого искусственного объекта — солнечного зонда «Паркер» [3].



Разность показания часов на солнечном зонде «Паркер»
относительно Солнечной системы при его движении по орбите

Учет дипольной анизотропии пространства на каждом полном витке «Паркера» вокруг Солнца вносит изменение в разность показания часов 5,4 мс. Все это приводит к появлению накапливающейся дополнительной ошибки определения координат КО на каждом полном витке 23,6 км.

Закключение. Часы, циклически движущиеся в ФП с дипольной анизотропией, могут осуществлять ускоренный ход в сравнении с аналогичными часами, движущимися в обычном ФП. Для объектов Солнечной системы накапливающееся отклонение показаний часов на КО определяется периодом вращения вокруг Солнца, эллиптичностью орбиты и орбитальной скоростью и составляет единицы миллисекунд на одном полном обороте по орбите. С отклонением показаний часов связана дополнительная ошибка определения координат КО, достигающая десятков километров.

Список источников

- [1] D'Inverno R. *Introducing Einstein's relativity*. Oxford, Oxford University Press, 1992, 383 p.
- [2] Kogut A. et al. Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers first-year sky maps. *The Astrophysical Journal*, 1993, vol. 419, pp. 1–6.
- [3] *Parker solar probe*. URL: <https://parkersolarprobe.jhuapl.edu/> (accessed 17.04.2025).

Time Dilation in Space with Dipole Anisotropy

Gladyshev Vladimir Olegovich(*)

gladyshev@bmstu.ru

SPIN-code: 4419-5995

Nikolaev Pavel Petrovich

ppn@bmstu.ru

SPIN-code: 6381-2864

BMSTU, Moscow, Russia

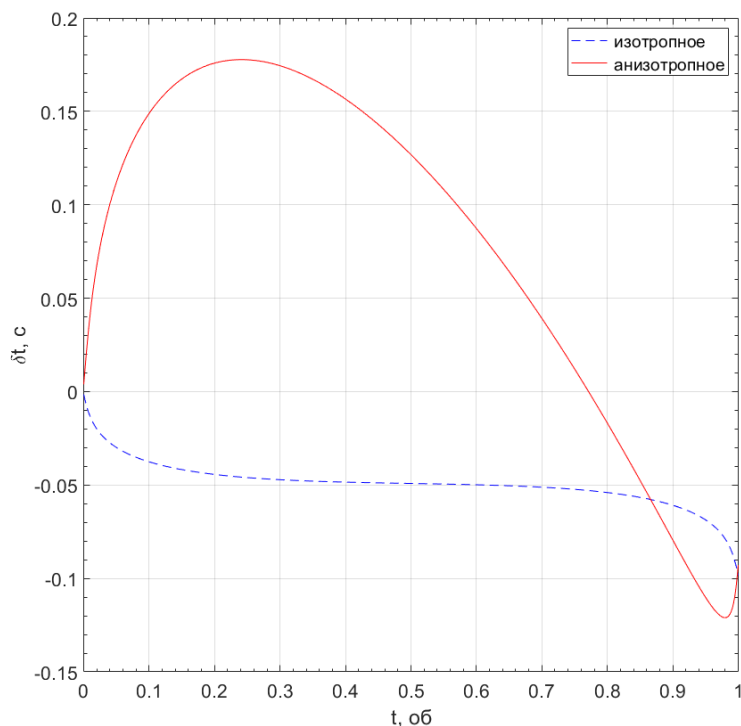
Abstract. The possibility of accelerated passage of cyclically moving physical processes in the space with dipole anisotropy is considered. The observer's equivalent space moving with constant velocity in isotropic physical space is considered as a space with dipole anisotropy. Numerical estimates of the acceleration of cyclically moving physical processes in space with dipole anisotropy are made on the example of the motion of artificial satellites and planets of the Solar System along the heliocentric orbit.

Keywords: special theory of relativity, time dilation, dipole anisotropy

Introduction. According to the special theory of relativity, there is a possibility of controlled slowing down of moving physical processes relative to a stationary observer. Modern concepts of the expanding Universe allow us to introduce a concomitant inertial reference frame (IRF) associated with physical space (PS) [1], which is also concomitant with respect to the relic radiation. The observed property of dipole anisotropy of the relic radiation [2] determines the non-zero peculiar velocity of any observer in the Universe. The isotropic FP, in which the observer moves with constant velocity, is equivalent to the space with dipole anisotropy, in which, as it will be shown in this paper, the accelerated course of cyclically moving physical processes is possible

Methods and materials; results. Let us associate the observer and the corresponding IRF_1 with the solar system, and IRF_2 with a space object moving along an elliptical orbit around the Sun. If IRF_1 has a non-zero velocity of motion (peculiar velocity of the Solar System) relative to the PS, it is equivalent to the motion of an arbitrary space object in the FP with dipole anisotropy. Otherwise, the motion of space object in an isotropic PS takes place. Fig. shows the results of calculations of the difference of the clock reading on the space object relative to the Solar System for the «isotropic» and «anisotropic» cases on the example of the fastest artificial object — the Parker Solar Probe [3].

Taking into account the dipole anisotropy of space at each full revolution of Parker Solar Probe around the Sun introduces a change in the difference in the clock reading of 5.4 ms. All this leads to an accumulating additional error in determining the coordinates at each full revolution of 23.6 km.



Difference in clock readings on the Parker Solar Probe relative to the Solar System

Conclusion. A clock cycling in a PS with dipole anisotropy can have an accelerated rate compared to a similar clock moving in a conventional PS. For Solar System objects, the accumulating deviation of clock readings on the space object is determined by the period of rotation around the Sun, orbital ellipticity, and orbital velocity, and amounts to units of milliseconds per one full orbital revolution. The deviation of clock readings is associated with an additional error in determining the coordinates of the space object, reaching tens of kilometers.

References

- [1] D'Inverno R. *Introducing Einstein's relativity*. Oxford, Oxford University Press, 1992, 383 p.
- [2] Kogut A. et al. Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers first-year sky maps. *The Astrophysical Journal*, 1993, vol. 419, pp. 1–6.
- [3] *Parker solar probe*. URL: <https://parkersolarprobe.jhuapl.edu/> (accessed 17.04.2025).

УДК 530.12+530.145(082)

О вынужденных колебаниях электрического поля Земли на частотах гравитационно-волнового излучения двойных звездных систем и свойствах сверхчувствительности и сверхизбирательности айгеноскопии

Грунская Любовь Валентиновна^{1(*)}

grunsk@vlsu.ru

SPIN-код: 4556-9316

Исакевич Валерий Викторович²

eigenoscope@yandex.ru

Исакевич Даниил Валерьевич²

daniil.isakevitch@yandex.ru

¹ Владимирский государственный университет (ВлГУ), Владимир, Россия

² ООО «Собственный вектор», Владимир, Россия

Аннотация. Работа посвящена изучению вынужденных колебаний вертикальной составляющей электрического поля в приземном слое атмосферы на удвоенных частотах обращения известных релятивистских двойных систем (РДЗС) с малым эксцентриситетом. С использованием теории возмущений и имитационного моделирования показано, что анализатор собственных векторов и компонент (айгеноскоп) обладает свойствами сверхчувствительности и сверхизбирательности. Результаты исследований позволяют говорить об открытии нового физического свойства — восприимчивости инфранизкочастотного электрического поля Земли к внешним гравитационно-волновым воздействиям.

Ключевые слова: релятивистские двойные звездные системы, электрическое поле Земли, айгеноскопия, первая конечная разность, спектральная локализация, индекс когерентности

Введение. Работа нацелена на обнаружение воздействия гравитационно-волнового излучения астрофизических двойных звездных систем (РДЗС) на электрическое поле Земли. Первоначальные попытки выявить данный эффект с использованием классического спектрального анализа оказались неудачны, вследствие того, что искомые компоненты электрического поля Земли не являются когерентными.

Была поставлена и решена задача разработки анализатора, позволяющего выявлять спектрально локализованные некогерентные энергетически недоминирующие компоненты (айгеноскопы) [1].

Методы и материалы; результаты. 1. С использованием теории возмущений и имитационного моделирования показано, что анализатор собственных векторов и компонент (айгеноскоп) [1] обладает свойствами сверхчувствительности и сверхизбирательности. Эти свойства позволяют достоверно выявлять спектрально локализованные энергетически недоминирующие компоненты в рядах дробно интегрированного (окрашенного) шума [2], являющегося адек-

ватной моделью рядов инфранизкочастотного электрического поля в приземном слое атмосферы.

2. С использованием айгеноскопии выявлены энергетически недоминирующие компоненты в многолетних рядах инфранизкочастотного электрического поля в приземном слое атмосферы, спектрально локализованные на частотах гравитационно-волнового излучения каталогизированных релятивистских двойных звездных систем (РДЗС) с низким эксцентриситетом (удвоенной частотой обращения, $n = 2$) и высоким эксцентриситетом ($n \geq 3$) [3, 4].

3. С использованием общепринятых статистических критериев с высокой достоверностью доказана аномально высокая степень спектральной локализации на частотах гравитационно-волнового излучения РДЗС компонент электрического поля приземного слоя атмосферы, выявленных с помощью айгеноскопии. Это позволяет говорить об открытии нового физического свойства — восприимчивости инфранизкочастотного электрического поля Земли к внешним гравитационно-волновым воздействиям [3,5,6].

4. Обнаруженное свойство с учетом известного пространственного распределения каталогизированных РДЗС позволяет поставить задачу многочастотного гравитационно-волнового мониторинга Вселенной с использованием пополняющихся данных наблюдений электрического и магнитного поля Земли в инфранизкочастотном диапазоне.

Заключение. Доказано, что собственные векторы, полученные по данным вертикальной составляющей электрического поля Земли в инфранизкочастотном диапазоне, спектрально локализованные на частотах гравитационного излучения РДЗС, имеют значимо высокую степень спектральной локализации. Повышенная степень спектральной локализации вынуждается внешним воздействием РДЗС, что в конечном счете позволяет сделать вывод о достоверном обнаружении факта гравитационно-волнового воздействия астрофизической природы на земной электромагнетизм.

Список источников

- [1] Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Грунская Л.В. *Анализатор собственных векторов и компонент сигнала*. Патент № 116242 РФ, 2011.
- [2] Грунская Л.В., Исакевич В.В., Исакевич Д.В. О чувствительности айгеноскопии при выявлении спектрально локализованных компонент в дробно-интегрированном шуме электрического поля Земли. *IX Всерос. науч. конф. по атмосферному электричеству: сб. тр.* Санкт-Петербург, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, 2023, с. 65–75.
- [3] Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. On the Earth's Electric Field Components Spectrally Localized at the Gravitational Waves of the Relativistic Binary Star Systems. *Gravitation and Cosmology*, 2023, vol. 29, no. 3, pp. 282–292. <https://doi.org/10.1134/S0202289323030076>
- [4] Грунская Л.В., Исакевич В.В., Исакевич Д.В. Развитие исследований электромагнитного поля земли в диапазоне гравитационно-волнового излучения двойных звездных систем. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2024, № 1, с. 33–39. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.33-39>

- [5] Грунская Л.В., Исакевич В.В., Исакевич Д.В. Физические основы свойства восприимчивости электромагнитного поля Земли к гравитационно-волновому излучению двойных звездных систем. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2023, № 3–4, с. 117–126. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2023.3-4>
- [6] Грунская Л.В., Исакевич В.В., Исакевич Д.В. О восприимчивости электрического поля в приземном слое атмосферы Земли к гравитационно-волновому излучению релятивистских двойных звездных систем. *Петровские чтения. VI Междунар. зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике: сб. тр.* 2023, Казань, Изд-во КФУ, с. 10–11.

On Forced Oscillations of the Earth Electric Field at the Frequencies of the Binary Stellar Systems Gravity-Wave Radiation and on the Properties of Supersensitivity and Superselectivity of Eigenoscopy

Grunskaya Lyubov Valentinovna^{1(*)}

grunsk@vlsu.ru

SPIN-code: 4556-9316

Isakevich Valeriy Viktorovich²

eigenoscope@yandex.ru

Isakevich Daniil Valeryevich²

daniil.isakevitch@yandex.ru

¹ Vladimir State University (VISU), Vladimir, Russia

² “EigenVector Ltd.”, Vladimir, Russia

Abstract. The work considers forced oscillations of the electric field vertical component in the surface layer of the Earth atmosphere at the frequencies of gravity-wave radiation of catalogued relativistic binary stellar systems. Using the perturbation theory and simulation, it was demonstrated that eigenoscope (eigenvectors and components analyzer) has the properties of supersensitivity and superselectivity. The results of the research give us the right to claim the discovery of a new physical property — the susceptibility of the Earth infra-low frequency electric field to external gravity-wave impact.

Keywords: relativistic binary stellar systems, the Earth electric field, eigenoscopy, spectral localization, coherence index, first finite difference

Introduction. The work aims to reveal the gravity-wave impact of the radiation from binary stellar systems on the Earth electric field. The former attempts to detect the named effect using conventional spectral analysis failed due to the incoherence of the searched components of the Earth electric field. The task was set and carried out to develop the analyzer (eigenoscope) [1], capable to detect spectrally localized incoherent energetically non-dominant components.

Methods and materials; results. 1. Using the perturbation theory and simulation, it was demonstrated that eigenoscope (eigenvectors and components analyzer) [1] has the properties of supersensitivity and superselectivity. These properties make it possible to detect reliably spectrally localized energetically non-dominant components in the fractionally integrated (colored) noise series [2], which are the

adequate model of the series of infra-low frequency electric field in surface layer of the Earth atmosphere.

2. Analyzing long-term time series of infra-low frequency electric field in the surface layer of the Earth atmosphere with the help of eigenoscopy made it possible to detect energetically non-dominant components spectrally localized at the frequencies of gravity-wave radiation of catalogued relativistic binary stellar systems (RBSS) both with low eccentricity (double rotation frequency, $n = 2$) and with high eccentricity ($n \geq 3$) [3,4].

3. It was proved with high reliability using standard statistic criteria that the components of the electric field of the Earth atmosphere surface layer, which were detected with the help of eigenoscopy, have abnormally high degree of spectral localization at the frequencies of RBSS gravity-wave radiation. It gives us the right to claim the discovery of a new physical property — the susceptibility of the Earth infra-low frequency electric field to external gravity-wave impact [3, 5, 6].

4. The revealed property, taking into account the known spatial distribution of the catalogued RBSS, makes it possible to set the task of multi-frequency gravity-wave monitoring of the Universe based on growing observation data concerning the Earth electric and magnetic field in the infra-low frequency range.

Conclusion. It was proved that eigenvectors, got from the data on the Earth electric field in the infra-low frequency range, are spectrally localized at the frequencies of RBSS gravity-wave radiation and have abnormally high degree of spectral localization. The high degree of spectral localization is a result of the external RBSS impact. The obtained results lead us to the conclusion about the reliable discovery of the astrophysical gravity-wave impact on the Earth electromagnetism.

References

- [1] Isakevich V.V., Isakevich D.V., Grunskaya L.V. *Analyzer of the Signal Eigenvectors and Components*. Patent no. 116242 RF, 2011. (In Russ.).
- [2] Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. On eigenoscopy sensitivity when detecting spectrally localized components in the fractionally integrated noise of the Earth electric field. *The Materials of the IX All-Russian Scientific Conference on Atmospheric Electricity*. St. Petersburg, Mozhaisky Military Space Academy, 2023, pp. 65–75. (In Russ.).
- [3] Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. On the Earth's Electric Field Components Spectrally Localized at the Gravitational Waves of the Relativistic Binary Star Systems. *Gravitation and Cosmology*, 2023, vol. 29, no. 3, pp. 282–292. <https://doi.org/10.1134/S0202289323030076>
- [4] Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. The Research Development of the Earth Electromagnetic Field in the Frequency Range of Binary Stellar Systems Gravity-Wave Radiation. *Space, Time and Fundamental Interactions*. 2024, no. 1, pp. 33–39. (In Russ.). <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2024.1.33-39>.
- [5] Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. The Physical Basis of the Property of the Earth Electromagnetic Field Susceptibility to Gravity-Wave Radiation of Binary Stellar Systems. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 3–4, pp. 117–126. (In Russ.). <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2023.3-4>

-
- [6] Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. On the Susceptibility of the Electric Field in the Earth Atmosphere Surface Layer to Relativistic Binary Stellar Systems Gravity-Wave Radiation. *Petrovsky Readings. Materials of the VI International Winter School-Seminar on Gravity, Cosmology and Astrophysics*. 2023, Kazan, KPU Press, pp. 10–11. (In Russ.).

UDC 538.915

Majorana-interaction Impact on Collapse States in Graphene p-n Junctions

Grushevskaya Halina Vladislavovna^(*)

grushevskaja@bsu.by

Krylov Georgiy Gennadievich

krylov@bsu.by

Belarusian State University, Minsk, Belarus

Abstract. The confinement of vortex topologically-nontrivial graphene charge carriers in a hexagonal graphene p-n-junction region under an action of an external electrostatic superlattice potential has been investigated. The existence of steady atom-like localized bound Majorana states and confinement of collapse states through Majorana resonances of Klein scattering are demonstrated

Keywords: Majorana interaction, collapse state, graphene, quantum dot, confinement

Introduction. Electrostatically confined graphene quantum dots (GQD) being p-n graphene junctions, are considered nowadays as a promising system for robust quantum computing primarily due topological non-triviality of the k-space. It has been shown [1], that electronic properties such as local density of states, atom-like behaviour and the existence of the so called quasi-zero energy band can be accurately described with the use of the quasi-relativistic theory of graphene [2]. Recently, we have proposed quasi-relativistic quantum field model of graphene [3] and demonstrated that quasi-particle excitations in the model are Majorana-like fermions rather than Dirac ones. The last means that non-Abelian statistics of these charge carriers can give additional gain for system stability and this will be the goal of the paper.

Methods and materials; results. A Hamiltonian, H_{GQD} , of the GQD model reads $H_{GQD} = H_M + V$, where H_M is a quasi-relativistic Hamiltonian of pseudo-Majorana graphene model [3], V is a pseudopotential [1]. Wave functions of GQD being hexagonally symmetrical belong to the states of the graphene superlattice that is formed under an action of electrically polarized substrate. Eigenstates of the quantum dot should satisfy the periodical boundary conditions imposed by the existence of the superlattice on the wave vectors $\vec{k}$. For the case of GQD of torus topological class [2], they are as follows:

$$(2n_1 + 1)(\vec{A}_1 \cdot \vec{k}) = 2\pi m_1, (2n_2 + 1)(\vec{A}_2 \cdot \vec{k}) = 2\pi m_2,$$

where m_1, m_2 are integer, $\vec{A}_1$ and $\vec{A}_2$ are two basis vectors of the rhombic unit supercell.

Eigenenergies $\varepsilon_{i,GQD}$ for graphene state corresponding to these found wavevectors $\vec{k}_{i,GQD}$, have been found by mapping their to the reduced graphene

Brillouin zone. The eigenfunctions of GQD were searched by using a series expansion in bispinor Bloch plain wave functions $\Psi_{\vec{k}_{j,GQD}}(\vec{r})\exp(i(\vec{k}_{j,GQD} \cdot \vec{r}))$ of graphene pseudo-Majorana vortex particles possessing the wave vector $\vec{k}_{j,GQD}$ and the energy $\varepsilon_{j,GQD}$. Here $\Psi_{\vec{k}_{j,GQD}}(\vec{r})$ is the solution in momentum representation for the pseudo-Majorana single-particle excitation in the quasi-relativistic graphene model without the pseudopotential V . Eigenproblem has been solved for linear combinations of forty constructed basis Bloch functions with found $\vec{k}_{i,GQD}$ and $\varepsilon_{i,GQD}$. These forty base functions have been chosen in few ways: 1) with the smallest $\varepsilon_{i,GQD}$, 2) with the highest $\varepsilon_{i,GQD}$, 3) with the smallest norm of $\vec{k}_{i,GQD}$. Box normalization conditions have been used for the eigenstates.

Results. Figure 1 shows the norm of the wave function of graphene p - n junction for a representative localized atomic-like state of the quantum dot. In this case, the localization is stipulated by a constructive interference of wave functions.

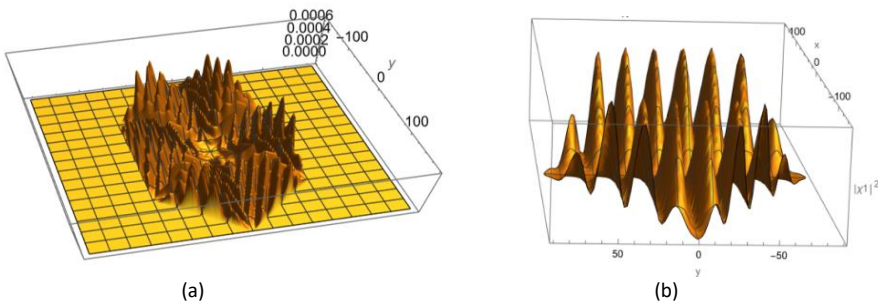


Fig. 1. Norm of the hole (electron) wave function of the hexagonal p - n junction (a) consisting of three unit cells of superlattice and the norm of the hole (electron) wave function in the supercell (b). This atom-like state corresponds to the energy level 0.933 eV

A localized atom-like GQD state can appear as a Klein scattering resonance in a process of scattering of the Dirac pair consisting of bound Majorana particles. This state is presented in Figure 2a. The fact that this state is the Klein resonance is proven by its free passing through the potential barrier at normal incidence on the supercell boundary for phases which are multiples of $\pi \pm 2\pi n$; $n = 0, 1, \dots$ [4] as Inset to the figure 2a shows. The bound states of two Majorana-like particles represent themselves hole (electron) states possessing a total zero topological charge and with the hexagonal symmetry as shown in Figure 2a.

The pseudo-Majorana free state of the electrostatically confined graphene quantum dot is a superposition of vortex states possessing non-zero topological charges. Since the total topological charge of the states is non-zero, the wave function of such a superposition has the electron-hole symmetry, as can be seen in the

inset to Figure 2b. The electron-hole symmetry is an evidence that the Majorana configuration is electrically neutral. These Majorana-like states are wave packet of high-frequency (low-frequency) states with amplitude low-frequency (high-frequency) modulation.

The translational symmetry of the high-frequency states with a high value of the GQD wave vector $\vec{q}_h \equiv \vec{k}_{i,GQD}$, $\vec{q}_h \gg 1$ is distorted by the superlattice potential due to the addition of a small basis wave vector $\vec{Q}$, $\vec{Q} \ll \vec{q}_h$ of the superlattice unit cell to $\vec{q}_h$.

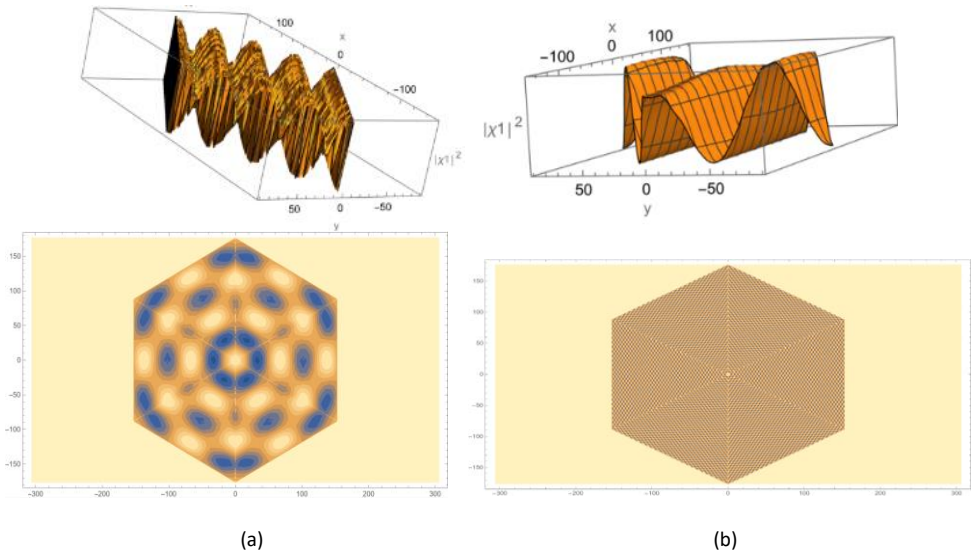


Fig. 2. Contour plots for the norm of hole (electron) (a) and pseudo-Majorana (b) states of the hexagonal p-n junction; energies of the states are of 0.313 and 0.059 eV, respectively. The norm of the wave functions in the unit cell of superlattice are shown in Insets to the figures 2(a) and 2(b)

However, since the vector $\vec{Q}$ is small, the wave vectors of the graphene dot become periodically multiples of $\vec{q}_h$, and this periodicity manifests itself as a Moiré pattern of the electron density of the graphene quantum dot as Figure 2b shows.

Conclusion. A mechanism for confinement of vortex topologically nontrivial graphene charge carriers in these regions is proposed. It is shown that the stability of atomic-like localized bound Majorana-like states is ensured by their confinement through Majorana resonances emerging in a Klein scattering process.

References

- [1] Grushevskaya H.V., Krylov G.G., Kruchinin S.P., Vlahovic B., Bellucci S. Electronic properties and quasi-zero energy states of graphene quantum dots. *Physical Review B*, 2021, vol. 103, art. no. 235102.
- [2] Grushevskaya H.V., Krylov G.G. *Electronic structure and transport in graphene: QuasiRelativistic Dirac — Hartree — Fock self-consistent field approximation*. Graphene Science Handbook: Electrical and Optical Properties. USA, UK, Taylor and Francis Group, CRC Press, 2016, vol. 3.
- [3] Grushevskaya H., Krylov G. Massless Majorana-like charged carriers in two dimensional semimetals. *Symmetry*, 2016, vol. 8, 60 p.

UDC 53.01

Elucidating the Dark Energy and Dark Matter Phenomena within the Scale-Invariant Vacuum (SIV) Paradigm

Gueorguiev Vesselin G.^{1,2(*)}

Vesselin.Gueorguiev@iaps.institute

Andre Maeder³

Andre.Maeder@unige.ch

¹ Institute for Advanced Physical Studies, Sofia, Bulgaria² National Coalition of Independent Scholars, Battleboro, USA³ Geneva Observatory, University of Geneva, Geneva, Sauverny, Switzerland

Abstract. The enigmatic phenomenon of dark energy (DE) is the elusive entity driving the accelerated expansion of our Universe. A plausible candidate for DE is the non-zero Einstein Cosmological Constant Λ_E manifested as a constant energy density of the vacuum, yet it seemingly defies gravitational effects. In this work, we interpret the non-zero Λ_E through the lens of scale-invariant cosmology. We revisit the conformal scale factor λ and its defining equations within the Scale-Invariant Vacuum (SIV) paradigm. Furthermore, we address the profound problem of the missing mass across galactic and extragalactic scales by deriving an MOND-like relation, $g \sim (a_0 g_N)^{1/2}$, within the SIV context. Remarkably, the values obtained for Λ_E and the MOND fundamental acceleration, a_0 , align with observed magnitudes, specifically, $a_0 \approx 10^{-10} \text{ m/s}^2$ and $\Lambda_E \approx 1.8 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$ propose a novel early dark energy term, $T_{\mu\nu} \sim \kappa H$, within the SIV paradigm, which holds potential relevance for addressing the Hubble tension.

Keywords: cosmology, theory, dark energy, dark matter, MOND, Weyl integrable geometry

Introduction. In modern cosmology, the Lambda Cold Dark Matter (Λ CDM) model is the prevailing framework for explaining cosmic acceleration and galaxy rotation curves. However, this model relies on two hypothetical components — dark matter and dark energy — which remain undetected despite extensive observational efforts. The Scale-Invariant Vacuum (SIV) paradigm presents an alternative, modifying general relativity by allowing the properties of vacuum to define a conformal scaling factor. This approach introduces scale invariance of the vacuum as a fundamental symmetry, providing an innovative perspective on cosmic expansion and large-scale structure formation.

This work examines how the SIV paradigm naturally accounts for the observed value of the cosmological constant and the MOND like fundamental acceleration related to phenomena that traditionally require dark matter and dark energy, offering a theoretically consistent and observationally testable framework.

Methods and materials; results. Our analysis builds upon the extended Einstein field equations incorporating scale-invariant vacuum paradigm. The key modifications include:

- A time-dependent conformal factor that changes over the cosmic evolution.
- Adjusted geodesic equations leading to alternative interpretations of galactic rotation curves.
- A reformulated evolution equation that eliminates the need for a cosmological constant.

These theoretical developments are validated against observational data, including Type Ia supernovae luminosity distances, galaxy rotation curves, and large-scale structure distributions. The mathematical framework adheres to a well defined Lagrangian formulation, ensuring consistency with fundamental physical principles.

We apply the SIV framework to key cosmological datasets and find:

- Cosmic Acceleration: The SIV approach reproduces the late-time accelerated expansion observed in supernovae data without requiring a separate dark energy component.
- Galaxy Rotation Curves: The modified geodesic equations under SIV naturally yield flat rotation curves, eliminating the need for dark matter halos.
- The framework naturally introduces an early dark energy term in the FLRW equations.

These results suggest that the SIV paradigm can successfully account for key cosmological observations, providing a compelling alternative to the Λ CDM model.

Conclusion. The Scale-Invariant Vacuum paradigm offers a novel approach to understanding dark energy and dark matter phenomena by extending Einstein's equations to incorporate vacuum scale invariance. This framework provides a consistent explanation for cosmic acceleration, galaxy rotation curves, and structure formation without invoking undetected particles based on a new understanding of the Einstein Cosmological Constant and the origin of the MOND like behavior. Future work will focus on refining observational tests and exploring potential extensions to quantum gravity theories. The SIV paradigm represents a promising avenue for rethinking fundamental physics in cosmology.

References

- [1] Gueorguiev V.G., Maeder A. Elucidating the Dark Energy and Dark Matter Phenomena Within the Scale-Invariant Vacuum (SIV) Paradigm. *MDPI Journal Universe*, 2025, vol. 11 (2), no. 48. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.02282>

UDC 524.354.6

Fast Radio Bursts from Magnetar Glitches

Das Gupta Patrick (*)

dasgupta@physics.du.ac.in

Superannuated recently from the Department of Physics and Astrophysics,
University of Delhi, Delhi, India

Abstract. Both non-CHIME and CHIME fast radio bursts (FRBs) were subjected to statistical analysis and the ensuing outcome point to a strong statistical evidence for the existence of two categories of FRB events — high luminosity and low luminosity ones, with a large fraction of the repeaters falling into the latter category. The median values of radio-luminosity of the FRBs corresponding to these categories are $\sim 10^{43}$ erg/s and $\sim 10^{40}$ erg/s, respectively. We put forward a simple theoretical model to explain the observed bimodality in the FRB luminosity wherein the majority of FRBs are linked to magnetar glitches that entail abrupt increase in the Goldreich-Julian charge density as well as sudden decrease in the light-cylinder radius. These lead to release of bunched charge particles to flow along the open field lines just outside the light-cylinder, giving rise to the FRB phenomena. In the present study, we have considered relativistic effects resulting from glitches like emission of gravitational waves and the plausibility of observing the Gertsenshtein-Zel'dovich effect due to the ambient magnetic field.

Keywords: Fast Radio Bursts, Magnetars, Glitches, Gravitational Waves, Gertsenshtein-Zel'dovich effect

Introduction. Fast Radio Bursts (FRBs) are bright and transient radio sources appearing sporadically from random directions and lasting for about a few to hundreds of milliseconds [1–12]. FRBs have so far been detected in the radio waveband 110 MHz to 8 GHz. Their extra-galactic origin is inferred from the observed large dispersion measures (DMs) associated with the FRBs. A fraction of the FRBs happen to be repeaters e.g. FRB 20121102A and FRB 20180916B. The all-sky FRB event rate is very high and is estimated to be about 10^4 [6].

Methods and materials; results. We have assumed the universe to be described by a Friedmann-LeMaitre-Robertson-Walker (FLRW) model and that the time dependent luminosity density is represented by a power law spectrum so that,

$$L_\nu = L_0(t)\nu^{-\alpha},$$

where $L_0(t)$, α , ν and t are the time-dependent source luminosity parameter, spectral index in the radio range, frequency, and time in the rest frame of the source, respectively.

Then, the observed flux density and the fluence are related to the intrinsic FRB parameters as follows,

$$S_{\nu_0}(t_0) = \frac{((1+z)^{1-\alpha}\nu_0^{-\alpha}L_0(t))}{4\pi D^2}$$

and, integrating the above over the time,

$$F_{\nu_0} = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t_0} S_{\nu_0}(t') dt',$$

respectively, where z , ν_0 , t_0 and $D(z)$ are the source cosmological redshift, observed frequency, cosmic time in the observer's rest frame and the FLRW luminosity distance of the source, respectively, with the rest frame time t of the transient source being related to the observer's rest frame time t_0 by the equation, $a(t_0)/a(t) = 1 + z$, $a(t)$ being the FLRW scale factor. In our studies, we have used the following values for the FLRW model parameters: $H_0 = 73.04$ km/s/Mpc, $\Omega_{m,0} = 0.28$ and $\Omega_{\Lambda,0} = 0.72$.

The FRB luminosity density at a particular frequency, say 300 MHz, is given by,

$$L_{300} = 4\pi D^2 (1 + z)^{\alpha-1} S_{\nu_0} \left(\frac{\nu_0}{300 \text{ MHz}} \right)^\alpha$$

while the FRB energy and energy density are given by,

$$E = 4\pi D^2 (1 + z)^{\alpha-2} F_{\nu_0} \nu_0^\alpha \left[\frac{\nu_1^{1-\alpha} - \nu_2^{1-\alpha}}{\alpha - 1} \right]$$

and,

$$u_{FRB} \sim \frac{E}{l^3} > \frac{E}{(c\Delta t)^3},$$

respectively, l being the size of the FRB region.

Transient Name Server (TNS) website <https://www.wis-tns.org> was used to obtain data related to non-CHIME FRBs. These transient events were largely detected using telescopes like the Australian Square Kilometre Array Pathfinder (ASKAP), Parkes, Arecibo, etc. The FRB data pertaining to the Canadian Hydrogen Intensity Mapping Experiment (CHIME) was taken from the CHIME/FRB first catalog paper from the CHIME data website <https://www.chime-frb.ca/catalog>.

The CHIME catalog only lists lower bounds to the fluence and flux density of individual radio transients. Hence, we have employed in our statistical analysis a new technique that involves dimensionless as well as dimensional quantities that make use of the ratio of measured fluence to flux density as well as various other measured and estimated physical quantities related to the FRBs so that we may compare the results for both non-CHIME as well as CHIME FRBs [13].

Based on our analysis, we conclude that the non-CHIME FRBs come in two distinct categories: low and high luminosity density events, based on the peak L_{300} distribution. The low luminosity density category is mostly dominated by repeating FRB events, while most of the non-repeaters belong to the high luminosity density category. The distribution of the ratio of peak L_{300} to E also displays a similar bimodality with regards to repeaters and non-repeaters. This feature is shared by the CHIME FRBs as well, strengthening our conclusion favoring the existence of two

distinct categories of FRB events wherein repeaters tend to be associated with lower values of radio luminosity density events [14]. The brightness temperature and u tend to be larger for the high luminosity category.

Conclusion. Very early on in this field of research, magnetars have been linked with the FRB phenomena [15–17].

In recent times, magnetar glitches have been associated with FRBs [18, 19]. Previously, we had put forward a simple model based on magnetar glitches to explain the bi-modality in FRB luminosity [13, 14].

The model describes FRB emission by using the effect of magnetar glitches, wherein the angular speed changes from ω to $\omega + \delta\omega$, on the Goldreich-Julian charge density and also on the sudden decrease in the light-cylinder radius, the combination of which entails an abrupt release of bunched charge particles to flow along the open field lines just outside the new light-cylinder.

The bi-modality emerges if one considers for the higher FRB luminosity category a polar magnetic field of $B_p \sim 10^{15}$ Gauss and $\delta\omega/\omega \sim 3 \times 10^{-5}$ as against the values $B_p \sim 10^{14}$ Gauss and $\delta\omega/\omega \sim 2 \times 10^{-5}$, respectively, for the weaker category. Of course, with a larger value of glitch, $\delta\omega/\omega \sim 10^{-4}$ $\delta\omega/\omega \sim 10^{-4}$, the higher luminosity category FRBs can follow from magnetars with $B_p \sim 10^{14}$ Gauss. In this model, curvature radiation along open field lines being responsible for the FRB emission, it is expected that the ensuing radiation is linearly polarized and therefore would undergo Faraday rotation as it propagates through intervening plasma that is threaded with magnetic field. Therefore, in the SKA era, measurements of both rotation measure and dispersion measure corresponding to over $\sim 10^3$ FRBs would lead to a significant progress in our understanding of IGM magnetic fields.

In this study, we report that the magnetar glitches can lead to emission of gravitational waves (GWs) with typical wave amplitude $h \sim 10^{-4} \delta\omega/\omega$ in the vicinity of the light cylinder. We also consider the plausibility of observing the electromagnetic waves ensuing from such GWs propagating in the magnetosphere due to the Gertsenshtein-Zel'dovich effect.

References

- [1] Lorimer D.R., Bailes M., McLaughlin M.A., Narkevic D.J., Crawford F. A bright millisecond radio burst of extragalactic origin. *Science*, 2007, vol. 318, no. 5851, pp. 777–780.
- [2] Spitler L.G., Scholz P., Hessels J.W., Bogdanov S., Brazier A., Camilo F., Chatterjee S., Cordes J.M., Crawford F., Deneva J., Ferdman R.D. A repeating fast radio burst. *Nature*, 2016, vol. 531, no. 7593, pp. 202–205.
- [4] Chatterjee S., Law C.J., Wharton R.S., Burke-Spolaor S., Hessels J.W., Bower G.C., Cordes J.M., Tendulkar S.P., Bassa C.G., Demorest P., Butler B.J. A direct localization of a fast radio burst and its host. *Nature*, 2017, vol. 541, no. 7635, pp. 58–61.
- [5] Tendulkar S.P., Bassa C.G., Cordes J.M., Bower G.C., Law C.J., Chatterjee S., Adams E.A., Bogdanov S., Burke-Spolaor S., Butler B.J., Demorest P. The host galaxy and redshift of the repeating fast radio burst FRB 121102. *The Astrophysical Journal Letters*, 2017, no. 834, no. 2, art. no. L7.

- [6] Marcote B., Paragi Z., Hessels J.W., Keimpema A., Van Langevelde H.J., Huang Y., Bassa C.G., Bogdanov S., Bower G.C., Burke-Spolaor S., Butler B.J. The repeating fast radio burst FRB 121102 as seen on milliarcsecond angular scales. *The Astrophysical Journal Letters*, 2017, vol. 834, no. 2, art. no. L8.
- [7] hornton D.E., Stappers B., Bailes M., Barsdell B., Bates S., Bhat N.D., Burgay M., Burke-Spolaor S., Champion D.J., Coster P., D'Amico N. A population of fast radio bursts at cosmological distances. *Science*, 2013, vol. 341, no. 6141, pp. 53–56.
- [8] Katz J.I. Fast radio bursts. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2018, vol. 103, pp. 1–8.
- [9] Cordes J.M., Chatterjee S. Fast radio bursts: an extragalactic enigma. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2019, vol. 57, no. 1, pp. 417–465.
- [10] Petroff E., Hessels J.W., Lorimer D.R. Fast radio bursts. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 2019, vol. 27, no. 1, art. no. 4.
- [11] Zhang B. The physical mechanisms of fast radio bursts. *Nature*, 2020, vol. 587, no. 7832, pp. 45–53.
- [12] Petroff E., Hessels J., Lorimer D. Fast radio bursts at the dawn of the 2020s. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 2022, vol. 30, no. 1, art. no. 2.
- [13] Zhang B. The physics of fast radio bursts. *Reviews of Modern Physics*, 2023, vol. 95, no. 3, art. no. 035005.
- [14] Saini N., Das Gupta P. *Observed Trends in FRB Population and Bi-modality in the Peak Luminosity Density Distribution*. arXiv:2310.11992v4
- [15] Saini N., Das Gupta P. Observed trends in FRB population and bi-modality in the luminosity density distribution. *Pramana*, 2025, vol. 99, no. 1, pp. 1–22.
- [16] Beloborodov A.M. A flaring magnetar in FRB 121102? *The Astrophysical Journal Letters*, 2017, vol. 843, no. 2, art. no. L26.
- [17] Lieu R. Are fast radio bursts the birthmark of magnetars? *The Astrophysical Journal*, 2017, vol. 834, no. 2, art. no. 199.
- [18] Das Gupta P., Saini N. Collapsing supra-massive magnetars: FRBs, the repeating FRB121102 and GRBs. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 2018, vol. 39, no. 1, art. no. 14.
- [19] Younes G., Baring M.G., Harding A.K., Enoto T., Wadiasingh Z., Pearlman A.B., Ho W.C., Guillot S., Arzoumanian Z., Borghese A., Gendreau K. Magnetar spin-down glitch clearing the way for FRB-like bursts and a pulsed radio episode. *Nature Astronomy*, 2023, vol. 7, no. 3, pp. 339–350.
- [20] Ge Mingyu, et al. A giant glitch from the magnetar SGR J1935+2154 before FRB 200428. *High Energy Astrophysical Phenomena*. arXiv:2211.03246.
- [21] Gertsenshtein M.E. Wave resonance of light and gravitational waves. *Zh. Eksp. Theor. Fiz.*, 1961, vol. 41, pp. 113–114.
- [22] Zel'dovich Y.B. Electromagnetic and gravitational waves in a stationary magnetic field. *Zh. Eksp. Theor. Fiz.*, 1973, vol. 65, no. 1311.

УДК 530.12

Описание процессов образования кротовых нор, которые приводят к потере связности пространства

Гуц Александр Константинович^{1(*)}

aguts@mail.ru
SPIN-код: 3792-6510

Вахний Татьяна Владимировна²

vahniytv@mail.ru
SPIN-код: 3566-8640

¹ Сочинский государственный университет, Сочи, Россия

² Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

Аннотация. Предложено описывать «сверхсветовые» полеты варп-кораблей Алькубьерре с помощью теории потоков Риччи. Показано, что такие полеты, сопровождаемые образованием 4-мерных кротовых нор, можно детально охарактеризовать как поток Риччи с хирургией.

Ключевые слова: кротовые норы, варп-корабли, потеря связности, потоки Риччи, сингулярности, хирургия

Введение. Локальные физические процессы, происходящие в физическом космическом пространстве, в том числе и старты варп-кораблей Алькубьерре, могут породить 4-мерные кротовые норы в пространстве-времени, которые приводят к тому, что физическое пространство теряет топологическую связность — компактная область пространства, содержащая источник описанной метаморфозы, «отрывается» от всего остального пространства [1].

Методы и материалы; результаты. В работе используются методы теории потоков Риччи, общей теории относительности и дифференциальной топологии. Детальное описание процессов образования 4-мерных кротовых нор, сопровождающих сверхсветовые, а точнее, сверхбыстрые полеты варп-кораблей Алькубьерре, в нашем исследовании производится с помощью теории потоков Риччи с хирургией

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial t} = -2 R_{ik},$$

которая была предложена Гамильтоном и доведена до логического завершения Григорием Перельманом [2]. Образование 4-мерной кротовой норы посредством предельного потока Риччи, например, в случае замкнутого пространства S^3 , происходит по одному из двух возможных путей развития событий: 1) образуется сжимающаяся круглая сферическая форма S^3 или ее фактор S^3/Γ (который сжимается в точку за конечное время), либо 2) в точках максимальной кривизны $|R_{iklm}(x, t)|$ идет образование сингулярности типа бесконечного цилиндра $S^2 \times R$, т. е. формируется тонкая «шея» с после-

дующим ее «перекусыванием» с помощью хирургии и разделением пространства на два «куска». Этот второй путь отвечает процессу образования 4-мерной кротовой норы в пространстве-времени. Подробные детали того, как на самом деле происходит «перекусывание» и разрыв и как следует проводить данную «хирургию» очень сложны. Но именно это соответствует полету варп-корабля, и эти детали являются предметом нашего исследования. Первый отмеченный выше путь развития не может реализоваться, поскольку для этого на корабле просто нет необходимой энергии. Фактически это путь есть путь фантастического уничтожения пространства.

В докладе приводятся конкретные примеры потоков g_{ik} , и в рамках общей теории относительности получены формулы для плотности энергии, отвечающей описанным процессам.

Заключение. Предложенный в работе подход, опирающийся на теорию потоков Риччи, дает возможность описывать и рассчитывать все детали, сопровождающие полеты варп-корабля при выходе на сверхсветовой режим полета.

Список источников

- [1] Гуц А.К. Энергия, необходимая для порождения варп-двигателем кротовых нор. *RusGrav-18. Российская гравитационная конференция. 18-я Междунар. конф. по гравитации, космологии и астрофизике: тез. докл.* Казань, Изд-во КФУ, 2024, с. 73–75.
- [2] Morgan J., Tian G. *Ricci Flow and the Poincaré Conjecture*. American Mathematical Society, Providence, RI, USA. 2007.

Description of Wormhole Formation Processes that Lead to Loss of Spatial Connectivity

Guts Alexander Konstantinovich^{1(*)}

aguts@mail.ru
SPIN-code: 3792-6510

Vakhniy Tatiana Vladimirovna²

vahniytv@mail.ru
SPIN-code: 3566-8640

¹Sochi State University, Sochi, Russia

²Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

Abstract. It is proposed to describe the “superluminal” flights of Alcubierre warp ships using the Ricci flow theory. It is shown that such flights, accompanied by the formation of 4-dimensional wormholes, can be described in detail as a Ricci flow with surgery.

Keywords: wormholes, warp ships, loss of connectivity, Ricci flows, singularities, surgery

Introduction. Local physical processes occurring in physical outer space, including the launches of Alcubierre warp ships, can generate 4-dimensional wormholes

in space-time, which lead to the fact that physical space loses topological connectivity — a compact area of space containing the source of the described metamorphosis “breaks off” from the rest of space. [1].

Methods and materials; results. The methods of Ricci flow theory, general relativity and differential topology are used in the work. In our study, a detailed description of the formation processes of 4-dimensional wormholes accompanying superluminal, or rather, ultrafast flights of Alcubierre warp ships is carried out using the Ricci flow theory with surgery

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial t} = -2 R_{ik},$$

which was proposed by Hamilton and brought to its logical conclusion by Grigory Perelman [2]. The formation of a 4-dimensional wormhole by means of a limiting Ricci flow, for example, in the case of an enclosed space S^3 , occurs along one of two possible paths of development: 1) a compressible round spherical shape S^3 or its factor S^3/Γ is formed (which is compressed into a point in a finite time), or 2) at points of maximum curvature $|R_{iklm}(x, t)|$ a singularity of the type of infinite cylinder $S^2 \times R$, is formed, i. e. a thin “neck” is formed, followed by its “snacking” with the help of surgery and the division of space into two “pieces”. This second path corresponds to the formation of a 4-dimensional wormhole in space-time. The detailed details of how “snacking” and tearing actually occur and how this “surgery” should be performed are very complex. But this is exactly what corresponds to the flight of a warp ship, and these details are the subject of our research. The first development path mentioned above cannot be realized, because the ship simply does not have the necessary energy for this. In fact, this path is a path of fantastic destruction of space. The report provides specific examples of g_{ik} , flows, and within the framework of general relativity, formulas for the energy density corresponding to the described processes are obtained.

Conclusion. The approach proposed in this paper, based on the theory of Ricci flows, makes it possible to describe and calculate all the details accompanying warp ship flights when entering fast than light flight mode.

References

- [1] Guts A.K. Energy required to generate wormholes by a warp drive. *RusGrav-18. 18th Russian Gravitational Conference. International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics. Abstracts of reports*. Kazan, KFU Publishing House, 2024, pp. 73–75. (In Russ.).
- [2] Morgan J., Tian G. *Ricci Flow and the Poincaré Conjecture*. American Mathematical Society, Providence, RI, USA, 2007.

UDC 524.1

A Coupled Oscillator Approach to Energy Dissipation due to Tidal Forces in Cosmology

Ibeh Joseph Godwin^{1()}*

gjibeh@nda.edu.ng

Nnochin C. Stephen¹

nnochincs@nda.edu.ng

Okoro Ikechukwu Collins^{2,3}

Ikechukwu.Okoro@nileuniversity.edu.ng

Akpogotor Ejiroghene Godfrey³

akpogea@delsu.edu.ng

¹ Department of Physics, Nigerian Defence Academy, Kaduna, Nigeria² Department of Physics, Nile University of Nigeria, Abuja, Nigeria³ Department of Physics, Delta State University, Abraka, Nigeria

Abstract. The coupled oscillator approach is very useful for modelling exoplanet interiors, galaxy cluster mergers and compact binary spirals. In this study, a simplified two-coupled oscillator model to quantify energy dissipation due to linear tidal forces is developed and its implications for cosmic evolution explored. The model incorporated gravitational and tidal interactions and the equations of motion of the system is derived using Lagrangian mechanics with dissipative terms which made it easier to treat tidal dynamics as solvable mechanical systems. The model also predicts dissipation rates for orbits, spins and deformations and links microphysics to macroscale evolution.

Keywords: coupled oscillator, energy dissipation, tidal dissipation, gravitational interactions, cosmic evolution, galaxy cluster mergers

Introduction. In cosmology tidal forces are caused by the differential gravitational pull on an object in a non-uniform gravitational field and these forces are important in the dynamics of galaxies clusters, and other cosmic structures such as binary star systems, exoplanetary systems and black hole mergers. These forces can lead to energy dissipation through mechanisms like tidal friction and heating, influencing the evolution of cosmic systems [1, 2]. Observations of clusters of galaxies of different sizes showed that they are bright x-ray sources whose emission mechanisms is thermal bremsstrahlung from hot low density gas [3, 4]. There are already a deluge of theoretical and experimental studies investigating tidal forces and energy dissipation in cosmology [5, 8]. In this current study, we have developed a simplified two-coupled oscillator model to quantify energy dissipation due to linear tidal forces and explore its implications for cosmic evolution. Further, we have incorporated gravitational and tidal interactions and derive the equations of motion using Lagrangian mechanics with dissipation terms.

Methods and materials; results. For the simple model of two body system (body 1 and body 2) proposed here we treat the interacting cosmic bodies such as a star and a planet or two galaxies, as mass-spring-damped systems at distance d , we

shall adopt the Lagrangian mechanics-based approach for coupled damped harmonic oscillators [4] in which we incorporate into the Lagrangian of the system the gravitational coupling between two oscillators representing the cosmic bodies of masses M_1 and M_2 , and the tidal dissipation is represented by the dampers γ . The tidal forces will be treated as perturbations such that the deformation of body 2 is due to the gravitational gradient of body 1.

Now, the modelling approach is that the tidal forces lead to energy dissipation through mechanisms such as the internal friction generated by the relative motion of different parts of an object, the conversion of mechanical energy into heat due to tidal deformation and the energy loss in fluid components, for example the gas in the galaxies or clusters, due to viscosity. After some slightly rigorous mathematics, we obtained expressions for the energy dissipation, instantaneous power loss and the time-averaged dissipation for circular orbits with frequency.

Results: The model was also applied to study binary star synchronization by modelling tidal locking timescales and also explain the observed rotational frequency and orbital frequency ratio distributions in previous studies [8, 9]. Work is still in progress on how the model would be applied to study galactic flyby interactions such as estimate tidal stripping rates in dwarf galaxies and to predict star formation triggers from tidal heating.

Conclusion. The coupled oscillator model developed here is a simplified framework for studying tidal dissipation in cosmology, linking microphysical processes to macroscopic. The results obtained from the application of the model compares with astrophysical observations such as orbital circularization in binary stars and tidal heating in exoplanets. It is recommended that this work be improved by introducing general relativistic corrections. Here, we considered for simplification only two coupled oscillators, for hierarchical structure formation, multi-oscillators may be considered.

References

- [1] Barnes J.E., Hernquist L. Dynamics of interacting galaxies. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 1992, vol. 30, pp. 705–742.
- [2] Tobie G., Auclair-Desrotour P., Behoukova M., Kervazo M., Souček O., Kalousova K. Tidal deformation and dissipation processes in icy worlds. *Space science reviews*, 2025, vol. 221, no. 6. <https://doi.org/10.1007/s11214-025-01136-y>
- [3] Sarazin C.L. X-ray emission from clusters of galaxies. *Rev. mod. phys.*, 1986, vol. 58 (1), pp. 1–115. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.58.1>
- [4] Damiani C., Mathis S. Influence of stella structure, evolution, and rotation on the tidal damping of exoplanetary spin-orbit angles. *Astronomy and Astrophysics*, 2018, vol. 618, art. no. A90.
- [5] Zhang T.B., Kohta Murase, Foteini Oikonomou, Zhuo Li. High-energy cosmic ray nuclei from tidal disruption events: Origin, survival, and implications. *Phys. Rev. D*, 2017, vol. 96, art. no. 063007. arXiv:1706.00391
- [6] Guépin C., Kotera K., Barausse E., Ke Fang, Kohta Murase. Ultra-high-energy cosmic rays and neutrinos from tidal disruptions by massive black holes. *Astronomy and Astrophysics*, 2018, vol. 616, art. no. A179.

-
- [7] Erinna M.A. Chen and Francis Nimmo. Tidal dissipation in the lunar magma ocean and its effect on the early evolution of the Earth-Moon system. *ScienceDirect*, 2016, 275, pp. 132–142.
 - [8] Houraa Daher, Arbic B.K., Williams J.G., Ansong J.K. et al., Long-term Earth-Moon evolution with high-level orbit and ocean tide models. *J. Geophys Res Planets*, 2021, vol. 1, no. 126 (12).
 - [9] Ogilvie G.I. Tidal dissipation in stars and giant planets. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2014, vol. 52 (1).

UDC 524.882

Anisotropic Compact Stars in Modified $f(R)$ Gravity and Their Structural Properties

Ilyas M.

ilyas_mia@yahoo.com

Institute of Physics, Gomal University, Dera Ismail Khan, Pakistan

Abstract. This study investigates anisotropic spherical structures in the framework of modified $f(R)$ gravity, where R is the Ricci scalar, extending general relativity to incorporate additional gravitational effects. We employ the Finch–Skea metric to analyze compact stars using different $f(R)$ models. These models allow us to explore the impact of modified gravity on the internal composition and equilibrium of neutron and strange stars. Key physical parameters, including energy density, radial and tangential pressures, anisotropy, and fundamental forces (gravitational, hydrostatic, and anisotropic), are analyzed through graphical representation. The viability of the models is assessed via energy conditions (NEC, WEC, SEC, and DEC) and the equation of state (EoS) parameter. Additionally, we evaluate the role of anisotropy in the stability of compact objects and compare our results with general relativity to highlight the influence of $f(R)$ gravity on stellar structures. This research contributes to the broader understanding of the modifications to general relativity and their implications for compact astrophysical objects.

Keywords: modified gravity, anisotropy, compact stars, energy conditions, Finch–Skea metric

Introduction. The study of compact stellar structures, such as neutron stars and strange stars, has been a critical area of research in theoretical astrophysics and gravitational physics. General relativity (GR) provides a robust framework for understanding such objects; however, various cosmological and astrophysical observations suggest the need for modifications to GR. One such extension is $f(R)$ gravity, where the Ricci scalar R is replaced with a function $f(R)$ to introduce additional gravitational effects [1, 2].

Among various $f(R)$ models, quadratic and exponential modifications have gained significant attention due to their ability to explain early and late-time cosmic acceleration while remaining consistent with local astrophysical constraints [3]. In this work, we analyze compact stars using three modified gravity models, employing the Finch–Skea metric, a well-suited ansatz for studying relativistic stellar configurations.

A key aspect of compact stars is anisotropy, where the radial and tangential pressures differ due to interactions such as nuclear forces, phase transitions, or strong magnetic fields [4, 5]. Anisotropic pressures influence the stability and internal structure of compact stars, making their study crucial in alternative gravity models. In this paper, we investigate how $f(R)$ gravity affects the energy density, pressure components, anisotropy factor, and fundamental forces governing equilibrium.

We further assess the physical viability of the stellar models by evaluating energy conditions (NEC, WEC, SEC, and DEC) and the equation of state parameter. The comparison of our results with GR provides insights into the deviations introduced by modified gravity theories. The implications of our findings extend to astrophysical scenarios where alternative gravity theories play a role in stellar evolution and compact object dynamics.

Methods and materials; results. To study anisotropic compact stars in $f(R)$ gravity, we employ the following methodology:

1. Choice of Metric: We adopt the Finch–Skea metric, which has proven effective for modeling spherically symmetric stellar structures.
2. Modified Gravity Models: We consider three functional forms of $f(R)$, incorporating quadratic and exponential corrections to general relativity.
3. Field Equations: The Einstein field equations in $f(R)$ gravity are derived for an anisotropic fluid distribution, obtaining expressions for density, radial and tangential pressures.
4. Stability and Energy Conditions: The viability of the models is assessed by verifying energy conditions and analyzing the equation of state.
5. Graphical and Numerical Analysis: We present graphical results to illustrate variations in energy density, pressure, anisotropy, and stability parameters.

The analysis reveals that modifications in $f(R)$ gravity significantly alter the structural properties of compact stars. The quadratic and exponential corrections introduce changes in the pressure anisotropy, affecting the equilibrium conditions. Our key findings include:

- The inclusion of an R^2 term leads to a stiffer equation of state, enhancing stability.
- Exponential gravity corrections modify the density profile, affecting gravitational collapse.
- The anisotropic factor plays a crucial role in maintaining hydrostatic equilibrium in modified gravity models.

A comparative analysis with GR highlights the deviations induced by $f(R)$ gravity, suggesting its relevance in extreme astrophysical environments.

Conclusion. This study explores anisotropic compact stars within $f(R)$ gravity using the Finch–Skea metric. Our findings indicate that modifications to GR introduce significant changes in stellar equilibrium and stability. The results contribute to the broader understanding of alternative gravity models in astrophysical settings and their potential implications for neutron stars, strange stars, and exotic compact objects. Future work could extend this analysis to more generalized forms of modified gravity and consider observational constraints from pulsar and gravitational wave data.

References

- [1] Capozziello S., De Laurentis M. Extended Theories of Gravity. *Physics Reports*, 2011, vol. 509, no. 4–5, pp. 167–321. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.09.003>
- [2] Nojiri S., Odintsov S.D. Unified cosmic history in modified gravity: From $f(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Physics Reports*, 2011, vol. 505, no. 2–4, pp. 59–144. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.04.001>
- [3] Bamba K., Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S.D. Dark energy cosmology: the equivalent description via different theoretical models and cosmography tests. *Astrophysics and Space Science*, 2012, vol. 342, pp. 155–228. <https://doi.org/10.1007/s10509-012-1181-8>
- [4] Herrera L., Santos N.O. Local anisotropy in self-gravitating systems. *Physics Reports*, 1997, vol. 286, no. 2–3, pp. 53–130. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(96\)00042-7](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00042-7)
- [5] Ruderman M. Pulsars: Structure and evolution. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 1972, vol. 10, pp. 427–476. <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.10.090172.002235>

UDC 530.2

About Parmenides emptiness as Absolute space. Aristotle, Nicolas of Cusa and Newton with Rene Descartes, Leibnitz, Mach and Einstein opponents

Isayeva Elmira Abdulovna

eaisaeva@mail.ru

el_max63@yahoo.com

Institute of physics of the Azerbaijan Ministry of Science and Education, Baku, Azerbaijan

Abstract. In paper the conception of absolute space of Newton, Descartes, Leibnitz has been considered from emptiness of aincient Greeks to Einstein and recently research saying us that Space, Matter, and Light are of the same nature. The building block for them is a mass-unit composed of size and motion. The energy of motion of a mass-unit for matter is the body, but for light it is the photon. The energy of size of a mass-unit for usual space is the vacuum, but for absolute space it is that ephir about which said Einstein.

Keywords: emptiness, absolute space, mass-unit, ephir, light, dark energy, dark matter

Introduction. From Parmenides' definition of the void: "You say "emptiness" but it doesn't mean void, it means something". Follows that non-being does not exist, that whatever is thinkable is also being, including emptiness [1]. "Remove the body — there will be emptiness in its place," says Aristotle [2], a notion that Newton found appealing when defining his absolute space — an infinite, external-independent, unchanging, and immobile entity. It is the container of all bodies and is primary [3]. René Descartes opposed Newton's view, arguing that matter, i.e. the body is primary because we directly interact with it, and its extension already constitutes absolute space [4]. Ernst Mach was opposite absolute space, saying that the mass of body is being observed phenomena for us [5]. Indeed, in a recent article [6], it is suggested that the fundamental building block of space, matter, and light is a unit of mass. This unit has both motion energy at $2c^2$ and size energy at $2c^2$. The sum of these energies remains constant at $4c^2$. Authors speak nothing about absolute space and ephir. We will try to do it.

Methods and materials; results. For usual space, these energies of size and motion are equal. A mass-unit of usual space is a vacuum. For matter, size energy decreases while motion energy increases, leading to the emergence of a body—a unit of mass of matter. In the limiting case of matter, size energy disappears entirely, leaving only motion energy in one point. Of cause, it is a photon of light. Photon is a mass-unit of light. From it the big bang was been beginning in past which demanded space for scenario of bang. The space and matter, their a mass-unit were born in one point of light. Therefore a mass-unit is primary building brike for of all space, matter, light in the Universe. In fact, the mass is primary as said Rene Descartes.

In present time as we know the Universe is being expanded. Therefore the size energy increases while motion energy decreases, leading to the emergence of a empty. In the limiting case of space, motion energy disappears entirely, leaving only size energy in the unfinity. The usual space becomes the absolute space. A unit of mass of absolute space is an ephir.

Let's note the motion energy implies interaction, attraction. Leibniz's perspective is interesting here. The author of "Monadology" [7] believed that relationships between bodies, rather than absolute space, are fundamental. Within the interaction, within attracting and repulsion of celestial bodies, one can discern a field structure of Universe created by massive stars and planets, as described by Einstein's General Theory of Relativity [8].

Thus, light lacks size energy and only possesses motion energy of a mass-unit of matter. One might say that light is dark matter. However, the authors of the article do not consider the limiting case of space, where matter disappears and only size energy remains. Clearly, this refers to absolute space. Ether appears — a mass-unit of absolute space. In this case, absolute space lacks motion energy and possesses only the size energy of a unit of mass of space. One might say that absolute space is dark energy. Aristotle was correct in wanting to separate motion from space. The usual space contains both motion and size energy. The emergence of a body within it reduces its size energy. However, if you remove the body, the size energy of a unit mass of space increases; remove all bodies, and you have emptiness — absolute space with maximum size energy.

Thus, we have two limiting cases. For matter, it is the light with maximum motion energy. For space, it is the absolute space with maximum size energy. Two giants, each with an immense force, energy of a mass-unit of each equals to $4c^2$, secretly "struggle" against each other. Perhaps this is precisely what they are: light as dark matter and absolute space as dark energy. "Everything exists in everything," said Nicholas of Cusa [9]. Perhaps through Leibniz's monads, everything, by interacting with everything, exists within it — and this, as we understand it, is light. "All exists in all," he continued. Perhaps "in all" refers to absolute space as the container of everything. Nicholas of Cusa also spoke of the absolute, about its maximum and minimum. As an infinite entity, absolute space is the absolute maximum. But there is also an absolute minimum, something indivisible. If there exists an indivisible atom, and we extract it and its motion from the void, what remains is the indivisible atom of emptiness of Leucippus and Democritus [10] that is the absolute minimum. It is within this that the atoms move.

Nicholas of Cusa states that the absolute maximum and minimum are one and the same. Thus, that absolute space is simultaneously both the absolute maximum and the absolute minimum. "Infinite things cannot be studied like finite things by comparing them to things known to us," says Cusa. Therefore, infinite things can only be studied indirectly, in a stepwise manner: from a particular finite thing to its species, from species to genus, and so on. In this sense, boundless physical space is a step toward understanding the infinite universe. Here, the infinite universe serves

as the species or genus for its material counterpart — boundless physical space. Similarly, infinite absolute space serves as the species for its material counterpart — boundless material ephir. As a symbol, like a finite segment on an infinite line, material physical space is observable. However, ephir — the “wind” from it — turned out to be unobservable. Here too, Nicholas of Cusa warned that the indirect approach has its limitations. A chain of finite things does not reveal the truth but only symbolizes it. Physical space is a symbol of the infinite universe. Do we conduct experiments to detect it? No. Let's here too the ephir be considered not only as a material counterpart but as a symbol of absolute space? Perhaps such could become the key for our understanding many things in Universe. In the abstract, in the absolute space, where its maximum and minimum coexist, in its material counterpart, that is in the ephir we wanted to detect by the Michelson-Morley experiment physically feel “wind” from ephir. But we failed. The speed of light in a vacuum was found to be the same in all directions, leading us to conclude that ether does not exist. However, even Einstein [8] was not opposed to the ether: “According to the general theory of relativity, ether exists. But this ether cannot be regarded as a weighty medium endowed with qualitative characteristics, consisting of parts that can be tracked over time. The idea of motion does not apply to it.” In fact, the ephir being a mass-unit of absolute space has only the energy of size. In fact, the ephir being a mass-unit of absolute space has only the energy of size.

Conclusion. Thus ephir is material analog of absolute space. But as symbol is a symbol of the structured field of the Universe.

References

- [1] Parmenides. *The Fragments of Parmenides*. Amazon, 2022, 76 p.
- [2] Aristotle. *Physics*. Amazon, 2012, 365 p.
- [3] Newton I. *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Amazon, 2010, 547 p.
- [4] Descartes R. *Selected Philosophical Writings*. Cambridge, Cambridge University Press, 1988, 249 p.
- [5] Mach E. *The Analysis of Sensations, and the Relation of the Physical to the Psychological*. Amazon, 1914, 398 p.
- [6] Fu Guoliang, Fu Tony Yang. A Simple Model Unifies Space, Matter, and Light. *Journal of High Energy Physics, Gravitation and Cosmology*, 2023, vol. 9, pp. 1098–1133.
- [7] Leibniz W. *The philosophical works of Leibnitz*. Amazon, 2012, 406 p.
- [8] Einstein A. *Relativity: the special and General Theory*. Amazon, 2023, 389 p.
- [9] Cusanus N. *Of learned Ignorance*. Amazon, 2023, 243 p.
- [10] Russell B. *A History of Western Philosophy*. Simon Shuster Publ., 2007, 895 p.

УДК 524.882:834

Тень динамической кротовой норы во вселенной Фридмана*Ишкаева Валерия Артуровна(*)*

ishkaeva.valeria@mail.ru

Сушков Сергей Владимирович

sergey_sushkov@mail.ru

КФУ, Казань, Россия

Аннотация. Рассмотрено движение фотонов в пространстве-времени закрытой изотропной вселенной Фридмана, содержащей динамическую кротовую нору, заполненную пылью. Получены и решены уравнения геодезических для фотонов в пространстве-времени динамической кротовой норы и в пространстве-времени вселенной Фридмана. Получена и проанализирована формула для радиуса тени кротовой норы. Сделан вывод, что размер тени зависит не только от параметров кротовой норы, но и от времени наблюдения. На ранних временах тень кротовой норы уменьшается, тогда как на более поздних — увеличивается вследствие расширения вселенной Фридмана.

Ключевые слова: кротовая нора, динамическая кротовая нора, вселенная Фридмана

Введение. Кротовая нора — это структура пространства-времени с нетривиальной топологией, которая представляет собой туннель, соединяющий различные пространственные области одной и той же вселенной или различные вселенные. Обычно для существования проходимой кротовой норы в общей теории относительности (ОТО) требуется экзотическая материя, нарушающая световое энергетическое условие (СЭУ) [1]. Однако некоторые конфигурации кротовых нор могут существовать без нее. Наше внимание привлекли статьи [2–4], посвященные изучению возможных проходимых кротовых нор в ОТО, заполненных пылью, в которых авторами были получены конкретные модели проходимых динамических кротовых нор, не нарушающих СЭУ.

В данной работе мы рассматриваем движение фотонов в пространстве-времени вселенной Фридмана, содержащей динамическую кротовую нору [4], получаем формулу радиуса тени кротовой норы и исследуем его зависимость от времени наблюдения.

Методы и материалы; результаты. В качестве модели мы рассмотрели динамическую кротовую нору, представленную в статье [4]. Метрику данной кротовой норы можно записать следующим образом:

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{r'(R,\tau)}{1-h(R)} dR^2 - r^2(R,\tau)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

где $r' \equiv \partial r / \partial R$; $h(R) = \frac{1}{1+R^2}$. Зависимость $r(R, \tau)$ задается параметрически:

$$r = \frac{F(R)}{2h(R)}(1 - \cos \eta), \tau = \frac{F(R)}{2h^{3/2}(R)}(\eta - \sin \eta),$$

где $F(R) = 2b(1 + R^2)^k$, постоянные $b, k > 0$, параметр $\eta \in [0, 2\pi]$. Уравнения геодезических для фотонов в пространстве-времени кротовой норы (1) мы записали с помощью символов Кристоффеля и решили их в приближении малого параметра η (начальный период эволюции кротовой норы). При анализе уравнений геодезических мы получили точку поворота траектории фотона:

$$R_t = \pm \sqrt{\left(\frac{2}{9b}\right)^{1/k} \left|\frac{L}{C_1}\right|^{3/k} - 1},$$

где L — угловой момент фотона, C_1 — постоянная, связанная с энергией фотона E , $C_1 = \tau^{2/3} E$.

Далее мы рассмотрели движение фотонов в замкнутой изотропной вселенной Фридмана, метрику которой можно записать следующим образом:

$$ds^2 = a^2(\eta)[d\eta^2 - d\chi^2 - \sin^2\chi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)],$$

где $a(\eta) = a_0(1 - \cos \eta)$ — масштабный фактор, $a_0 = \text{const}$, χ — радиальный угол, η — параметр, связанный со временем: $\tau = a_0(\eta - \sin \eta)$. Уравнения геодезических для фотонов во вселенной Фридмана мы получили методом Гамильтона — Якоби.

После мы рассмотрели движение фотонов во вселенной Фридмана, содержащей кротовую нору (1), размер которой равен R_* , предполагая, что излучающее вещество находится только во вселенной Фридмана. В таком случае границу тени кротовой норы образуют фотоны, «рожденные» во вселенной Фридмана, прошедшие через кротовую нору и достигшие наблюдателя, находящегося в точке χ_{obs} , в момент наблюдения $\tau_{obs}(\eta_{obs})$. Поскольку рассматриваемое пространство-время сферически-симметрично, граница тени будет представлять собой окружность с радиусом α_{sh} :

$$\alpha_{sh} = a_0 |L_{sh}| (1 - \cos \eta_{obs})^2 \times \\ \times \left(\cos \chi_{obs} (1 - \cos \eta_{obs}) \sqrt{K - \frac{L_{sh}^2}{\sin^2 \chi_{obs}}} + \sin \chi_{obs} \sin \eta_{obs} \sqrt{K} \right)^{-1},$$

где L_{sh} — угловой момент фотонов, формирующих границу тени кротовой норы, K — постоянная интегрирования, полученная при выводе уравнений геодезических во вселенной Фридмана и связанная с энергией фотона E , $K = [a(\eta)E]^2$. Видно, что размер тени зависит как от координат наблюдателя χ_{obs}, η_{obs} , так и от L_{sh} , который зависит от параметров кротовой норы. При фиксированном положении наблюдателя χ_{obs} тень заданной кротовой норы R_*, k, b зависит только от времени наблюдения $\tau_{obs}(\eta_{obs})$. При малых $\tau_{obs}(\eta_{obs})$ размер тени уменьшается, поскольку все больше фотонов, попавших из вселенной Фридмана в кротовую нору, достигают наблюдателя, т. е. $|L_{sh}|$ со временем уменьшается. Причем уменьшение $|L_{sh}|$ происходит стремительно и не успевает компенсироваться расширением вселенной. На поздних временах, когда $|L_{sh}|$ достигает минимального значения, соответствующего

шего $R_t = 0$, размер тени увеличивается вследствие расширения вселенной Фридмана.

Заключение. В данной работе мы рассмотрели движение фотонов в пространстве-времени вселенной Фридмана, содержащей динамическую кротовую нору, и получили формулу для радиуса тени кротовой норы. По результатам работы можно сделать вывод, что радиус тени зависит не только от параметров кротовой норы, но и от времени наблюдения. Причем на ранних временах тень кротовой норы уменьшается из-за уменьшения углового момента $|L_{sh}|$ фотонов, формирующих границу тени кротовой норы, а на поздних — увеличивается из-за расширения вселенной Фридмана.

Работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» № 24-1-1-39-2, а также грантом Российского научного фонда (проект № 25-22-00163).

Список источников

- [1] Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *American Journal of Physics*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>
- [2] Kashargin P.E., Sushkov S.V. Collapsing wormholes sustained by dustlike matter. *Universe*, 2020, vol. 6, no. 10, art. no. 186. <https://doi.org/10.3390/universe6100186>
- [3] Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Magnetized dusty black holes and wormholes. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 11, art. no. 419. <https://doi.org/10.3390/universe7110419>
- [4] Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Possible Wormholes in a Friedmann Universe. *Universe*, 2023, vol. 9, no. 11, art. no. 465. <https://doi.org/10.3390/universe9110465>

The shadow of a dynamic wormhole in Friedmann universe

Ishkaeva Valeria Arturovna (*)

ishkaeva.valeria@mail.ru

Sushkov Sergey Vladimirovich

sergey_sushkov@mail.ru

KFU, Kazan, Russia

Abstract. The motion of photons in the space-time of a closed isotropic Friedmann universe containing a dynamic wormhole filled with dust is considered. Geodesic equations for photons in the space-time of a dynamic wormhole and in the space-time of the Friedmann universe are obtained and solved. A formula for the radius of the wormhole shadow is obtained and analyzed. It is concluded that the size of the shadow depends not only on the parameters of the wormhole, but also on the observation time. At early times, the wormhole shadow decreases, while at later times it increases due to the expansion of the Friedmann universe.

Keywords: wormhole, dynamic wormhole, Friedmann universe

Introduction. A wormhole is a structure of space-time with a non-trivial topology, which is a tunnel connecting different spatial regions of the same universe or different universes. Usually, the existence of a traversable wormhole in the general relativity (GR) requires exotic matter that violates the null energy condition (NEC) [1]. However, some wormhole configurations may exist without it. Our attention was attracted by the articles [2–4] devoted to the study of possible traversable wormholes in GR filled with dust, in which the authors obtained the models of traversable dynamic wormholes that do not violate the NEC.

In this paper, we consider the motion of photons in the space-time of the Friedmann universe containing a dynamic wormhole [4], obtain the formula for the radius of the wormhole shadow and investigate its dependence on the observation time.

Methods and materials; results. As a model, we considered the dynamic wormhole presented in the article [4]. The metric of this wormhole can be written as follows:

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{r'(R,\tau)}{1-h(R)} dR^2 - r^2(R,\tau)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

where $r' \equiv \frac{\partial r}{\partial R}$, $h(R) = \frac{1}{1+R^2}$. The dependence $r(R,\tau)$ is specified parametrically:

$$r = \frac{F(R)}{2h(R)}(1 - \cos \eta), \tau = \frac{F(R)}{2h^{3/2}(R)}(\eta - \sin \eta),$$

where $F(R) = 2b(1 + R^2)^k$, the constants $b, k > 0$, the parameter $\eta \in [0, 2\pi]$. We wrote the geodesic equations for photons in the wormhole space-time (1) using Christoffel symbols and solved them in the approximation of a small parameter η (the initial period of wormhole evolution). By analyzing the geodesic equations, we obtained the turning point of the photon trajectory:

$$R_t = \pm \sqrt{\left(\frac{2}{9b}\right)^{1/k} \left|\frac{L}{C_1}\right|^{3/k} - 1},$$

where L is the angular momentum of the photon, C_1 is a constant associated with the energy of the photon E : $C_1 = \tau^{2/3}E$.

Next, we considered the motion of photons in a closed isotropic Friedmann universe, the metric of which can be written as follows:

$$ds^2 = a^2(\eta)[d\eta^2 - d\chi^2 - \sin^2\chi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)],$$

where $a(\eta) = a_0(1 - \cos \eta)$ is the cosmological scale factor, $a_0 = \text{const}$, χ is the radial angle, η is a parameter related to time: $\tau = a_0(\eta - \sin \eta)$. We obtained the geodesic equations for photons in the Friedmann universe using the Hamilton-Jacobi method.

We then considered the motion of photons in a Friedmann universe containing a wormhole (1) of size R_* , assuming that the radiating matter is located only in the Friedmann universe. In this case, the boundary of the wormhole shadow is formed

by photons “born” in the Friedmann universe, passing through the wormhole and reaching the observer located at the point χ_{obs} , at the moment of observation $\tau_{obs}(\eta_{obs})$. Since the space-time under consideration is spherically symmetric, the boundary of the shadow will be a circle with a radius of α_{sh} :

$$\alpha_{sh} = a_0 |L_{sh}| (1 - \cos \eta_{obs})^2 \times \\ \times \left(\cos \chi_{obs} (1 - \cos \eta_{obs}) \sqrt{K - \frac{L_{sh}^2}{\sin^2 \chi_{obs}}} + \sin \chi_{obs} \sin \eta_{obs} \sqrt{K} \right)^{-1},$$

where L_{sh} — the angular momentum of the photons forming the boundary of the wormhole shadow, K is the constant of integration obtained when deriving the equations of geodesics in the Friedmann universe and is related to the energy of the photon E , $K = [a(\eta)E]^2$.

It is clear that the size of the shadow depends on both the observer's coordinates χ_{obs}, η_{obs} and on L_{sh} , which depends on the parameters of the wormhole. For a fixed position of the observer χ_{obs} , the shadow of a given wormhole R_*, k, b depends only on the observation time $\tau_{obs}(\eta_{obs})$. For small $\tau_{obs}(\eta_{obs})$, the shadow size decreases as more and more photons from the Friedmann universe that enter the wormhole reach the observer, i. e. $|L_{sh}|$ decreases with time. Moreover, the decrease in $|L_{sh}|$ occurs rapidly and is not compensated by the expansion of the universe. At late times, when $|L_{sh}|$ reaches its minimum value corresponding to $R_t = 0$, the size of the shadow increases due to the expansion of the Friedmann universe.

Conclusion. In this paper, we considered the motion of photons in the space-time of the Friedmann universe containing a dynamic wormhole, and obtained a formula for the radius of the wormhole shadow. Based on the results of the work, we can conclude that the radius of the shadow depends not only on the parameters of the wormhole, but also on the observation time. Moreover, at early times, the wormhole shadow decreases due to a decrease in the angular momentum $|L_{sh}|$ of the photons forming the boundary of the wormhole shadow, and at later times, it increases due to the expansion of the Friedmann universe.

This work was supported by a grant from the Foundation for the Development of Theoretical Physics and Mathematics «BASIS» № 24-1-1-39-2 and by RSF (project No. 25-22-00163).

References

- [1] Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *American Journal of Physics*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>
- [2] Kashargin P.E., Sushkov S.V. Collapsing wormholes sustained by dustlike matter. *Universe*, 2020, vol. 6, no. 10, art. no. 186. <https://doi.org/10.3390/universe6100186>
- [3] Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Magnetized dusty black holes and wormholes. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 11, art. no. 419. <https://doi.org/10.3390/universe7110419>
- [4] Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Possible Wormholes in a Friedmann Universe. *Universe*, 2023, vol. 9, no. 11, art. no. 465. <https://doi.org/10.3390/universe9110465>

УДК 531.14

Зенон, Р. Декарт, Г. Галилей и парадокс Зенона «Стрела»

Измайлов Г.Н.

gizmailov@mail.ru

ИРЭ РАН им. В.А. Котельникова, Москва, Россия

Аннотация. Современная физика считает, что «парадоксы Зенона» разрешаются, если они сформулированы строго в смысле современной математики. При этом, многие ученые, историки и философы полагают, что парадоксы Зенона являются лишь кажущимися парадоксами, возникающими в результате плохо поставленных проблем и предвзятости человеческого рассуждения. Однако, именно формулировка Галилеем закона инерции, включенного позже в законы динамики Ньютона, как базового, позволяет иначе рассматривать парадокс Зенона о движущейся стреле.

Ключевые слова: Парадокс, Зенон, Галилей, система координат, инерциальная система отсчета

Введение. Обычно считается, что именно Г. Галилей словами «Математика — язык физики» совершил поворот в изучении физики, перейдя к количественному языку при описании физических процессов [2–4]. Для описания поступательного движения использовались декартовы координаты. Этот коренной поворот был закреплен И. Ньютоном в виде дифференциальных уравнений для формулировки законов движения небесных и земных тел, тепловых процессов [1]. Однако именно формулировка Галилеем закона инерции, включенного позже в законы динамики Ньютона, как базового, позволяет иначе рассматривать парадокс Зенона о движущейся стреле.

Методы и материалы; результаты. Визуально, можно подтвердить движение стрелы, рассматривая ее размазанный след на фотографии. Размытие изображения на фотографии — известный прием фотографов, «оживляющий» фотографируемый объект. Наоборот, чтобы сделать четкое изображение движущегося объекта, фотограф должен поворачивать фотоаппарат вслед за мчащимся объектом, но смазывая четкость изображения фона. Теперь можно вообразить подвижную платформу, на которой располагается наблюдатель, вдоль которой движется объект (стрела). Скорость платформы можно плавно изменять, чтобы сделать ее равной скорости стрелы. На платформе, наряду с наблюдателем расположены система декартовых координат и часы. Будем полагать, что скорость платформы вдоль выбранного направления постоянна и значительно меньше скорости света. Получим инерциальную систему отсчета (ИСО) классической механики. Тогда согласно утверждению Галилея об инерциальности движения, все механические процессы, наблюдаемые с этой ИСО, будут зарегистрированы как происходящие в неподвижной системе отсчета [6].

Заключение. Иными словами, наблюдатель на платформе, равномерно и прямолинейно движущейся относительно выпущенной стрелы со скоростью

значительно меньшей скорости света и равной скорости стрелы, будет видеть ее неподвижной, как и в утвержденном парадоксе Зенона [3, 5].

Отметим, что закон инерции – это качественный закон физики, он не использует математических терминов. Постулатом служит утверждение, что пространство однородно и изотропно, а время — однородно, тогда ИСО существуют. Теперь, согласно теореме Нетер, однородность пространства относительно сдвигов даст закон сохранения импульса, изотропность приведет к сохранению момента импульса, а однородность времени — к сохранению энергии движущегося тела [6]. Его формализации в специальной теории относительности дала возможность А. Эйнштейну качественно понять невозможность движения со скоростью большей скорости света и математически установить эквивалентность энергии и массы.

Список источников

- [1] Russell B. Mathematics and the metaphysicians. *The World of Mathematics*, 1956, pp. 1576–1590.
- [2] Фейнман Р.Ф., Лейтон Р.Б., Сэндс М. *Фейнмановские лекции по физике*. Гл. 8. Москва, АСТ, 2024, т. 1–2, 448 с.
- [3] *Zeno's paradoxes*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Zeno's_paradoxes (accessed 15.03.2025).
- [4] *Paradoxe de la fleche*. URL: https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_de_la_fleche (accessed 15.03.2025).
- [5] *Зенон Элейский*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Зенон_Элейский (дата обращения 15.03.2025).
- [6] *Инерциальная система отсчета*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Инерциальная_система_отсчета (дата обращения 15.03.2025).

Zeno, R. Descartes, G. Galileo and Zeno's paradox “Arrow”

Izmailov G.N.

gizmailov@mail.ru

V.A. Kotelnikov IRE RAS, Moscow, Russia

Abstract. Modern physics believes that “Zeno's paradoxes” are resolved if they are formulated strictly in the sense of modern mathematics. At the same time, many scientists, historians and philosophers believe that Zeno's paradoxes are only apparent paradoxes that arise as a result of poorly posed problems and biased human reasoning. However, it is Galileo's formulation of the law of inertia, later included in Newton's laws of dynamics as a basic one, that allows us to consider Zeno's paradox about a moving arrow differently.

Keywords: Paradox, Zeno, Galileo, coordinate system, inertial reference system

Introduction. It is generally believed that it was G. Galileo who, with the words “Mathematics is the language of physics,” made a turn in the study of physics, moving to a quantitative language in describing physical processes [2–4]. Cartesian coordinates were used to describe translational motion. This radical turn was consolidated by

I. Newton in the form of differential equations for formulating the laws of motion of celestial and terrestrial bodies, thermal processes [1]. However, it was Galileo's formulation of the law of inertia, later included in Newton's laws of dynamics as a basic one, that allows us to consider Zeno's paradox about the moving arrow differently.

Methods and materials; results. Visually, the movement of the arrow can be confirmed by examining its blurred trace in the photograph. Blurring the image in a photograph is a well-known technique of photographers, “bringing to life” the photographed object. Contrariwise, to make a clear image of a moving object, the photographer must turn the camera after the rushing object, but blurring the clarity of the background image. Now one can imagine a moving platform on which the observer is located, along which the object (arrow) moves. The speed of the platform can be smoothly changed to make it equal to the speed of the arrow. On the platform, along with the observer, there is a system of Cartesian coordinates and a clock. We will assume that the speed of the platform along the selected direction is constant and significantly less than the speed of light. We will obtain an inertial frame of reference of classical mechanics (IRF). Then, according to Galileo's assertion about the inertia of motion, all mechanical processes observed from this IRF will be registered as occurring in a stationary reference frame [6].

Conclusion. In other words, an observer on a platform, which is uniformly moving relative to a released arrow at a speed significantly less than the speed of light and equal to the speed of the arrow, will see it as stationary, as in the stated Zeno paradox [2, 5].

Note that the law of inertia is a qualitative law of physics, it does not use mathematical terms. The postulate is the assertion that space is homogeneous and isotropic, and time is homogeneous, then IRFs exist. Now, according to Noether's theorem, the homogeneity of space relative to shifts will give the law of conservation of momentum, isotropy will lead to conservation of angular momentum, and homogeneity of time — to conservation of the energy of a moving body [6]. Its formalization in the special theory of relativity allowed A. Einstein to qualitatively understand the impossibility of motion with a speed greater than the speed of light and to mathematically establish the equivalence of energy and mass.

References

- [1] Russell B. Mathematics and the metaphysicians. *The World of Mathematics*, 1956, pp. 1576–1590.
- [2] Feynman R.F., Leighton R.B., Sands M. *Feynman lectures on Physics*. Chapter 8. Moscow, AST Publ., 2024, vol. 1–2, 448 p. (In Russ.).
- [3] *Zeno's paradoxes*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Zeno's_paradoxes (accessed 15.03.2025).
- [4] *Paradoxe de la fleche*. URL: https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_de_la_fleche (accessed 15.03.2025).
- [5] *Zeno Elea*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Zeno_Elea (accessed 15.03.2025).
- [6] *Inertial reference system*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Inertial_reference_frame (accessed 15.03.2025).

УДК 53.05:681.327.11

Прототип детектора гравитационных волн для регистрации излучения ранней Вселенной в килогерцовом диапазоне

Измайлов Г.Н.

gizmailov@mail.ru

ИРЭ РАН им. В.А. Котельникова, Москва, Россия

Аннотация. Предложен принцип действия детектора и его конструкция, предназначенного для регистрации излучения ранней Вселенной, в рамках гравитационного канала передачи энергии. Новый тип детектора рассматривается как инструмент для экспериментального исследования истории космоса. Подчеркивается актуальность проекта и указывается теоретическая возможность существования гравитационных волн в килогерцовом диапазоне частот. Анализируются схемы современных криогенных детекторов, которые могут служить прототипами для разработки нового прибора.

Ключевые слова: реликтовое Гравитационное излучение, стохастический гравитационный волновой фон, криогеника, магнитокалориметры

Введение. Разработка прототипа детектора гравитационных волн (ГВ) в килогерцовом (кГц) диапазоне частот представляет собой перспективное направление в современной физике и астрофизике. Известно, что регистрация реликтового микроволнового излучения, идущего из космоса в 1965 г., подтвердила теорию Большого Взрыва Вселенной и совершила прорыв в познании космоса [1–5]. Использование другого канала передачи энергии может стать важным инструментом для исследования ранней Вселенной, а также для изучения экзотических астрофизических объектов, таких как нейтронные звезды, черные дыры или гипотетические космологические струны [6, 7].

Методы и материалы; результаты. А. Основные принципы работы прототипа. ГВ представляют собой уникальный канал передачи информации о событиях во Вселенной. Прототип детектора предполагает использование чувствительных элементов, реагирующих на микроскопические изменения пространств времени в кГц диапазоне. ГВ с частотами в диапазоне от нескольких сотен герц до нескольких килогерц могут быть вызваны слиянием нейтронных звезд, колебаниями молодых нейтронных звезд или другими высокоэнергетическими процессами [7].

Прототип должен быть оптимизирован для регистрации именно этих частот, что отличает его от существующих детекторов (например, LIGO, VIRGO, KAGRA), работающих в более низком частотном диапазоне [8].

Мембранные, резонансные и магнитострикционные системы: в качестве чувствительных элементов детекторов используют механические резонаторы или мембраны, которые способны усиливать сигналы гравитационных волн за счет их собственных колебаний. Эти системы могут быть изготовлены из

сверхчистых материалов, таких как кремний или сапфир, для минимизации потерь энергии. Данный тип детектора использует генерацию магнитного отклика материала датчика при его деформации гравитационной волной.

Для достижения высокой чувствительности детектор может использовать криогенные системы, снижающие тепловой шум и повышающие точность измерений. Современные криогенные детекторы, такие как KAGRA (Япония), служат основой для разработки новых технологий.

Б. Возможные схемы реализации. *Болометрические детекторы:* болометры, чувствительные к изменениям температуры, могут быть адаптированы для регистрации вторичных эффектов гравитационных волн, например, нагрева материала.

Альтернативой могут служить наноразмерные механические осцилляторы, охлажденные до сверхнизких температур, могут использоваться для обнаружения малых возмущений пространстввремени.

В. Целесообразность проекта. *Научная значимость:* обнаружение гравитационных волн в килогерцовом диапазоне позволит получить новые данные о процессах, происходящих в экстремальных условиях, таких как слияние нейтронных звезд или коллапс массивных объектов. Это также может помочь проверить теории, выходящие за рамки стандартной модели физики, например, теорию струн или дополнительные измерения.

Технологическая база: разработка прототипа стимулирует развитие новых технологий, таких как криогенные системы, квантовая оптика и наномеханика, которые могут найти применение в других областях науки и техники.

Дополнение к существующим экспериментам: детектор в кГц диапазоне будет дополнять существующие проекты, такие как LIGO, VIRGO, KAGRA и будущие космические миссии (например, LISA). Это позволит создать более полную картину гравитационно-волнового «неба».

Оценка флуктуации температуры. Определим статистическую температуру при генерации волн энергии δQ стохастическим гравитационно-волновым фоном (СГВФ),

$$T = \frac{\delta Q}{dS},$$

где $dS = k_B \ln W$, k_B — постоянная Больцмана, W — число допустимых энергетических состояний [9]. Полагая, что при генерации рождается два кванта излучения с энергией $\hbar\nu$, где $\nu = 10^6$ Гц,

$$\Delta T \approx 1,40 \cdot 10^{-4} \text{ К.}$$

Результаты. Итак, в криогенной установке с температурой $T < 0,2 \cdot 10^{-4}$ К можно заметить флуктуации температуры, вызванные поглощением СГВФ. Для этого можно предложить установку из двух перпендикулярно расположенных детекторов и подключение схемы антисовпадений их показаний. В обзоре прототипов установок для регистрации СГВФ указаны схемы [10, 11] существующих и проектируемых магнитокалориметров, при рабочих

температурах ниже микрокельвинов. В качестве механизма передачи энергии гравитона магнитному полю в магнитокалориметрах предлагается возбуждение магнона [12].

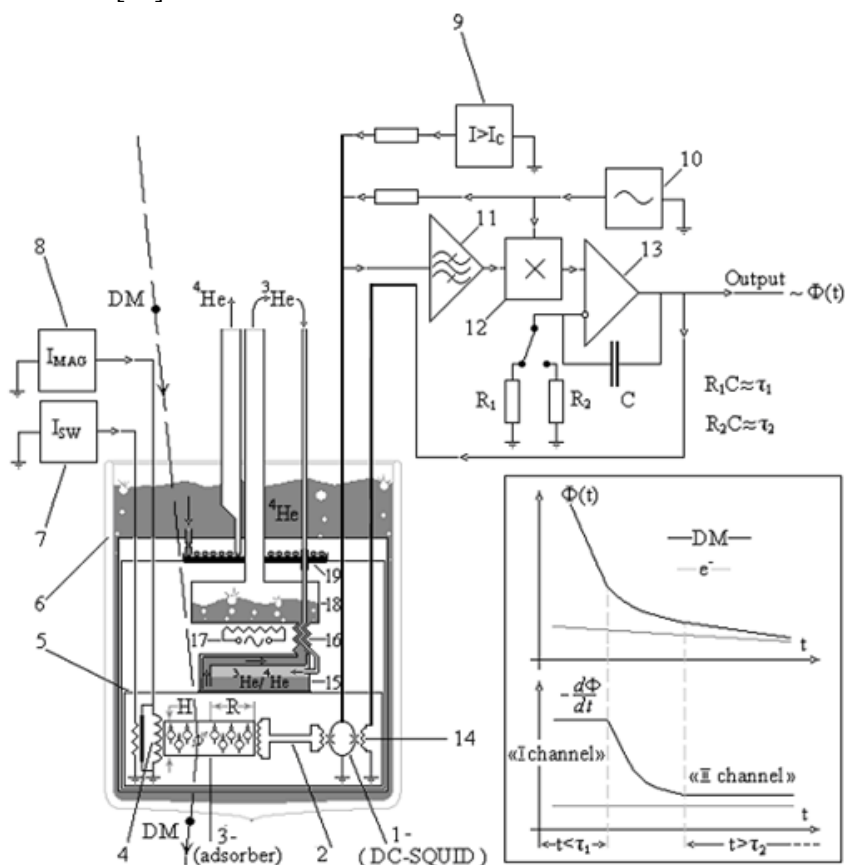


Рис. 1. Магнитный калориметр (рис. из статьи [10])

Заключение. Прототип детектора ГВ в кГц диапазоне — это многообещающий проект, который может значительно расширить наши знания о Вселенной. Используя современные криогенные технологии и квантовые методы, можно создать прибор, способный зарегистрировать сигналы, недоступные для текущих систем. Реализация такого детектора станет важным шагом в развитии гравитационно-волновой астрономии и откроет новые горизонты в исследовании космоса.

Список источников

- [1] *Реликтовое излучение*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Реликтовое_излучение (дата обращения 15.03.2025).

- [2] Sunyaev R.A., Zel'dovich Y.B. Small-scale fluctuations of relic radiation *Astrophys. Space Sci.*, 1970, vol. 7, no. 1, pp. 3–19.
- [3] Komatsu E. New physics from the polarized light of the cosmic microwave background. *Nat. Rev. Phys.*, 2022, vol. 4 (7), pp. 452–469. <https://doi.org/10.1038/s42254-022-00452-4>
- [4] *Nobel Prize in Physics 2017*. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2017/summary/> (accessed 15.03.2025).
- [5] Agazie G. et al. Focus on NANOGrav's 15 yr Data. *ApJL*, 2023, vol. 951, no. 1.
- [6] Sazhin M.V. Opportunities for detecting ultralong gravitational waves. *Sov. Astron. Journal*, 1978, vol. 22, pp. 36–38.
- [7] Aggarwal N. et al. Challenges and Opportunities of Gravitational Wave Searches above 10 kHz. *Rev. Rel.*, 2021, vol. 24. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2501.11723>
- [8] Пустовойт В.И., Морозов А.Н., Гладышев В.О., Измайлов Г.Н. *Лазерные гравитационно-волновые антенны: Краткий обзор*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.
- [9] Киттель Ч. *Статистическая термодинамика*. Москва, Главн. ред. физ-мат. лит., 1977, 366 с.
- [10] Golovashkin A.I., Izmailov G.N. et al. Dark Matter Particle Detection System SQUID — Magnetic Calorimeter. *Am. J. of Modern Phys.*, 2013, vol. 2, iss. 4, pp. 208–216. <https://doi.org/10.11648/j.ajmp.20130204.15>
- [11] Egelhof P., Kraft-Bermuth S. Calorimetric low temperature detectors for heavy ion physics and their application in nuclear and atomic physics. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2023, vol. 132, art. no. 104031. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2023.104031>
- [12] Киттель Ч. *Элементарная теория твердого тела*. Москва, Главн. ред. физ-мат. лит., 1965, 368 с.

Prototype of a Gravitational Wave Detector to Record Radiation from the Early Universe in the Kilohertz Range

Izmailov G.N.

gizmailov@mail.ru

V.A. Kotelnikov IRE RAS, Moscow, Russia

Abstract. The operating principle of a detector designed to register radiation of the early Universe within the gravitational energy transfer channel is proposed. The new type of the detector is considered as a tool for experimental study of the history of space. The relevance of the project is emphasized and the theoretical possibility of the existence of gravitational waves in the kilohertz frequency range (SGWR) is indicated. The schemes of modern cryogenic detectors are analyzed, which can serve as prototypes for the development of a new device.

Keywords: relic gravitational radiation, stochastic gravitational wave background, cryogenics, magnetocalorimeters extreme conditions, such as the merger of neutron stars or the collapse of massive objects.

Introduction. Development of a prototype gravitational wave (GW) detector in the kilohertz (kHz) frequency range is a promising direction in modern physics and astrophysics. It is known that the registration of relic microwave radiation coming from space in 1965 confirmed the Big Bang theory of the Universe and made a

breakthrough in the study of space [1-5]. Using another energy transmission channel can become an important tool for exploring the early Universe, as well as for studying exotic astrophysical objects such as neutron stars, black holes or hypothetical cosmological strings [6, 7].

Methods and materials; results. A. Basic principles of the prototype. GW are a unique channel for transmitting information about events in the Universe. The detector prototype involves the use of sensitive elements that respond to microscopic changes in spacetime in the kHz range. GWs with frequencies in the range from several hundred hertz to several kilohertz can be caused by neutron star mergers, oscillations of young neutron stars or other high-energy processes [7].

The prototype should be optimized to register these frequencies, which distinguishes it from existing detectors (e.g. LIGO, VIRGO, KAGRA) operating in a lower frequency range [8].

Membrane, resonance and magnetostrictive systems: Mechanical resonators or membranes have been used as sensitive elements of detectors, which are capable of amplifying gravitational wave signals due to their own oscillations. These systems can be made of ultra-pure materials such as silicon or sapphire to minimize energy losses. This type of detector uses the generation of a magnetic response of the sensor material when it is deformed by a GW.

To achieve high sensitivity, the detector can use cryogenic systems that reduce thermal noise and increase the accuracy of measurements. Modern cryogenic detectors, such as KAGRA (Japan), serve as a basis for the development of new technologies.

B. Possible implementation schemes. Bolometric detectors: Bolometers are sensitive to temperature changes so its can be adapted to register secondary effects of gravitational waves, such as heating of a material. An alternative is nanoscale mechanical oscillators cooled to ultra-low temperatures, which can be used to detect small disturbances in spacetime.

C. Feasibility of the project. Scientific significance: Detection of gravitational waves in the kHz range will provide new data on processes occurring in extreme conditions, such as the merger of neutron stars or the collapse of massive objects.

It can also help test theories that go beyond the standard model of physics, such as string theory or extra dimensions.

Technological base: The development of the prototype will stimulate the development of new technologies such as cryogenic systems, quantum optics and nanomechanics, which could find application in other areas of science and technology.

Addition to existing experiments: The detector in the kHz range will complement existing projects such as LIGO, VIRGO, KAGRA and future space missions (e.g. LISA). This will allow us to create a more complete scope of the gravitational wave “sky”.

Evaluation of temperature fluctuations. We will determine the statistical temperature during the generation of energy waves δQ by stochastic GW background

$$T = \frac{\delta Q}{dS},$$

where $dS = k_B \ln W$, k_B is the Boltzmann constant, W is the adopted energetic levels number in the system [9]. Assuming that two radiation quanta with energy $h\nu$ are generated during generation, where $\nu = 10^6$ Hz,

$$\Delta T \approx 1,40 \cdot 10^{-4} \text{ K}.$$

So, in a cryogenic setup with a temperature of $T < 0.2 \cdot 10^{-4}$ K, temperature fluctuations caused by the absorption of the SGWB can be observed. For this purpose, a setup of two perpendicularly located detectors and the connection by an anticoincidence circuit for their readings can be proposed. In a review of prototype setups for recording the SGWB, schemes [10, 11] of existing and planned magnetocalorimeters are indicated, at operating temperatures below microkelvins.

Magnon excitation [12] is proposed as a mechanism for transferring graviton energy to a magnetic field in magnetocalorimeters.

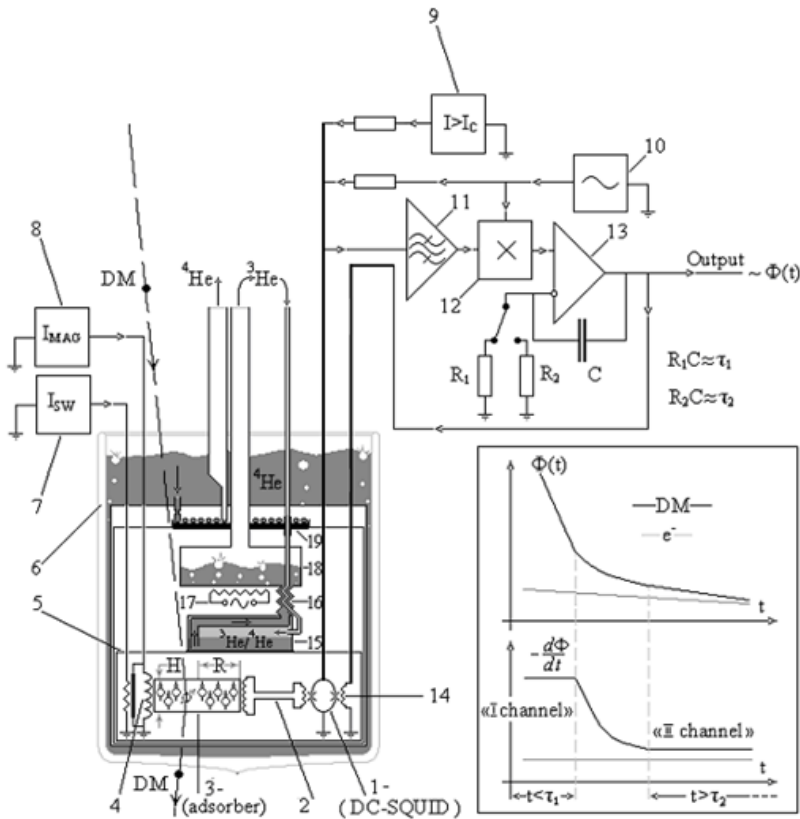


Fig. 1. Magnetic calorimeter (fig. from [10])

Conclusion. The prototype of the GW detector in the kHz range is a promising project, which can significantly expand our knowledge of the Universe. Using modern cryogenic technologies and quantum methods, it is possible to create a device capable of registering signals that are inaccessible to current systems. The implementation of such a detector will be an important step in the development of gravitational wave astronomy and will open new horizons in space exploration.

References

- [1] *Relic radiation*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Реликтовое_излучение (accessed 15.03.2025).
- [2] Sunyaev R.A., Zel'dovich Y.B. Small-scale fluctuations of relic radiation *Astrophys. Space Sci.*, 1970, vol. 7, no. 1, pp. 3–19.
- [3] Komatsu E. New physics from the polarized light of the cosmic microwave background. *Nat. Rev. Phys.*, 2022, vol. 4 (7), pp. 452–469. <https://doi.org/10.1038/s42254-022-00452-4>
- [4] *Nobel Prize in Physics 2017*. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2017/summary/> (accessed 15.03.2025).
- [5] Agazie G. et al. Focus on NANOGrav's 15 yr Data. *ApJL*, 2023, vol. 951, no. 1.
- [6] Sazhin M.V. Opportunities for detecting ultralong gravitational waves. *Sov. Astron. Journal*, 1978, vol. 22, pp. 36–38.
- [7] Aggarwal N. et al. Challenges and Opportunities of Gravitational Wave Searches above 10 kHz. *Rev. Rel.*, 2021, vol. 24. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2501.11723>
- [8] Pustovoit V.I., Morozov A.N., Gladyshev V.O., Izmailov G.N. *Laser gravitational wave Antennas: A Brief Overview*. Moscow, Bauman Moscow State Technical University Publ., 2014. (In Russ.).
- [9] Kittel Ch. *Thermal physics*. J. Willey & Sons Inc., N.Y., 1969, 419 p.
- [10] Golovashkin A.I., Izmailov G.N. et al. Dark Matter Particle Detection System SQUID — Magnetic Calorimeter. *Am. J. of Modern Phys.*, 2013, vol. 2, iss. 4, pp. 208–216. <https://doi.org/10.11648/j.ajmp.20130204.15>
- [11] Egelhof P., Kraft-Bermuth S. Calorimetric low temperature detectors for heavy ion physics and their application in nuclear and atomic physics. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2023, vol. 132, art. no. 104031. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2023.104031>
- [12] Kittel Ch. *Elementary solid state physics*. J. Willey & Sons Inc., N.Y., 1962, 339 p.

UDC 524.834

Teleparallel gravity and the role of nonminimal boundary couplings

Kadam S.A.

k.siddheshwar47@gmail.com

Department of Mathematics, School of CS & AI, SR University, Warangal,
Telangana 506371, India

Abstract. In this study, we have described an autonomous dynamical system within a broad scalar-tensor gravity context. This context includes the overall configuration of non-minimally coupled scalar field functions for both the torsion scalar (T) and the boundary term (B). We have investigated three well-founded forms of potential functions and limited the model parameters through dynamical system analysis. This analysis has been essential to select cosmologically viable models. We have examined the behavior of dynamical parameters, including equation-of-state parameters, as well as the standard density parameters for radiation, matter, and dark energy (DE) to evaluate their alignment with current observational data. The phase space diagrams are provided to illustrate the stability conditions of the respective critical points. The Universe is clearly undergoing a late-time cosmic acceleration phase through the DE-dominated critical points. Furthermore, we test our results with the most widely accepted Λ CDM model. The findings are further analyzed using the cosmological datasets of Supernovae Ia and the Hubble rate $H(z)$.

Keywords: Sorkin-Schutz formalism, $f(T, \varphi)$ gravity, Autonomous Dynamical System Analysis

UDC 524.834

Introduction to the Unimodular Kaluza — Klein theory

Kerner Richard^{1(*)}

richard.kerner@sorbonne-universite.fr

Julio C. Fabris²

julio.fabris@cosmo-ufes.org

¹ LPTMC, Sorbonne University and CNRS, Paris, France² UFES, Vitoria, Brazil

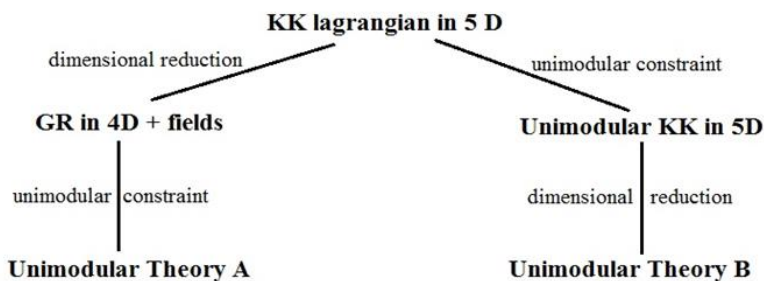
Abstract. Unimodular Gravity was first introduced by Einstein as early as in 1919. The extra unimodularity condition imposed on the pseudo-Riemannian metric seemed to be a promising alternative to the cosmological constant, by using the condition $\det(g) = 1$ as a Lagrange multiplier in the Einstein — Hilbert variational principle. In this talk, we shall investigate physical and mathematical aspects of extension of the unimodularity condition to the 5-dimensional Kaluza — Klein space. It turns out that when the unimodularity constraint applies to the five dimensional equations, it does not necessarily apply to the reduced equations in four dimensions. The reduction of the five dimensional equations to four dimensions leads to a quite unusual structure connecting gravity to a scalar field and ordinary matter, which stems from the five dimensional framework. Cosmological vacuum solutions of the effective four dimensional equations have been derived in our recent paper [1]. They describe a symmetrically bouncing universe. However, even if the four dimensional metric is free of singularities, the original five dimensional one becomes degenerate at the bounce since the modulus field associated with the fifth dimension vanishes at the transition point from the contracting to the expanding phase.

Keywords: Unimodular Gravity, Kaluza — Klein model, Cosmology, Bouncing solutions

Introduction. The unimodular gravity was viewed as another approach to the cosmological constant problem and to quantization of gravity. In fact, the unimodular condition implies that the resulting field equations, after solving the constraint on the determinant of the metric, are traceless. Due to this property, any cosmological constant term disappears from the field equations. However, it can reappear as an integration constant. One consequence of this property is that, for example, the possible connection of the cosmological constant, for example, with the vacuum energy is lost. Notice, moreover, that instead of imposing the determinant of the metric equal to 1, the unimodular condition can be generalized by imposing that the determinant of the metric is equal to the determinant of a given fiducial metric. In any case, the condition on the determinant implies that the theory is invariant by a restricted class of diffeomorphism, the transverse diffeomorphism. By generalizing the unimodular gravity to the Kaluza — Klein, we follow the lines sketched in our previous publication.

Our investigation of unimodular gravity in the context of the 5-dimensional Kaluza — Klein theory should be preceded by the following considerations. We are confronted with an alternative choice of the way we apply the unimodularity

condition. We can choose to impose it to the variational principle in 5 dimensions, find the solutions and then proceed to dimensional reduction, or perform dimensional reduction first, expressing everything in terms of 4-dimensional Riemannian metric and electromagnetic and scalar fields, and then proceed to variational principle in 4 dimensions with unimodular condition imposed on the 4-dimensional metric. The situation is illustrated by the following diagram:



In order to explore all the degrees of freedom present in the Kaluza — Klein setting, we choose to apply the unimodular condition directly to the 5-dimensional variational principle, leading to “theory B” on our diagram. Cosmological model based on this theory does not need cosmological constant, and can lead to bouncing Universe instead of singularity at the Big Bang.

Methods and materials; results. The methods are the usual ones in theoretical and mathematical physics: elaborating the model first, solving equations next, analyzing solutions’ properties and trying to find a physical interpretation.

Conclusion. We have explored cosmological solutions in the absence of electromagnetic field coming from the Kaluza — Klein structure, which is required to have isotropy in the three spatial dimensions of the external space. For the Kaluza — Klein unimodular gravity the reduction to four dimensions preserves the coupling to the electromagnetic field emerging from the five-dimensional metric. This is related to the traceless character of the electromagnetic field. The coupling of the scalar (modulus) field Φ associated to the fifth dimension, may possible bring new structures, e.g. static, spherically symmetric configurations, including Black Holes.

For the cosmological solution found here, we may also expect some peculiar features at perturbative level. Finally, the effective theory in four dimensions, and its coupling to matter emerging from unimodular Kaluza-Klein theory, must be developed further since they correspond to a new implementation of the coupling of the scalar field and gravity after reduction to the usual four-dimensional space-time.

References

- [1] Fabris J.C., Kerner R. A unimodular Kaluza — Klein theory. *Physica Scripta*, 2024, vol. 99 (8), art. no. 085042.

УДК 530.12

Геометрия собственных векторов композиции бустов Лоренца

Харинов Михаил Вячеславович(*)

khar@ias.spb.su

SPIN-код: 3068-5564

СПб ФИЦ РАН, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Для композиции лоренцевых бустов $L_1 L_2$ в евклидовом 4-мерном пространстве кватернионов аналитически найден триплет собственных векторов c_0, c_1, c_2 , которые имеют единичную проекцию на ось времени и являются базисом 3-мерного подпространства, ортогонального направлению v оси вращения Вигнера V на угол φ . Единичный вектор n_0 направления разности векторов $c_1 - c_0$ не зависит от порядка сложения скоростей и связан с направлением n результирующей скорости поворотом на половинный угол: $n_0 = b \cdot n \equiv V|_{\varphi \rightarrow \varphi/2} n$, где $b = i_0 \cos \varphi/2 + v \sin \varphi/2$, а i_0 — единица в алгебре кватернионов. При этом обеспечивается лаконичность бескоординатных выкладок с симметризованным представлением композиции бустов: $L_1 L_2 \equiv VL = V|_{\varphi \rightarrow \varphi/2} L|_{n \rightarrow n_0} V|_{\varphi \rightarrow \varphi/2}$.

Ключевые слова: композиция бустов Лоренца, собственные вектора, половинный угол Вигнера, евклидова геометрия, геометрическая интерпретация, кватернионы

Введение. Композиция лоренцевых бустов и сложение релятивистских скоростей в физике является классической темой, которая продолжает рассматриваться плеядой современников, к числу которых принадлежат А.А. Ungar, J.F. Barrett, S.J. Sangwine, M.J. Visser, T.S. Berry, В.И. Ритус, Г.Б. Малыкин, З.К. Силагадзе и др. Вслед за «Векторной алгеброй» Г. Казановы начали умножаться версии алгебраического описания преобразований Лоренца в пространствах с различной размерностью и геометрией. При этом лишь немногие работы рассматривают лоренцевы бусты в терминах оригинальных кватернионов У.Р. Гамильтона и их естественных обобщений — октонионов, а не их модификаций. Таковыми являются [1, 2], которые различными путями приводят к одинаковому описанию сложения скоростей посредством n_0 и оценкам для угла Вигнера φ , совпадающим с точностью до знака. В данной работе впервые предлагается способ геометрического построения найденных в [1 et seq.] собственных векторов, в базисе которых $L_1 L_2$ тривиально описывается растяжением одного из светоподобных векторов c_0 или c_1 при сжатии во столько же раз второго.

Методы и материалы; результаты. Рис. 1 демонстрирует при заданном v остальные собственные вектора для $L_1 L_2$, которые строятся по переменной точке A в любом ракурсе программой GeoGebra, что позволяет решить довольно сложную задачу любому желающему.

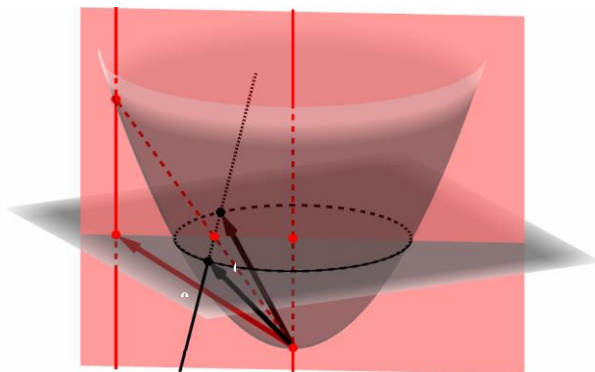


Рис. 1. Базис векторов c_0, c_1, c_2 трехмерного подпространства, ортогонального оси V вигнеровского вращения V

Вертикальная ось z с помеченными нулевым и единичным значениями — ось времени. Поверхность вращения вокруг оси времени — параболоид $z^2 = x^2 + y^2$. Горизонтальная плоскость единичного времени пересекает параболоид по единичному кругу. A — точка параболоида, лежащая выше горизонтальной плоскости. Вертикальная плоскость содержит ось времени и точку A . B — точка пересечения с горизонтальной плоскостью отрезка, соединяющего начало отсчета времени с точкой A . Для построения c_2 из точки A опускается перпендикуляр на горизонтальную плоскость. Концы светоподобных векторов c_0 и c_1 находятся на единичном круге и совпадают с концами хорды, проведенной через точку B ортогонально вертикальной плоскости.

Заключение. У.Р. Гамильтон изобрел кватернионы для интерпретации реального пространства-времени, но их потенциал пока не исчерпан. В СТО аппарат кватернионов обеспечивает лаконичность и наглядность выкладок, применение которых сдерживается отчасти тем, что преподавание кватернионов не предусмотрено в системе обязательных дисциплин. Если актуальная современная проблема выбора наиболее подходящей математики для описания пространства-времени с числом измерений большим 4-х решится в пользу кватернионов и октонионов, то указанный недостаток будет полезно исправить.

Список источников

- [1] Kharinov M.V. The Quartet of Eigenvectors for Quaternionic Lorentz Transformation. *Adv. Appl. Clifford Algebras*, 2020, vol. 30 (2), art. no. 25. <https://doi.org/10.1007/s00006-020-1050-4>
- [2] Berry T., Visser M. Relativistic combination of non-collinear 3-velocities using quaternions. *Universe*, 2020, vol. 6 (12), art. no. 237. <https://doi.org/10.3390/universe6120237>

Geometry of Eigenvectors for Composition of Lorentz Boosts

Kharinov Mikhail Vyacheslavovich^(*)

khar@ias.spb.su

SPIN-code: 3068-5564

SPC RAS, St. Petersburg, Russia

Abstract. For the composition $L_1 L_2$ of Lorentz boosts L_1 and L_2 in the Euclidean 4-dimensional quaternion space, a triple of eigenvectors c_0, c_1, c_2 is analytically found, each of which has a unit projection onto the time axis and represents a basis vector of a 3-dimensional subspace orthogonal to the direction $\mathbf{v}$ of the Wigner rotation axis at an angle φ . The unit vector n_0 of the *direction* of the vector difference $c_1 - c_0$ does not depend on the commutation of the summed velocities and is connected with the direction $\mathbf{n}$ of the resulting velocity by a rotation of half an angle: $n_0 = b \cdot n \equiv V|_{\varphi \rightarrow \varphi/2} n$, where $b = i_0 \cos \varphi/2 + \mathbf{v} \sin \varphi/2$, and i_0 is the unity in the quaternion algebra. This ensures the conciseness of coordinate-free calculations with a symmetrized representation of the composition of boosts: $L_1 L_2 \equiv VL = V|_{\varphi \rightarrow \varphi/2} L|_{n \rightarrow n_0} V|_{\varphi \rightarrow \varphi/2}$.

Keywords: composition of Lorentz boosts, eigenvectors, Wigner half angle, Euclidean geometry, geometric interpretation, quaternions

Introduction. The composition of Lorentz boosts and the addition of relativistic velocities in physics is a classical topic that continues to be considered by a galaxy of contemporaries, including A.A. Ungar, J.F. Barrett, S.J. Sangwine, M.J. Visser, T.S. Berry, V.I. Ritus, G.B. Malykin, Z.K. Silagadze and others. Following G. Casanova's "El algebra vectorial", versions of the algebraic description of Lorentz transformations in spaces with different dimensions and geometries began to multiply. At the same time, only a minority of papers consider Lorentz boosts in terms of W. R. Hamilton's original quaternions and their natural generalizations, the octonions, rather than their modifications. Such are [1, 2], which in different ways lead to the same formula for the addition of velocities expressed through n_0 , and estimates for the Wigner angle φ , coinciding up to a sign. It is in this article that a method of geometric construction of the eigenvectors found for $L_1 L_2$ in [1 et seq.] is first proposed, so that in the basis of these eigenvectors the composition $L_1 L_2$ is trivially described by the stretching of one of the light-like vectors c_0 or c_1 , accompanied with the shortening of the second by the same factor.

Methods and materials; results. Fig. 1 shows for a given $\mathbf{v}$ the remaining eigenvectors of $L_1 L_2$, which are constructed by the GeoGebra tool using the variable point "A" for any observation angle. This allows anyone to solve the rather complex problem of operating a composition $L_1 L_2$.

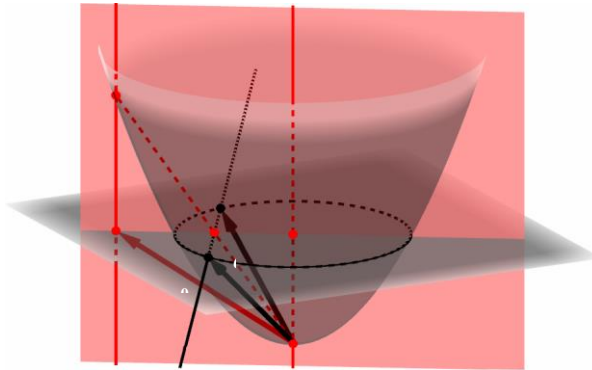


Fig. 1. The basis of vectors c_0, c_1, c_2 of a three-dimensional subspace orthogonal to the direction V of Wigner's rotational axis

The vertical z axis with zero and one values marked is the time axis. The surface of rotation around the time axis is the paraboloid: $z^2 = x^2 + y^2$. The horizontal plane of unit time intersects the paraboloid at a unit circle. “A” is the point of the paraboloid that is above the horizontal plane. The vertical plane contains the time axis and the point “A”. “B” is the point of intersection with the horizontal plane of the line segment connecting the origin of time with the point “A”. To obtain c_2 , a perpendicular is dropped from point “A” onto the horizontal plane. The ends of the light-like vectors c_0 and c_1 are located on the unit circle and coincide with the ends of the chord drawn through the point “B” orthogonally to the vertical plane.

Conclusion. W.R. Hamilton invented quaternions to interpret real space-time, but their potential in this regard has not yet been exhausted. In STR, the apparatus of quaternions ensures the conciseness and clarity of calculations, the use of which is partly constrained by the fact that the teaching of quaternions is not provided for in the system of compulsory disciplines. If the existing problem of choosing the most suitable mathematics for describing space-time with a number of dimensions greater than 4 is solved in favor of quaternions and octonions, then it will be useful to correct this shortcoming.

References

- [1] Kharinov M.V. The Quartet of Eigenvectors for Quaternionic Lorentz Transformation. *Adv. Appl. Clifford Algebras*, 2020, vol. 30 (2), art. no. 25. <https://doi.org/10.1007/s00006-020-1050-4>
- [2] Berry T., Visser M. Relativistic combination of non-collinear 3-velocities using quaternions. *Universe*, 2020, vol. 6 (12), art. no. 237. <https://doi.org/10.3390/universe6120237>

УДК 530.12, 53.01

Аксионное расширение теории Эйнштейна — Янга — Миллса: Распад цветного эфира и образование аксионной темной материи

Киселев Глеб Борисович

kiselev.gleb.97@gmail.com

Балакин Александр Борисович

Alexander.Balakin@kpfu.ru

Казанский (Приволжский) Федеральный университет, Казань, Россия

Аннотация. Рассматривается $SU(N)$ -симметричная модель взаимодействия между гравитационным, калибровочным, векторным и псевдоскалярным (аксионным) полями. Космический субстрат, названный термином цветной эфир, описывается с помощью $SU(N)$ -симметричного мультиплета векторных полей. Представлен анзац о том, что именно его распад в ранней Вселенной образовал канонический динамический эфир и реликтовую аксионную темную материю. $SU(N)$ -симметричное поле Янга — Миллса, связанное с цветным эфиром, образует источник, передающий энергию распадающегося цветного эфира в аксионное поле. В качестве приложения рассматривается $SU(2)$ симметричная теория взаимодействия калибровочного и аксионного полей как неабелев аналог $U(1)$ симметричной модели аксионно-индуцированной генерации электрического поля в эфирной среде с магнитным полем, выведена система уравнений, описывающая данное взаимодействие. Впоследствии было получено новое точное решение, которое описывает раннюю Вселенную на стадии доминирования калибровочного поля магнито-электрического типа.

Ключевые слова: Анизотропная космология, поле Янга — Миллса, аксионы, темная материя

Введение. Термин динамический эфир был введен в рамках теории эфира Эйнштейна, которая была сформулирована в начале 21 века. Эта теория оперирует с времениподобным единичным динамическим векторным полем U^i , которое интерпретируется как четырехвектор скорости некоторого космического субстрата, обозначенного как эфир. Цветной динамический эфир, который рассматривается в представленной работе, появляется в $SU(N)$ симметричном обобщении модели динамического эфира. Мотивы такого расширения включают физические и математические аспекты; мы кратко рассмотрим их в контексте нашего исследования [1].

Второй вопрос связан с передачей энергии от калибровочного поля к аксионной конфигурации. Очевидно, что огромное количество аксионов должно было родиться в результате взаимодействия калибровочных и псевдоскалярных полей в ранней Вселенной, если сейчас эти частицы образуют темную материю, с которой связано 23% плотности энергии Вселенной. Другими словами, мы предполагаем, что в ходе своего распада энергия цветного эфира частично передавалась каноническому динамическому эфиру, а ча-

стично — аксионной конфигурации, причем посредником этого процесса было калибровочное поле [2].

В качестве приложения мы изучаем анизотропные космологические модели с пространственно однородным полем Янга — Миллса; и теперь мы намерены исследовать SU(2)-аналог намагниченной Вселенной, вводя калибровочное поле магнитоэлектрического типа. Теория такого калибровочного поля имеет дело с SU(2)-симметричным мультиплетом векторных потенциалов $A^{(a)}_j$ ($a = 1, 2, 3$), и две упомянутые выше электродинамические проблемы могут быть решены элегантно в рамках этой теории [3].

Методы и материалы; результаты. В качестве основного метода исследования выступает решение дифференциальных уравнений, полученных с помощью операции варьирования функционала действия по соответствующим полям. Данные уравнения описывают взаимодействие калибровочных, векторных, гравитационных и аксионных полей, решение которых позволяет получить физическую интерпретацию в исследовании данной модели.

В качестве результатов мы рассмотрели прямое влияние динамического эфира на аксионную темную материю, используя потенциал аксионного поля, который зависит от инвариантов, приписываемых динамическому эфиру. Теперь мы учли обратную реакцию аксионного поля на цветовой эфир, используя обобщение конститутивного тензора Джекобсона.

В качестве частного случая для данной теории, основанной на точных решениях основных уравнений на взаимодействие полей магнитоэлектрического типа, мы обсудили структуру SU(2) симметричной конфигурации поля Янга — Миллса магнитоэлектрического типа в контексте анизотропно расширяющейся пространственно-временной платформы Бианки-I с аксиальной симметрией.

Заключение. В работе с использованием нелинейной аксионной электродинамики мы показали, что взаимодействие аксионной темной материи с глобальным магнитным полем может приводить к аномальным всплескам аксионно-индуцированного электрического поля, но само аксионное поле остается в конечной зоне эволюции. В этой работе мы обобщили U(1)-симметричную аксионную электродинамику и сформулировали нелинейную SU(N)-симметричную обобщенную аксионную хромодинамику.

Одним из ключевых обобщений стало исследование SU(2) аналога симметричного поля Янга — Миллса магнито-электрического типа с набором дифференциальных уравнений.

В следующих работах мы надеемся дополнить это аналитическое исследование подробным численным анализом модели.

Список источников

- [1] Balakin A.B., Kiselev G.B. Spontaneous Color Polarization as a Modus Originis of the Dynamic Aether. *Universe*, 2020, vol. 6, art. no. 95.

- [2] Balakin A.B., Kiselev G.B. Einstein — Yang — Mills-Aether Theory with Nonlinear Axion Field: Decay of Color Aether and the Axionic Dark Matter Production. *Symmetry*, 2022, vol. 14, art. no. 1621.
- [3] Балакин А.Б., Киселев Г.Б. Нелинейное взаимодействие аксионного поля с динамическим эфиром и SU(2) симметричным калибровочным полем в анизотропной вселенной. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2023, № 1, с. 12–15.

Axion extension of the Einstein — Yang — Mills theory: Decay of colored aether and formation of axion dark matter

Kiselev G.B.

iselev.gleb.97@gmail.com

Balakin A.B.

Alexander.Balakin@kpfu.ru

Kazan Federal University, Kazan, Russia

Abstract. The SU(N)-symmetric model of interaction between gravitational, gauge, vector and pseudoscalar (axion) fields is considered. The cosmic substrate, called the color ether, is described by an SU(N)-symmetric multiplet of vector fields. An ansatz is presented that it is its decay in the traditional modern world that is the traditional dynamic ether and relict action dark matter. The SU(N)-symmetric Yang — Mills field associated with the color ether forms a source transmitting a signal of the servicing color ether to the action field. As an application of the SU(2) effect, the symmetric theory of interaction of the gauge and action fields as a non-Abelian U(1)-symmetric model of action-induced analog generation generates fields in the ether medium with a magnetic field, a definition system is derived that describes certain interactions. The law has been given a new exact solution, which characterizes the early Universe stage of dominance of gauge fields of the magneto-electric type.

Keywords: Anisotropic cosmology, Yang — Mills field, axions, dark matter

Introduction. The term dynamic ether was introduced in the framework of Einstein's ether theory, which was formulated in the early 21st century. This theory operates with a timelike unit dynamic vector field U_i , which is interpreted as the four-vector velocity of some cosmic substrate, denoted as ether. The color dynamic ether, which is considered in the presented work, appears in the SU(N) symmetric generalization of the dynamic ether model. The motivations for such an extension include physical and mathematical aspects; we will briefly consider them in the context of our study [1].

The second question is related to the energy transfer from the gauge field to the axion configuration. It is obvious that a huge number of axions should have been born as a result of the interaction of gauge and pseudoscalar fields in the early Universe, if these particles now form the dark matter, which is associated with 23% of the energy density of the Universe. In other words, we assume that during its decay, the energy of the color ether was partially transferred to the canonical dynamic ether, and partially to the axion configuration, with the gauge field acting as an intermediary in this process [2].

As an application we study anisotropic cosmological models with a spatially uniform Yang — Mills field; and now we intend to study the SU(2) analogue of the magnetized Universe by introducing a gauge field of magnetoelectric type. The theory of such a gauge field deals with an SU(2)-symmetric multiplet of vector potentials $A(a)_j$ ($a = 1, 2, 3$), and the two above-mentioned electrodynamic problems can be solved elegantly within this theory [3].

Methods and materials; results. The main method of the study is the solution of differential equations obtained by varying the action functional with respect to the corresponding fields. These equations describe the interaction of gauge, vector, gravitational and axion fields, the solution of which allows us to obtain a physical interpretation in the study of this model.

As results, we considered the direct influence of the dynamic ether on the axion dark matter using the potential of the axion field, which depends on the invariants attributed to the dynamic ether. Now we took into account the back reaction of the axion field on the color ether using a generalization of the Jacobson constitutive tensor.

As a special case for this theory, based on exact solutions of the main equations for the interaction of magneto-electric fields, we discussed the structure of the SU(2) symmetric configuration of the Yang — Mills field of magnetoelectric type in the context of an anisotropically expanding space-time Bianchi-I platform with axial symmetry.

Conclusion. In our work using nonlinear axion electrodynamics, we showed that the interaction of axion dark matter with the global magnetic field can lead to anomalous bursts of the axion-induced electric field, but the axion field itself remains in the final evolution zone. In this work, we generalized the U(1)-symmetric axion electrodynamics and formulated the nonlinear SU(N)-symmetric generalized axion chromodynamics. One of the key generalizations was the study of the SU(2) analogue of the symmetric Yang — Mills field of magnetoelectric type with a set of differential equations.

In future works, we hope to supplement this analytical study with a detailed numerical analysis of the model.

References

- [1] Balakin A.B., Kiselev G.B. Spontaneous Color Polarization as a Modus Originis of the Dynamic Aether. *Universe*, 2020, vol. 6, art. no. 95.
- [2] Balakin A.B., Kiselev G.B. Einstein — Yang — Mills-Aether Theory with Nonlinear Axion Field: Decay of Color Aether and the Axionic Dark Matter Production. *Symmetry*, 2022, vol. 14, art. no. 1621.
- [3] Balakin A.B., Kiselev G.B. Nonlinear interaction of an axion field with a dynamic ether and a SU(2) symmetric gauge field in an anisotropic universe. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 1, pp. 12–15. (In Russ.).

UDC 531.4

A New Type I Cosmological Model with Singularity admits the Canonical Killing Tensor Forms

Kokkinos Dionysios^{1(*)}

kokkinos@physics.uoc.gr

*Papakostas Taxiarchis*²

taxiarchis@hmu.gr

¹Department of Mechanical Engineering, Hellenic Mediterranean University, Heraklion, Crete, Greece

²Department of Electrical and Computer Engineering, Hellenic Mediterranean University, Heraklion, Crete, Greece

Abstract. Investigating spacetimes with hidden symmetries is a promising approach to study “realistic” mathematical models enhances our understanding of gravitational phenomena. In this work initiated by the assumption of existence of the canonical Killing tensor forms we explore a new directive regarding the null tetrad transformations in extracting (algebraically) general Einstein solutions. Capitalizing on the (anti-)symmetric null tetrads concept a new Petrov type I solution emerges describing a cosmological model with a curvature singularity in vacuum with cosmological constant Λ .

Keywords: Petrov Type I, Type D, Canonical Killing tensor forms, Cosmological model, Cosmological Singularity

Introduction. The acquiring of the exact solutions of Einstein’s equations relies strongly on mathematical assumptions such as symmetries, potentially leading to (algebraically)¹ general solutions in the most favorable cases. The Einstein’s Field Equations (EFE) is not a solvable system of equations without mathematical assumptions regarding symmetries. Hence, our investigation focuses on the spacetimes with hidden symmetries enabled by the Canonical Killing Tensor Forms (CKTF) for two reasons 1) not only because we scope to investigate the underlying role of hidden symmetry of geodesics of the most general type 2) but also to transform the over-determined system of equations to a solvable one adding the Integrability Conditions (IC) of Killing tensor.

The work of Hauser-Malhiot [1] in electrovacuum with Λ served as a paradigm for us. Notably, the CKTF are generalizations of the Hauser-Malhiot’s form. In our previous work we generalized the study of spacetimes admitting an irreducible Killing tensor by acquiring the CKTF [2] in line with the work of Churchill [3]. Among the solutions obtained, initiating by $K_{2\mu\nu}$ and applying a general null tetrad transformation we were able to find and characterize algebraically a new type D solution characterized by a non-geodesic, shear-free and diverging null congruence.

¹ The use of this parenthesis indicates our intention to investigate the characteristics of a solution not only in terms of the possible reductions that may lead to special cases but also in terms of its algebraic characterization (Petrov types).

$$K_{\mu\nu}^2 = \lambda_0(n_\mu n_\nu + l_\mu l_\nu) + \lambda_1(n_\mu l_\nu + l_\mu n_\nu) + \lambda_2(m_\mu m_\nu + \bar{m}_\mu \bar{m}_\nu) + \lambda_7(m_\mu \bar{m}_\nu + \bar{m}_\mu m_\nu); \lambda_7 = 0 \quad (1)$$

The idea to obtain (Algebraically) general solutions, implying a other transformations, motivated us to entangle with this work where thankfully we extracted an (Algebraically) general solution and proposing a new directive to extract spacetimes admitting a known Killing tensor form.

Methods and materials; results. The analysis of the previous work [2] showed that a general null tetrad transformation (null rotation, boost and spatial rotation) is not applicable since the Killing tensor is not conserved during the transformation. Then, in order to apply an applicable transformation we nullified λ_7 and took advantage of the remaining parameter of spatial rotation, namely t .

$$\tilde{\theta}^1 = e^a \theta^1; \tilde{\theta}^2 = e^{-a} \theta^2; \tilde{\theta}^3 = e^{ib} \theta^3; \tilde{\theta}^4 = e^{-ib} \theta^4; t = a + ib \quad (2)$$

This move brought to surface the *key relations* which helped us to unfold the branches of solutions.

$$\begin{aligned} \Psi_2 - \Lambda &= \kappa\nu - \pi\tau \\ \Psi_1 &= \kappa\mu \\ \Psi_2 - \Lambda &= \mu\rho \\ \mu\tau &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

The Petrov type D solution is a cosmological model and a topological product of 2-spaces with $\Psi_0\Psi_4 = 9\Psi_2^2$. A special case of this solution (Carter's Case [D]) is discussed by us in [4]. In this work initiating again by the reduced $K_{\mu\nu}^2$ and employing its integrability conditions we solve the EFE assuming though the following transformation

$$n \leftrightarrow -l; m \leftrightarrow -\bar{m} \quad (4)$$

This transformation preserves the Killing tensor form and correlates the spin coefficients between themselves providing significant simplifications. It should be noted that this transformation appertain to the symmetric null tetrads concept initially discussed by Debever [5] while pursuing the most general Petrov type D solution.

Along these lines, the resolution of Newman-Penrose Field equations and IC of $K_{\mu\nu}^2$ assuming the transformation (4) yields a new Petrov type I with $\Psi_0\Psi_4 \neq 9\Psi_2^2$ describing a cosmological model with a non-geodesic, shear-free and diverging null congruence with its hidden symmetry in non-null geodesics enabled by $K_{\mu\nu}^2$ Canonical Killing tensor form. It should be noted that the Weyl component of the solution, where $K = K_1 + iK_2; \Pi = \Pi_1 + i\Pi_2$ are constants of integration, has the form

$$2\Psi_2 = 2\Lambda - \frac{6\Lambda}{\tanh^2\left(\frac{-1}{2}\sqrt{\frac{6\Lambda}{\pi\bar{\pi}}}\left[\left(\Pi_1 + \frac{V_1\Pi_2}{V_2}\right)x + \frac{\Pi_2}{V_2}\right]\right)} - \frac{K\bar{K}\cosh^2\left(\frac{-1}{2}\sqrt{\frac{6\Lambda}{\pi\bar{\pi}}}\left[\left(\Pi_1 + \frac{V_1\Pi_2}{V_2}\right)x + \frac{\Pi_2}{V_2}\right]\right)}{\left[\left(K_1 + \frac{V_1K_2}{V_2}\right)x + \frac{K_2}{V_2}\right]^2};$$

where $x, y \rightarrow 0$ then $\Psi_2 \rightarrow \infty$ presenting a curvature singularity.

Conclusion. This work presents the outcomes of our investigation of spacetimes admitting the Canonical forms of Killing tensor. Applying two different kinds of null tetrad transformations we were able to derive two algebraically different solutions (Types D, I) and propose new directive. This directive suggests that there is a preferability in null tetrads transformations based on the (anti-)symmetric null tetrads concept correlating the spin coefficients between themselves instead of boosts and spatial rotations. By using this directive we were able to extract a new Petrov type I solution with $\Psi_0 \Psi_4 \neq 0$ [Ψ_2] $\neq 0$ where presenting a curvature singularity.

References

- [1] Hauser I., Malhot R.J. Forms of all spacetime metrics which admit [(11) (1,1)] Killing tensor with nonconstant eigenvalues. *J. Math. Phys.*, 1978, vol. 19 (1), pp. 187–194. <https://doi.org/10.1063/1.523523>
- [2] Kokkinos D., Papakostas T. The Study of the Canonical forms of Killing tensor in Vacuum with Λ . *Gen Relativ Gravit*, 2024, vol. 56, art. no. 134. <https://doi.org/10.1007/s10714-024-03321-w>
- [3] Churchill R.V. Canonical forms for symmetric linear vector functions in pseudo Euclidean space. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1932, vol. 34, pp. 784–794. <https://doi.org/10.2307/1989429>
- [4] Churchill R.V. Canonical forms for symmetric linear vector functions in pseudo Euclidean space. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1932, vol. 34, pp. 784–794. <https://doi.org/10.2307/1989429>
- [5] Debever R. On typed expanding solutions of Einstein — Maxwell equations. *Bulletin de la Societe math'ematique de Belgique*, 1971, vol. 23, pp. 360–376.

УДК 539.12-17

Электромагнитное поле кольцевого заряда вблизи черной дыры Керра

Комаров Станислав Олегович^{1, 2(*)}

StasKomarov@tut.by

Верещагин Григорий Викторович^{2, 4}Горбачевич Александр Константинович^{1, 3}Гаркун Александр Сергеевич^{1, 3}¹ Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь² Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, ICRANet-Minsk,
Минск, Беларусь³ Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Беларусь⁴ Координационный центр ИКРАНет, Пескара, Италия

Аннотация. Рассмотрены уравнения, описывающие электромагнитное поле зарядов вблизи черной дыры Керра. Рассчитаны электрическое и магнитное поля кольцевого заряда, покоящегося вблизи черной дыры Керра. Построены линии электрического и магнитного полей в системе отсчета ZAMO. Рассмотрены приложения полученных результатов в задачах релятивистской астрофизики.

Ключевые слова: черная дыра Керра, уравнение Тьюкольского, электромагнитное поле вблизи черной дыры

Введение. Теоретическое исследование таких явлений как квазары, гамма-всплески и многих других основывается на моделях вращающихся черных дыр, окруженных плазмой [1, 2]. Первые модели, описывающие электрическое и магнитное поля в окрестности черных дыр были разработаны для пульсаров [3, 4]. Позднее было показано, что мощные электро- и магнитосферы должны также иметь и астрофизические черные дыры [1].

В настоящей работе представлены численные результаты для линий электрического поля кольцевого заряда, расположенного вблизи медленно вращающейся черной дыры. Линии построены для случаев колец различных размеров, находящихся в экваториальной плоскости черной дыры.

В работе используется система единиц, в которой как гравитационная постоянная G , так и скорость света в вакууме c равны 1. Сигнатура метрики $\{+, +, +, -\}$.

Методы и материалы; результаты. Наша цель заключается в построении силовых линий электрического поля. Получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} = \frac{E_r}{E_\theta} = \sqrt{\Delta} \frac{\Sigma^2 F_{14} + 2arF_{13}}{\Sigma^2 F_{24} + 2arF_{23}}. \quad (1)$$

Здесь E_r и E_θ — соответственно r и θ компоненты электрического поля в ортонормированной системе координат ZAMO [5]. Таким образом, в обычной полярной системе координат на плоскости силовые линии могут быть найдены из решения уравнения (1).

Заключение. Таким образом, в данной работе выполнено численное построение силовых линий электрического поля кольцевого заряда вблизи медленно вращающейся черной дыры. При этом использованы подходы, разработанные в работах [5, 6]. Видимые разрывы линий вблизи сферы $r = r_0$ являются численными артефактами и следствием того факта, что в качестве решения взято лишь конечное число членов медленно сходящегося вблизи данной сферы мультипольного ряда. В будущих работах авторы планируют увеличить число рассматриваемых слагаемых для получения более точных результатов вблизи указанной сферы.

Список источников

- [1] Ruffini R., Rueda J.A. The blackholic quantum. *The European Physical Journal C*, 2020, vol. 30, no. 300.
- [2] Piran T. The physics of gamma-ray bursts. *Reviews of Modern Physics*, 2005, vol. 76, art. no. 1143.
- [3] Goldreich P., Julian W.H. Pulsar Electrodynamics. *The Astrophys. J.*, 1969, vol. 157, art. no. 869.
- [4] Sturrock P.A. A Model of Pulsars. *The Astrophys. J.*, 1971, vol. 161, art. no. 529.
- [5] Bičák J., Dvořák L. Stationary Electromagnetic Fields around Black Holes. II. General Solutions and the Fields of Some Special Sources Near a Kerr Black Hole. *General Relativity and Gravitation*, 1976, vol. 7, no. 12, pp. 959–983.
- [6] Petterson J.A. Magnetic field of a current loop around a Schwarzschild black hole. *Phys. Rev. D*, 1974, vol. 10, no. 10, pp. 3166–3170.

UDC 53.01

Dirac Equation on the Axially Symmetric Generalized Newman — Unti — Tamburino spacetime

Krylova Nina Georgievna^{1,2(*)}

nina-kr@tut.by

Red'kov Viktor Mihailovich²

v.redkov@ifanbel.bas-net.by

¹BSATU, Minsk, Belarus²B.I. Stepanov Institute of Physics, NASB, Minsk, Belarus

Abstract. We study the Dirac equation in the background of axially symmetric generalized Newman — Unti — Tamburino (NUT) spacetime. For massless particle, the problem is reduced to the one differential equation of second order and is solved in terms of Heun-type equation at special choice of arbitrary radial function.

Keywords: Dirac equation, generalized Newman — Unti — Tamburino space, spin $\frac{1}{2}$ particle, variable separation, massless case

Introduction. The axially symmetric metrics of the Taub-NUT type (so-called Euclidean Taub-NUT metric) were actively studied within grand unified theories as a monopole-like solutions [1]. In recent years, the original NUT metric acquires a fresh interest because it has been shown that the black holes with NUT charge can be considered as physically meaningful systems. In [2] the NUT charge effects has been assessed to be tested in the spectra of quasars, supernovae, or active galactic nuclei. The quantum-mechanical problem of particle in the background of black hole metrics is one of the interesting problem for cosmology and quantum gravity. The Dirac equation has been studied on the Kerr and Kerr — Newman spacetimes [3–4]. In [5] we found the solution of the Dirac equation for the massless particle in NUT background. The generalization of the Euclidean Taub-NUT metric has been proposed by Iwai and Katayama in [6]. They demonstrated that the proposed generalization accomplishes non-trivial properties. In this study we generalize the NUT-metric and study the Dirac equation in such axially symmetric background.

Methods and materials; results. We generalize Newman — Unti — Tamburino metric by introducing an arbitrary radial function $\Omega(r)$ in NUT line element:

$$ds^2 = \frac{\Delta}{\rho^2} \left(dt + 4a \sin^2 \theta / 2 d\varphi \right)^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \frac{\rho^2}{\Omega(r)} \left(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \right),$$

$$\rho^2 = a^2 + r^2, \Delta = r^2 - 2Mr - a^2.$$

By employing the tetrad formalism, we derive the covariant Dirac equation for the massive particle as

$$\left[i \left(\gamma^0 \frac{\rho}{\sqrt{\Delta}} + \gamma^3 \frac{2a}{\rho} \sqrt{\Omega} \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} \right) \frac{\partial}{\partial t} - i\gamma^1 \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{r\sqrt{\Delta}}{2\rho^3} + \frac{\Delta'}{4\rho\sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}\Omega'}{2\rho\Omega} \right) + \right. \\ \left. + i\gamma^0\gamma^2\gamma^3 \frac{a\sqrt{\Delta}\Omega}{2\rho^3} - i\gamma^2 \frac{\sqrt{\Omega}}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{2\tan\theta} \right) - i\gamma^3 \frac{\sqrt{\Omega}}{\rho} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} - M \right] \Psi = 0.$$

We separate the variables. The angular differential equations system for generalized metric is the same as for ordinary NUT metric. The four differential equations for radial functions R_1, R_2, R_3, R_4 read

$$\left(D_- - \frac{i\varepsilon\rho^2}{\sqrt{\Delta}} \right) R_3 + i\mu(r-ia)R_1 = \Lambda\sqrt{\Omega}R_4, \quad \left(D_- + \frac{i\varepsilon\rho^2}{\sqrt{\Delta}} \right) R_4 - i\mu(r-ia)R_2 = \Lambda\sqrt{\Omega}R_3, \\ \left(D_+ + \frac{i\varepsilon\rho^2}{\sqrt{\Delta}} \right) R_1 - i\mu(r+ia)R_3 = \Lambda\sqrt{\Omega}R_2, \quad \left(D_+ - \frac{i\varepsilon\rho^2}{\sqrt{\Delta}} \right) R_2 + i\mu(r+ia)R_4 = \Lambda\sqrt{\Omega}R_1,$$

with notation $D_{\pm} = \sqrt{\Delta} \frac{d}{dr} \pm \frac{i\sqrt{\Delta}}{2} \left(\frac{a(1+\Omega)}{\rho^2} \pm \frac{i\Omega'}{\Omega} \right)$. For massless case ($\mu = 0$) the

last system gives two independent systems of two equations.

Conclusion. The Dirac equation for massive particle is led to the differential equation of fourth order. The problem of massless spin $\frac{1}{2}$ particle is reduced to the one differential equation of second order, which is the Heun-type equation at special choice of radial function Ω .

References

- [1] Coțăescu I.I., Visinescu M. The Dirac field in Taub-NUT background. *Int. J. Mod. Phys.*, 2001, vol. 16 (10), pp.1743–1758.
- [2] Ghasemi-Nodehi M. Sgr A* shadow study with KTN space time and investigation of NUT charge existence. *Universe*, 2024, vol. 10, art. no. 378.
- [3] Chandrasekhar S. The Solution of Dirac's Equation in Kerr Geometry. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1976, vol. 349, pp. 571–575.
- [4] Dariescu C., Dariescu M.-A., Stelea C. Dirac equation on the Kerr — Newman spacetime and Heun Functions. *Advances in High Energy Phys.*, 2021, vol. 2021, art. no. 5512735.
- [5] Krylova N.G., Red'kov V.M. Dirac particle in gravitational field of black hole with Newman — Unti — Tamburino parameter. *Modern astronomy: from the Early Universe to exoplanets and black holes, Proceedings of the VAK-2024 conference*. SAO RAS, Nizhny Arkhyz, Russia, 2024. <https://doi.org/10.26119/VAK2024.013>
- [6] Iwai T., Katayama N. Two kinds of generalized Taub-NUT metria and the symmetry of associated dynamical systems. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 1994, vol. 27, pp. 3179–3190.

УДК 534.231.1

Феноменологический шум в частотном демодуляторе оптоакустической гравитационно-волновой антенны

Крысанов Владимир Алексеевич

Ivanov_I-I@mail.ru

SPIN-код: 1234-5678

Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия

Аннотация. В схеме регистрации предельно малых колебаний пробного тела оптоакустической антенны ОГАН введена в рассмотрение дополнительная компонента шума, вносимый специализированным оптоэлектронным узлом, выполняющим функцию декодирования сигнала, содержащегося в частотно-манипулированном излучении лазера. Выявлен и представлен аналитически эффект добавления к сигналу стохастического процесса, вызванного феноменологическими флуктуациями мощности излучения лазера.

Ключевые слова: акустический резонатор, регистрации предельно малых колебаний, пороговый сигнал, частотная модуляция, стохастический процесс, флуктуации мощности излучения лазера

Введение. Пробным телом является цилиндр из алюминия длиной $L_0 = 2$ м в качестве акустического резонатора. Вариации метрики поля в волне с амплитудой h_m и частотой, близкой к резонансной ω_μ , создают эквивалентную силу [1]: $F_{Sm} = h_m L_0 M \omega_\mu^2 / 2$, где M — масса резонатора. Сила возбуждает *колебательные* вариации длины (базы) цилиндра; для их регистрации в проекте ОГАН применен оптический резонатор (интерферометр) Фабри-Перо, зеркала которого закреплены на торцах [2]. Вариации базы $\delta L(t)$ вызывают вариации $\delta \nu_R(t)$ собственной частоты резонатора ν_{RS} : $\delta \nu_{RS} / \nu_{RS} = \delta L / L_0$. На интерферометр подается излучение лазера. Первая, сенсорная часть оптоэлектронной системы регистрации антенны обеспечивает точное следование частоты лазера ν_L за частотой оптического резонанса. Для этого применена техника Паунда — Дривера — Холла (ПДХ) [3, 4], использующей фазовую модуляцию излучения высокой частотой Ω (10 МГц), создающую две боковые компоненты с мощностями P_S . Фотодиод регистрирует луч, отраженный от резонатора. Отражение падающей несущей P_C существенно определяется рассогласованием $\Delta \nu_{RSL} \equiv \nu_{RS} - \nu_L$. Так, в результате биений на фотодиоде формируется переменная составляющая тока в нем:

$$I_{ph} = \left(\frac{h_{\nu_L}}{\eta e} \right) \left[\frac{(P_C P_S)^{1/2}}{\Delta \nu_{R0}} \right] \Delta \nu_{RSL} \sin \Omega t + (I_S \sin \Omega t + I_C \cos \Omega t),$$

где $\Delta \nu_{R0}$ — стандартная ширина пропускания интерферометра-сенсора (по уровню -3 дБ), I_S и I_C квадратурные компоненты дробового тока как узкополосного процесса.

Синхронное детектирование (аналоговое умножение на $\sin \Omega t$) формирует дискриминаторную характеристику (ДХ) системы АПЧ лазера: $U_{SD} = D\Delta\nu_{RSL}$. При подаче напряжения U_{SD} через сервоусилитель на составной актюатор перестройки частоты замыкается обратная связь, и частота излучения точно следует за частотой резонатора; формируется частотная модуляция. Особенностью проекта являются значительные квазистатистические дрейфы обеих частот, вызванные тепловым расширением алюминия.

Методы и материалы; результаты. Как и в проекте AURIGA [3], для преобразования в вариации выходного напряжения девиаций частоты излучения $\delta\nu_L$, содержащих кодированный сигнал и шум [5], используется дополнительный узел, выполняющий функцию частотного демодулятора (дискриминатора). Узел также выполнен в технике ПДХ; используется вспомогательный интерферометр с базой 0,45 м, частота которого перестраивается простым пьезокерамическим актюатором [2]. На интерферометр через делитель излучения подается луч лазера с девиациями. Во втором контуре обратной связи резонансная частота интерферометра (и также нулевое значение дискриминаторной характеристики) следуют за квазистатистическими изменениями частоты лазера $\Delta\nu_{LT}$. Концептуальное отличие контура состоит в отсутствии отслеживания сигнальных девиаций $\delta\nu_L$; это достигается значительным спадом усиления сервоусилителя на частоте сигнала 1.3 кГц. Тогда на крутом склоне частотной характеристики происходит стандартное преобразование девиаций частоты $\delta\nu_L$ в вариации выходного напряжения второго синхронного детектора.

Известно, что мощность излучения лазера значительно подвержена техническим феноменологическим флуктуациям. Имеется аналитическое представление этого эффекта [6]: $P(t) = P_0(1 + \xi)$, где $\xi(t)$ — стохастический модулирующий процесс. С учетом этого представления на выходе второго синхронного детектора имеем

$$U_{SD} = K_{\Sigma} \frac{\sqrt{P_{Co}P_{So}}}{\Delta\nu_{RD0}} (1 + \xi)(\Delta\nu_{RDLT} + \delta\nu_L).$$

где $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT}$ — разность двух дрейфующих частот; дробовый шум опущен.

Выделяются два релевантных члена: $\delta\nu_L + \xi\Delta\nu_{RDLT}$. Первый член представляет сигнал, второй член определяет дополнительный стохастический процесс, т. е. феноменологический шум. Сопоставление этого шума с сигналом определяет добавку демодулятора к пороговому сигналу системы регистрации; так, соотношение спектральных плотностей приведенных величин имеет вид: $G_v(f) = G_{\xi}(f)\Delta_{RDLT}^2$.

Для определения действующей разности частот $\Delta\nu_{RDLT}$ выписываем соотношения обратной связи: $\Delta U_{SDT} = D_{UD} (\Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT})$, $\delta\nu_{RDT} = \beta K_D \Delta U_{SDT}$, где D_D — декремент дискриминаторной характеристики узла, β — параметр передачи актюатора подстройки частоты, K_D — коэффициент усиления сервоусилителя в квазистатике.

Решение имеет вид: $\Delta v_{RDLT} = \Delta v_{RDT} - \Delta v_{LT} \cong \Delta v_{LT}/K_{0D}$, где $K_{0D} = D_D \beta K_2$.

Заключение. Полученные соотношения позволяют получить четкие численные оценки вклада нового шума в пороговый сигнал и определить меры по его уменьшению. Для спектральной плотности модулирующего процесса ξ имеется ранее полученная оценка как параметра лазера: $G_\xi(f) = 10^{-12} \text{ Гц}^{-1}$ [6]. Если положить $\Delta v_{RDLT} = 3 \text{ кГц}$, частотный шум обретает значение $G_v^{1/2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Гц/Гц}^{1/2}$, которое является достижением работы [2] и соответствует приведенному шуму в смещениях $2 \cdot 10^{-15} \text{ см/Гц}^{1/2}$ [7].

Изменение температуры на 0,01 К определяет значение $\Delta v_{RST} = \Delta v_{LT} \approx 80 \text{ МГц}$. Для получения представленного рассогласования в 3 кГц расчет определяет требуемую глубину обратной связи на нулевой частоте $K_{0D} \approx 2,5 \cdot 10^5$. Определенная коррекция в расчетах предполагается при реализации проектного значения порогового сигнала схемы регистрации антенны ОГРАН, составляющего $10^{-16} \text{ см/Гц}^{1/2}$ [8].

Список источников

- [1] Braginsky V.B. Detection of gravitational waves: problems and prospects. *Vistas in Astronomy*, 1993, vol. 37, pp. 341–354.
- [2] Багаев С.Н., Безруков Л.Б., Квашнин Н.Л., Мотылев А.М., Орешкин С.И., Попов С.М., Руденко В.Н., Самойленко А.А., Скворцов М.Н., Юдин И.С. Оптоакустическая гравитационная антенна. *ИТЭ*, 2015, № 2, с. 95–105.
- [3] Conti L. *Un trasduttore ottico per il rivelatore A.U.R.I.G.A.: sensibilità prevista e misure preliminari per un prototipo*. Master's tesi. 1995/1996. URL: <http://www.auriga.inl.infn.it> (accessed 15.03.2025).
- [4] Black E.D. An introduction to Pound — Drever — Hall laser frequency stabilization. *Am. J. Phys.*, 2001, vol. 69 (1), pp. 79–87.
- [5] Крысанов В.А. Чувствительность лазерных измерителей малых колебаний. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, спецвыпуск Физические интерпретации теории относительности, с. 163–179.
- [6] Krysanov V.A. Influence of the Optical Pumping Power Fluctuations on the OGRAN Detector Sensitivity. *Gravitation & Cosmology*, 2011, vol. 17 (1), pp. 97–100.
- [7] Vishnyakov V.I., Ignatovich S.M., Kvashnin N.L., Popov S.M., Rudenko V.N., Samoilenko A.A., Skvortsov V.N., Yudin I.S. Suppression of residual amplitude modulation of electro-optical modulator in OGRAN project. *Modern problems of Laser Physics, Tech. Digest Int. Symp.* Novosibirsk, 2013, 179 p.
- [8] Bezrukov L.B., Popov S.M., Rudenko V.N., Serdobolskii A.V., Skvortsov M.N. Gravitational wave experiments and Baksan project OGRAN. *Astrophysics & Cosmology after Gamow. Proc. Int. Conf.* Odessa, 2004, preprint gr-qc/0411083v1). <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/0411083>

Phenomenological Noise in the Frequency Demodulator of the Optoacoustic Gravity Wave Antenna

Krysanov Vladimir Alexeevich

krysanov@mail.ru

SPIN-code: 2558-1867

Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. In the registration scheme of extremely small test body's oscillations of an opto-acoustic antenna OGRAN, an additional noise component has entered introduced into consideration, contributed by specialized optoelectronic unit, performing function of decoding signal contained in frequency-manipulated laser radiation. Effect of adding to signal stochastic process caused by phenomenological fluctuations in laser radiation power has revealed and presented analytically.

Keywords: acoustic resonator, extremely small oscillations registration, threshold signal, frequency modulation, stochastic process, laser radiation power fluctuations

Introduction. Test body is an aluminum cylinder with length of $L_0 = 2$ meters as an acoustic resonator. Variations in GW field metric with amplitude h_m and frequency close to resonant ω_μ create an equivalent force [1]: $F_{Sm} = h_m L_0 M \omega_\mu^2 / 2$, where M is a mass of the resonator. The force excites oscillatory variations in length (base) of the cylinder. To register them, in OGRAN project optical resonator (interferometer) Fabry-Perot has used; its mirrors have fixed at body ends [2]. Base variations $\delta L(t)$ cause variations $\delta \nu_R(t)$ of resonator's eigenfrequency ν_{RS} : $\delta \nu_{RS} / \nu_{RS} = \delta L / L_0$. Laser radiation affects this interferometer. The first, sensor part of the optoelectronic registration system keeps tracking of laser frequency ν_L to resonance frequency ν_{RS} . For this purpose, the Pound-Driver-Hall (PDH) technique [3, 4] has applies; it use phase modulation of radiation with high frequency Ω (10 MHz), which creates two side components with power P_s each. Photodiode registers beam reflected from the interferometer. Mismatch $\Delta \nu_{RSL} \equiv \nu_{RS} - \nu_L$ significantly determines reflection of incident carrier power P_C . Thus, because of beating on a photodiode, an alternating current component I_{ph} is:

$$I_{ph} = \left(\frac{h \nu_L}{e} \right) \left[\frac{(P_C P_s)^{1/2}}{\Delta \nu_{R0}} \right] \Delta \nu_{RSL} \sin \Omega t + (I_s \sin \Omega t + I_c \cos \Omega t),$$

where $\Delta \nu_{R0}$ is standard bandwidth of the interferometer-sensor (at the level of -3 dB), I_s and I_c are quadrature components of shot current as a narrow-band stochastic process.

Synchronous detection (using analog multiplication by $\sin \Omega t$) forms discriminator characteristic of a laser AFC system $U_{SD} = D \Delta \nu_{RSL}$, where D is a decrement. When voltage U_{SD} applies through servo amplifier to the composite frequency re-tune actuator, feedback locks, and radiation frequency follows resonator eigenfrequency; frequency modulation of radiation forms. The special feature of the OGRAN project is significant quasi-static drift of both frequencies caused by thermal expansion of aluminum.

Methods and materials; results. As in the AURIGA project [3], an additional unit performing function of a frequency demodulator (discriminator) has used to convert radiation frequency deviations $\delta\nu_L$, containing coded signal and noise [5], into variations of output voltage. The unit also implemented in PDH technique; an auxiliary interferometer with a 0.45 m base is used, a simple piezoceramic actuator [2] re-tunes eigenfrequency of it. Laser beam with deviations $\delta\nu_L$ affects the discriminator interferometer through a radiation divider. In the second feedback loop, the resonant frequency of the interferometer (and zero value of its discriminator characteristic) follows quasi-static changes in laser frequency $\Delta\nu_{LT}$. The conceptual difference of the loop is absence of signal's deviations tracking. This distinction has achieved by significant decrease in gain of the servo amplifier at signal frequency of 1.3 kHz. Thus, on a steep slope of discrimination frequency dependence, there realizes standard transformation of frequency deviations $\delta\nu_L$ into variations of output voltage of the second synchronous detector.

Laser radiation power has known to possess technical phenomenological fluctuations. There is an analytical representation [6]: $P(t) = P_0(1 + \xi)$, where $\xi(t)$ is a stochastic modulating process. Taking this conception into account, at output of the second synchronous detector we get

$$U_{SD2} = K_{\Sigma} \frac{\sqrt{P_{C0}P_{S0}}}{\Delta\nu_{RD0}} (1 + \xi)(\Delta\nu_{RDLT} + \delta\nu_L),$$

where $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT}$ is difference between two drifting frequencies; shot noise is omitted.

Two relevant terms are present: $\delta\nu_L + \xi\Delta\nu_{RDLT}$. The first term represents signal, the second one defines an additional stochastic process, i.e., phenomenological noise. Comparison of noise with signal determines demodulator's addition to threshold signal of whole registration system. Relation in spectral densities of stochastic processes is: $G_{\nu}(f) = G_{\xi}(f)\Delta_{RDLT}^2$.

To determine the defining frequency difference $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT}$, we write out feedback relationships: $\Delta U_{SDT} = D_{UD}(\Delta\nu_{RDT} - \Delta\nu_{LT})$ and $\delta\nu_{PAT} = \beta_{\Delta}K_{\Delta} \otimes Y_{\Sigma\Delta T}$, where D_D is a decrement of the unit's discriminator characteristic, β_{Δ} is a transmission parameter of the frequency re-tune actuator, K_D is gain of the servo amplifier in quasi-statics. The solution is: $\Delta\nu_{RDLT} = \Delta\nu_{LT}/K_{0D}$, where $K_{0D} = \beta_D D_D K_D$.

Conclusion. The obtained relationships allow us to obtain clear numerical estimates of new noise contribution in threshold signal and to determine measures to reduce it. For spectral density of modulating process ξ , there is the previously obtained estimate as parameter of the laser: $G_{\xi}(f) = 10^{-12} \text{ Hz}^{-1}$ [6]. If we presuppose $\Delta\nu_{RDLT} = 3 \text{ kHz}$, frequency noise obtains the value $G_{\nu}^{1/2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Hz/Hz}^{1/2}$, which is achievement of the article [2] and corresponds to reduced displacement noise of $2 \cdot 10^{-15} \text{ cm/Hz}^{1/2}$ [7].

Temperature change of 0.01 K determines the value $\Delta\nu_{RST} = \Delta\nu_{LT} \cong 70 \text{ MHz}$. To obtain the presented mismatch of 3 kHz, calculation determines required feed-

back depth at zero frequency of $K_{0D} \cong 2 \cdot 10^5$. Certain correction in calculations assumes when implementing the design value of threshold signal of the OGRAN antenna registration circuit, which is $\sim 10^{-16}$ cm/Hz^{1/2} [8].

References

- [1] Braginsky V.B. Detection of gravitational waves: problems and prospects. *Vistas in Astronomy*, 1993, vol. 37, pp. 341–354.
- [2] Bagaev S.N., Bezrukov L.B., Kvashnin N.L., Motylev A.M., Oreshkin S.I., Popov S.M., Rudenko V.N., Samoilenko A.A., Skvortsov M.N., Yudin I.S. An optoacoustical gravitational antenna. *Instruments and Experimental Techniques*, 2015, vol. 58, no. 2, pp. 257–267. (In Russ.).
- [3] Conti L. *Un trasduttore ottico per il rivelatore A.U.R.I.G.A.: sensibilità prevista e misure preliminari per un prototipo*. Master's tesi. 1995/1996. URL: <http://www.auriga.inl.infn.it> (accessed 15.03.2025).
- [4] Black E.D. An introduction to Pound — Drever — Hall laser frequency stabilization. *Am. J. Phys.*, 2001, vol. 69 (1), pp. 79–87.
- [5] Krysanov V.A. Sensitivity of small oscillation's laser meters. *Bulletin of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2011, special issue, pp. 163–179. (In Russ.).
- [6] Krysanov V.A. Influence of the Optical Pumping Power Fluctuations on the OGRAN Detector Sensitivity. *Gravitation & Cosmology*, 2011, vol. 17 (1), pp. 97–100.
- [7] Vishnyakov V.I., Ignatovich S.M., Kvashnin N.L., Popov S.M., Rudenko V.N., Samoilenko A.A., Skvortsov V.N., Yudin I.S. Suppression of residual amplitude modulation of electro-optical modulator in OGRAN project. *Modern problems of Laser Physics, Tech. Digest Int. Symp.* Novosibirsk, 2013, 179 p.
- [8] Bezrukov L.B., Popov S.M., Rudenko V.N., Serdobolskii A.V., Skvortsov M.N. Gravitational wave experiments and Baksan project OGRAN. *Astrophysics & Cosmology after Gamow. Proc. Int. Conf.* Odessa, 2004, preprint gr-qc/0411083v1). <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/0411083>

УДК 519.6

Численное моделирование спектров гамма-всплесков в ходе рассеяния на релятивистских электронах

Ларцев Артем Игоревич¹

lartsev.ai@yandex.ru

SPIN-код: 6467-0046

Лукин Владимир Владимирович^{1,2}

vvlukin@gmail.com

SPIN-код: 3626-4657

Титарчук Лев Григорьевич³

titarchuk@fe.infn.it

Калашников Илья Юрьевич¹

kalasxel@gmail.com

SPIN-код: 3527-4620

¹ ИППМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия³ АКЦ ФИАН, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена модель формирования гамма-излучения в ходе релятивистского выброса из комптоновского облака плазмы вокруг магниторотационной сверхновой. Смещение энергии фотонов в зону высоких энергий предполагается как результат рассеяния фотонов, испущенных фотосферой звезды, на релятивистском потоке водородной ионизированной плазмы. Для описания процесса гамма-выброса используется трехмерная модель релятивистской радиационной газовой динамики (РРГД), включающая полное уравнение переноса излучения (УПИ) с интегралом рассеяния. Для моделирования перераспределения энергий фотонов по спектру используется комптоновское дифференциальное сечение рассеяния. Для численного решения системы РРГД используется явная схема расщепления. УПИ решается методом коротких характеристик, газовая динамика методом Годунова. Проведено моделирование эволюции релятивистского джета в межзвездной среде и спектрального перераспределения энергии фотонов в результате комптоновского рассеяния на релятивистском установившемся потоке.

Ключевые слова: гамма-всплески, радиационная релятивистская газовая динамика, перенос излучения, комптоновское рассеяние.

Введение. Формирование гамма-выброса является до конца не изученным процессом, объединяющим в себе множество физических законов. Длинные гамма-всплески связывают со взрывами сверхновых класса Ic [1, 2], которые в результате коллапса оставляют компактное ядро, окруженное облаком нагретого вещества, в котором в ходе аккреции формируется коллимированный канал, где развивается струйный выброс плазмы [3]. Предполагается, что появление жесткого спектра в наблюдениях связано с собственным излучением комптоновского облака и рассеяния испущенных ядром фотонов на релятивистском потоке [1].

Целью работы является получение спектра гамма-всплеска для чего необходимо моделировать процесс переноса излучения в релятивистском потоке [4] и рассматривать модели рассеяния фотонов на ультрарелятивистских электронах [5].

Методы и материалы; результаты. Математическая модель включает набор уравнений РРГД и квазистационарное УПИ. Для задачи ускорения вещества УПИ решается в приближении серой материи с томсоновской индикатрисой рассеяния [5].

При вычислении спектров используется многогрупповое приближение с комптоновским сечением рассеяния [5], позволяющее учитывать эффект понижения/повышения частоты при взаимодействии с электронами.

Для получения спектров сначала моделируется радиационный разгон в расчетной области, имеющей форму усеченного конуса, затем решается УПИ в многогрупповом приближении. Расчеты показали, что давление излучения способно переводить начальный субрелятивистский поток в релятивистский режим. В канале образуются две ударные волны. В связи с направленностью комптоновской индикатрисы рассеяния, гамма-всплеск наблюдается при малом отклонении положения наблюдателя от направления выброса.

Заключение. Представлена оригинальная трехмерная релятивистская радиационная газодинамическая модель ускорения струи в стационарном канале внутри облака комптонизированной плазмы вокруг сверхновой. Рассмотрено ускорение плазмы в стационарном коническом канале под воздействием излучения в ходе гамма-выброса. Рассчитаны спектры для различных точек наблюдателя, показана зависимость энергии фотонов от направления распространения излучения.

Список источников

- [1] Titarchuk L., Farinelli R., Frontera F., Amati L. An upscattering spectral formation model for the prompt emission of gamma-ray bursts. *The Astrophysical Journal*, 2012, vol. 752, pp. 166–128. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/752/2/116>
- [2] Kelly P.L., Kirshner R.P., Pahre M. Long γ -Ray Bursts and Type Ic Core-Collapse Supernovae Have Similar Locations in Hosts. *The Astrophysical Journal*, 2008, vol. 687, pp. 1201–1207. <https://doi.org/10.1086/591925>
- [3] Moiseenko S.G., Bisnovatyi-Kogan G. S., Ardeljan N.V. A magnetorotational core-collapse model with jets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006, vol. 370, pp. 501–512. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0511173>
- [4] Kato S., Fukue J. Fundamentals of Astrophysical Fluid Dynamics. *Astronomy and Astrophysics Library*. Osaka, Springer, 2020, 652 p.
- [5] Pomraning G. *The equations of radiation hydrodynamics*. Oxford, New York, Pergamon Press, 1973, vol. 54, 298 p.

Numerical Modeling of Gamma-ray Burst Spectra during Upscattering by Relativistic Electrons

Lartsev Artem Igorevich¹

lartsev.ai@yandex.ru

SPIN-code: 6467-0046

Lukin Vladimir Vladimirovich^{1,2}

vvlukin@gmail.com

SPIN-code: 3626-4657

Titarchuk Lev Grigorievich³

titarchuk@fe.infn.it

Kalashnikov Ilia Yurievich¹

kalasxel@gmail.com

SPIN-code: 3527-4620

¹ KIAM RAS, Moscow, Russia

² BMSTU, Moscow, Russia

³ ASC PIAS, Moscow, Russia

Abstract. The model of gamma-ray burst (GRB) formation during a relativistic outflow from a Compton plasma cloud surrounding a magnetorotational supernova. The shift of photon energies into the high-energy range is interpreted as the scattering of photons emitted by the stellar photosphere on a relativistic flow of hydrogen-ionized plasma. A three-dimensional model of radiative relativistic hydrodynamics (RadRHD) is used to describe the GRB process, which includes a complete radiative transfer equation (RTE) with a scattering integral. To modeling the redistribution of photon energies across the spectrum the Compton differential scattering cross-section is used. To obtain numerical solution of RadRHD equations the explicit splitting method is used. For the radiative transfer equation with scattering the short characteristics method is used, and for the relativistic hydrodynamics the Godunov-type one. The evolution of a relativistic jet in the interstellar space and the spectral redistribution of photon energy as a result of Compton scattering on a relativistic flow are obtained.

Keywords: gamma-ray bursts, radiative relativistic hydrodynamics, radiative transfer, Compton scattering

Introduction. The formation of a gamma-ray emission is an unexplored process that combines many physical laws. The long GRBs is proposed to be associated with supernovae of Ic type (collapsar model) [1, 2], where the progenitor star is assumed to leave a central remnant surrounded by a cloud of heated matter. Accreting process leads to formation of collimated channel is assumed where astrophysical jet evolves [3].

The appearance of a hard emission in the spectra observations is assumed connect with the radiation of the Compton cloud and the scattering of photons emitted by the photosphere by a relativistic stream [1].

This paper aim is to obtain spectra of a gamma-ray burst. This requires modeling the process of radiation transfer in a relativistic flow [4] and consider photon scattering on ultra-relativistic electrons [5].

Methods and materials; results. The mathematical model includes the set of radiation relativistic hydrodynamics equations (RadRHD) for ideal (inviscid) hy-

drogen gas including the quasi-stationary radiation transfer equation. The problem of matter acceleration is solved by the grey matter approximation with a Thomson indicatrix scattering [5].

To compute spectra, a multi-group approximation with the Compton scattering cross-section is used. This approach allows take into account the effect of lowering/increasing the frequency when colliding with electrons.

To obtain the spectra, firstly, acceleration by radiation is modeled in the computational domain which has form of a truncated cone, then the RTE with a multigroup approximation is solved.

The results of the gas-dynamic simulation showed that the radiation pressure transforms the initial subrelativistic flow into a relativistic mode. Two shock waves form in the channel. Due to the directionality of the Compton scattering indicatrix, a gamma-ray burst is observed with a small deviation of the observer's position from the flow direction.

Conclusion. The original three-dimensional radiative relativistic hydrodynamic model of jet acceleration in a stationary channel inside the Compton cloud surrounding a supernova is presented.

Plasma acceleration in a stationary conical channel, taking into account the effect of radiation during the gamma-ray burst is considered. The spectra for observer different points of view are calculated. The dependence of the photon energy on the direction of radiation propagation is shown.

References

- [1] Titarchuk L., Farinelli R., Frontera F., Amati L. An upscattering spectral formation model for the prompt emission of gamma-ray bursts. *The Astrophysical Journal*, 2012, vol. 752, pp. 166–128. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/752/2/116>
- [2] Kelly P.L., Kirshner R.P., Pahre M. Long γ -Ray Bursts and Type Ic Core-Collapse Supernovae Have Similar Locations in Hosts. *The Astrophysical Journal*, 2008, vol. 687, pp. 1201–1207. <https://doi.org/10.1086/591925>
- [3] Moiseenko S.G., Bisnovatyi-Kogan G. S., Ardeljan N.V. A magnetorotational core-collapse model with jets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006, vol. 370, pp. 501–512. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0511173>
- [4] Kato S., Fukue J. Fundamentals of Astrophysical Fluid Dynamics. *Astronomy and Astrophysics Library*. Osaka, Springer, 2020, 652 p.
- [5] Pomraning G. *The equations of radiation hydrodynamics*. Oxford, New York, Pergamon Press, 1973, vol. 54, 298 p.

УДК 524.834

Пример сферически-симметричных решений в модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$

Лебедев Алексей Александрович¹

alexjek73@gmail.com

Червон Сергей Викторович^{1,2,3(*)}

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-код: 8040-2820

¹ УЛГПУ им. И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия³ КФУ, Казань, Россия

Аннотация. Проанализирована киральная самогравитирующая модель (КСГМ) специального вида в сферически-симметричном статическом пространстве-времени в контексте эйнштейновской картины. Исследуемая КСГМ соответствует модифицированной гравитации $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ специального вида. Рассматривая сферически-симметричную метрику в гармонических координатах, получены примеры решений, связанных с нулевым потенциалом.

Ключевые слова: модифицированная гравитация с высшими производными, сферически-симметричные решения, киральные самогравитирующие модели

Введение. В работах [1, 2] рассматриваются сферически-симметричные решения в теории гравитации с высшими производными вида $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$. В указанных работах $f_{BB} = \frac{\partial^2 f}{\partial B^2}$, где $B = \square R$, отлична от нуля. В нашей работе рассмотрен случай, когда f_{BB} равно нулю, что соответствует модели $f(R, (\nabla R)^2, \square R) = f_1(R, (\nabla R)^2) + f_2(R, (\nabla R)^2)\square R$.

Методы и материалы; результаты. Используется метод сведения $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ — гравитации к киральной само-гравитирующей модели [2]. В качестве соответствующей модели построена КСГМ, киральная метрика которой имеет вид:

$$ds_\sigma^2 = d\chi^2 + \frac{1}{2}Y(\chi, \phi)d\phi^2, \quad (1)$$

и потенциал:

$$W(\chi, \phi) = -\frac{1}{4}e^{-2\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}K_1(\chi, \phi) + \frac{1}{4}e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}\phi. \quad (2)$$

Рассматривая сферически-симметричную метрику в гармонических координатах, мы получаем уравнения гравитационного поля с измененными, по сравнению с [1,2], компонентами тензора энергии импульса:

$$e^{-4\beta}v'' = e^{2\nu}W, \quad (3)$$

$$\chi'^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}\chi'\phi' + \frac{1}{2}Y(\phi)\phi'^2 + e^{2\lambda}W = -2\beta'' - v'' + 2\beta'^2 + 4\beta'v, \quad (4)$$

$$1 - e^{-2\beta-2v}\beta'' = e^{2\beta}W. \quad (5)$$

и уравнения киральных полей:

$$\chi'' = e^{2v}\frac{\partial W}{\partial \chi}, \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2}Y(\phi)\phi'\right)' = e^{2\lambda}\frac{\partial W}{\partial \phi}. \quad (7)$$

Случай равенства потенциала (2) нулю позволяет определить функцию K_1 таким образом:

$$K_1 = e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}\phi. \quad (8)$$

В этом случае получены примеры решений:

$$v = A_1u + A_2, A_1, A_2 - \text{const}; \quad (9)$$

$$\beta_1 = -\ln(u) - A_1u - A_2; \quad (10)$$

$$\chi = B_1u + B_2, B_1, B_2 - \text{const}; \quad (11)$$

$$\phi_1(u) = \alpha_*u + \phi_*; \quad (12)$$

$$\phi_2(u) = \beta_* \operatorname{th}(\lambda_*u); \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi)\alpha_* = Y_*; Y(\phi) = \text{const}; \quad (14)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi)\frac{\beta_*\lambda_*}{ch^2(\lambda_*u)} = Y_*; Y(\phi) \propto \frac{1}{th^2(\lambda_*u)}. \quad (15)$$

Заключение. В данной работе получены уравнения КГСМ в сферически-симметричном пространстве-времени и представлены примеры решений, соответствующие нулевому потенциалу.

Список источников

- [1] Chervon S.V., Fabris J.S., Fomin I.V. Spherical symmetric solutions in $f(R)$ gravity with a kinetic curvature scalar. *Space, Time, and Fundamental Interactions*, 2020, no. 1, pp. 53–65. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2020.1.53-65>
- [2] Chervon S.V., Fabris J.C., Fomin I.V. Black holes and wormholes in $f(R)$ gravity with a kinetic curvature scalar. *Classical and Quantum Gravity*, 2021, vol. 115005. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/abebf0>

An example of spherically symmetric solutions in modified theories of gravity of the type $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$

Lebedev Alexey Alexandrovich¹

Chervon Sergey Viktorovich^{1,2,3}

alexjek73@gmail.com

chervon.sergey@gmail.com

SPIN-code: 8040-2820

¹ULSPU, Ulyanovsk, Russia

²BMSTU, Moscow, Russia

³KFU, Kazan, Russia

Abstract. We are analyzing a chiral self-gravitating model (CSGM) of a specific type in spherically symmetric static spacetime in the context of the Einsteinian framework. The CSGM under investigation corresponds to modified gravity $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ of a specific type. By considering spherically symmetric solutions in harmonic coordinates, we obtain examples of solutions related to a zero potential.

Keywords: modified gravity with higher derivatives, spherically symmetric solutions, chiral self-gravitating models

Introduction. In works [1, 2], spherically symmetric solutions are considered in the theory of gravity with higher derivatives of the form $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$. In the mentioned works $f_{BB} = \frac{\partial^2 f}{\partial B^2}$, where $B = \square R$, does not equal to zero. In our work, we consider the case when f_{BB} equal to zero, corresponding to the model $f(R, (\nabla R)^2, \square R) = f_1(R, (\nabla R)^2) + f_2(R, (\nabla R)^2)\square R$.

Methods and materials; results. The method of reducing $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$ gravity to a chiral self-gravitating model [2] is employed. As the corresponding model, a CSGM is constructed, with the chiral metric:

$$ds_\sigma^2 = d\chi^2 + \frac{1}{2}Y(\chi, \phi)d\phi^2, \quad (1)$$

and potential:

$$W(\chi, \phi) = -\frac{1}{4}e^{-2\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}K_1(\chi, \phi) + \frac{1}{4}e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}\phi. \quad (2)$$

By considering a spherically symmetric metric in harmonic coordinates, we obtain the gravitational field equations with modified components of the energy-momentum tensor compared to those in [1, 2]:

$$e^{-4\beta}v'' = e^{2\nu}W, \quad (3)$$

$$\chi'^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}\chi'\phi' + \frac{1}{2}Y(\phi)\phi'^2 + e^{2\lambda}W = -2\beta'' - \nu'' + 2\beta'^2 + 4\beta'\nu, \quad (4)$$

$$1 - e^{-2\beta-2\nu}\beta'' = e^{2\beta}W. \quad (5)$$

and the equations of chiral fields:

$$\chi'' = e^{2\nu} \frac{\partial W}{\partial \chi}, \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2}Y(\phi)\phi'\right)' = e^{2\lambda} \frac{\partial W}{\partial \phi}. \quad (7)$$

The case where the potential (2) is equal to zero allows us to define the function K_1 in the following way:

$$K_1 = e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} \phi. \quad (8)$$

In this case, examples of solutions have been obtained:

$$\nu = A_1 u + A_2, A_1, A_2 - \text{const}; \quad (9)$$

$$\beta_1 = -\ln(u) - A_1 u - A_2; \quad (10)$$

$$\chi = B_1 u + B_2, B_1, B_2 - \text{const}; \quad (11)$$

$$\phi_1(u) = \alpha_* u + \phi_*; \quad (12)$$

$$\phi_2(u) = \beta_* \text{th}(\lambda_* u); \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi)\alpha_* = Y_*; Y(\phi) = \text{const}; \quad (14)$$

$$\frac{1}{2}Y(\phi) \frac{\beta_* \lambda_*}{ch^2(\lambda_* u)} = Y_*; Y(\phi) \propto \frac{1}{th^2(\lambda_* u)}. \quad (15)$$

Conclusion. In this work, the equations of the CSGM for a spherically symmetric spacetime have been obtained, and examples of solutions corresponding to zero potential are presented.

References

- [1] Chervon S.V., Fabris J.S., Fomin I.V. Spherical symmetric solutions in $f(R)$ gravity with a kinetic curvature scalar. *Space, Time, and Fundamental Interactions*, 2020, no. 1, pp. 53–65. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2020.1.53-65>
- [2] Chervon S.V., Fabris J.C., Fomin I.V. Black holes and wormholes in $f(R)$ gravity with a kinetic curvature scalar. *Classical and Quantum Gravity*, 2021, vol. 115005. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/abebf0>

УДК 519.245:65:52+53:520.12

Гравитационные диполи неоднородности в крупномасштабной структуре Вселенной

Левин Сергей Федорович

levina-ae@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена задача структурно-параметрической идентификации модели шкалы космологических расстояний на основе красного смещения в спектрах излучения сверхновых звезд типа SN Ia по данным, на основании которых был сделан вывод о существовании ускорения расширения Вселенной. Показано, что возможной причиной такого вывода было ошибочное восприятие разладок и ранговых инверсий этих данных как проявлений некоторого «космического толчка».

Ключевые слова: красное смещение, шкала космологических расстояний, гравитационные диполи крупномасштабной неоднородности, разладки, ранговая инверсия

Введение. В 1998 году была обнаружена разнонаправленная дипольная анизотропия красного смещения в спектрах излучения радиогалактик и квазаров [1], а для гипотезы об «ускорении расширения Вселенной» влияние Местной пустоты (Local void) было оценено как относительно невеликое [2]. В 2005 году группа И. Д. Караченцева (Специальная Астрофизическая Обсерватория РАН) идентифицировала поле пекулярных скоростей 2724 галактик в объеме 100 Мпк с минимумом в зонах гигантских пустот Bootes void и Local void и максимумом — в созвездиях Гидры и Центавра. Эти обстоятельства оказались связанными с эффектом гравитационных диполей крупномасштабной неоднородности Вселенной, когда в парах «гигантская пустота → сверхскопление галактик» (supervoid → supercluster) на противоположных областях небесной сферы не уравновешенное гравитационное воздействие проявляется как дополнительное отталкивание со стороны supervoid. К 2016 году список диполей подобного рода увеличился до четырех [3]. А в 2017 году, моделируя поле гравитационных скоростей по базе данных «Cosmicflows-3» о 17966 галактиках, группа В. Tully показала [4], что в локальном потоке доминирует аттрактор Shaply supercluster и «отталкиватель» (Dipole Repeller) Aquarius supervoid. Так данные [1, 3] получили независимое подтверждение. В 2022 году список крупномасштабных гравитационных диполей дополнил диполь Хаббла [5].

Эффективный анализ гипотезы о гравитационных диполях крупномасштабной неоднородности как альтернативы гипотезе об «ускорении расширения Вселенной» оказался возможным благодаря новому методу структурно-параметрической идентификации математических моделей объектов измерений — методу максимума компактности (ММК) [6–8].

Методы и материалы; результаты. Анализу подвергались данные, на основании которых в трех выборках из работ [9, 10] был сделан вывод о наличии «ускорения расширения Вселенной», а также работа [11]. При этом для каждой выборки данных и их сочетаний были построены модели изотропной и анизотропной шкал космологических расстояний на основе красного смещения в спектрах излучения сверхновых типа SN Ia соответственно по программам «ММК–стат» и «ММК–стат М» [6]. Статистической проверке в классе многомерных степенных рядов подвергались гипотезы вырожденности, непрерывности и композиционной однородности моделей, а также — альтернативные гипотезы. Все выборки композиционно однородную совокупность не образовывали. Лучшей по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности и при отсутствии «нуль»-пункта оказалась анизотропная модель шкалы расстояний 2-го порядка для выборки объемом $N = 79$ SN Ia [9, 10]. Наибольший интерес вызвали разладки и ранговые инверсии этой модели, которые совпали не только с координатами всех пяти гравитационных диполей крупномасштабной неоднородности, но и с предсказанными [9, 10] характеристиками т. н. «космического толчка» [12].

Заключение. По критерию минимума погрешности неадекватности модели шкалы космологических расстояний на основе красного смещения в классе многомерных степенных рядов более правдоподобным является предположение о том, что в работах 1998–1999 годов [9, 10] разладки «закона красного смещения» были ошибочно восприняты как свидетельства о существовании «ускорения расширения Вселенной». Это обстоятельство в некоторой степени объясняет причины, побудившие В. Фридман, лидера проекта «Космический телескоп имени Э. Хаббла», заявить о тупиковой ситуации в космологии.

Список источников

- [1] Левин С.Ф. Фотометрическая шкала космологических расстояний. Часть II. «Неожиданные» совпадения. *Измерительная техника*, 2014, № 4, с. 3–7. <https://doi.org/10007/s11018-014-0464-6>
- [2] Zehavi I., Riess A.G., Kirshner R.P., Dekel A. A Local Hubble Bubble from Type Ia Supernovae? *Astrophysical Journal*, 1998, no 503 (2), pp. 483–491. <https://doi.org/10.1086/306015>
- [3] Левин С.Ф. Шкала космологических расстояний. Часть 6. Статистическая анизотропия красного смещения. *Измерительная техника*, 2017, № 5, с. 3–6. <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1211-6>
- [4] Courtois H.M., Tully R.B., Racah Y.H., Pomarede D., Graziani R., Dupuy A. Cosmicflows-3: Cold Spot Repeller? *The Astrophysical journal*, 2017, vol. 847, no. 1, art. no. 55. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/aa88b2>
- [5] Левин С.Ф. Шкала космологических расстояний. Часть 14: «пузырь Хаббла» и гравитационный диполь. *Измерительная техника*, 2023, № 2, с. 4–11. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2023-2-4-11>
- [6] Рекомендации по метрологии Р 50.2.004–2000. ГСИ. *Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения*. Москва, Госстандарт России, 2000.

- [7] Рекомендация МИ 1317–2004. ГСИ. *Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроля их параметров*. Москва, ВНИИМС, 2004.
- [8] Рекомендация МИ 2916–2005. ГСИ. *Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач*. Москва, Госстандарт России, 2000.
- [9] Riess A. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astronomical journal*, 1998, vol. 116, pp. 1009–1038. <https://doi.org/10.1086/300499>
- [10] Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 high-red shift supernovae. *Astrophysical Journal*, 1999, vol. 517, pp. 565–586. <http://dx.doi.org/10.1086/307221>
- [11] Пружинская М.В. *Сверхновые звезды, гамма-всплески и ускоренное расширение Вселенной*. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2014. 149 с.
- [12] Левин С.Ф. Шкала космологических расстояний. Часть 11. «Экстраординарные» доказательства и проблема «космического толчка». *Измерительная техника*, 2020, № 11, с. 3–8. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-11-3-18>

Gravitational dipoles of inhomogeneities in the large-scale structure of the Universe

Levin Sergey Fedorovich

levina-ae@yandex.ru

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The problem of structural-parametric identification of a model of the cosmological distance scale based on the redshift in the emission spectra of SN Ia type supernovae is considered based on the data on the basis of which it was concluded that there is an acceleration of the expansion of the Universe. It is shown that the possible reason for this conclusion was the erroneous perception of the disruptions and rank inversions of these data as phenomena of some kind of «cosmic shock».

Keywords: supernovae of type SN Ia, redshift, scale of cosmological distances, gravitational dipoles of large-scale inhomogeneity, variations, rank inversion

Introduction. In 1998, a multidirectional dipole redshift anisotropy was discovered in the emission spectra of radio galaxies and quasars [1], and for the hypothesis of «accelerating the expansion of the Universe», the influence of the Local void was estimated as relatively small [2]. In 2005, I. D. Karachentsev's group (Special Astrophysical Observatory of the Russian Academy of Sciences) identified the field of peculiar velocities of 2724 galaxies in a volume of 100 Mpc with a minimum in the zones of giant voids Boots void and Local void and a maximum in the constellations Hydra and Centaurus. These circumstances turned out to be related to the effect of gravitational dipoles of the large-scale inhomogeneity of the Universe, when in pairs of «supervoid → super-cluster» on opposite regions of the celestial sphere, an unbalanced gravitational effect manifests itself as additional repulsion from the supervoid. By 2016, the list of dipoles of this kind had increased to four [3]. And in 2017, by modeling the gravitational velocity field using

«Cos-micflows-3» database on 17966 galaxies, B. Tully group showed [4] that the local flow is dominated by Shaply supercluster attractor and Aquarius supervoid (Repeller). Thus, the data [1, 3] received independent confirmation. In 2022, the Hubble dipole was added to the list of large-scale gravitational dipoles [5].

An effective analysis of the hypothesis of gravitational dipoles of large-scale heterogeneity as an alternative to the hypothesis of «accelerating the expansion of the Universe» turned out to be possible thanks to a new method of structural-parametric identification of mathematical models of measurement objects — the maximum compactness method [6–8].

Methods and materials; results. The data was analyzed, on the basis of which, in three samples from the works [9, 10], it was concluded that there was an «acceleration of the expansion of the Universe», as well as the work [11]. At the same time, for each data sample and their combinations, models of isotropic and anisotropic scales of cosmological states were constructed based on the redshift in the emission spectra of supernovae of type SN Ia, respectively, according to «MMK–stat» and «MMK–stat M» programs [6]. The hypotheses of degeneracy, continuity, and compositional uniformity of models, as well as alternative hypotheses, were subjected to statistical verification in the class of multidimensional power series. All samples did not form a compositionally homogeneous set. The anisotropic model of the 2nd order distance scale for a sample of $N = 79$ SN Ia turned out to be the best by the criterion of the minimum of the average error modulus of inadequacy and in the absence of a «zero»-point [9, 10]. The greatest interest was aroused by the dislocations and rank inversions of this model, which coincided not only with the coordinates of all five gravitational dipoles of large-scale inhomogeneity, but also with the predicted [9, 10] characteristics of the so-called «cosmic shock» [12].

Conclusion. According to the criterion of the minimum error of the inadequacy of the model of the scale of cosmological distances based on redshift in the class of multidimensional power series, it is more plausible to assume that in the works of 1998–1999 [9, 10] the decomposition of the «law of red-shift» was mistakenly perceived as evidence of the existence of an «acceleration of the expansion of the Universe». This fact explains the reasons that prompted V. Friedman, the leader of the Hubble Space Telescope project, to declare a deadlock in cosmology.

References

- [1] Levin S.F. Photometric scale of cosmological distances. Part II. «New data» matches. *Measurement Techniques*, 2014, no. 4, pp. 3–7. (In Russ.). <https://doi.org/10007/s11018-014-0464-6>
- [2] Zehavi I., Riess A. G., Kirshner R. P., Dekel A. A Local Hubble Bubble from Type Ia Supernovae? *Astrophysical Journal*, 1998, no. 503 (2), pp. 483–491. <https://doi.org/10.1086/306015>
- [3] Levin S.F. The scale of cosmological distances. Part 6. Statistical anisotropy of redshift. *Measurement Techniques*, 2017, no. 5, pp. 3–6. (In Russ.). <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1211-6>
- [4] Courtois H.M., Tully R.B., Racah Y.H., Pomarede D., Graziani R., Dupuy A. Cosmicflows-3: Cold Spot Repeller? *The Astrophysical Journal*, 2017, vol. 847, no. 1, art. no. 55. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/aa88b2>

- [5] Levin S.F. The scale of cosmological distances. Part 14: The Hubble bubble and the gravitational dipole. *Measurement Techniques*, 2023, no. 2, pp. 4–11. (In Russ.). <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2023-2-4-11>
- [6] Recommendations on metrology R 50.2.004–2000. GSI. *Determination of characteristics of mathematical models of dependencies between physical quantities in solving measurement problems. The main provisions*. Moscow, Gosstandart of Russia Publ., 2000. (In Russ.).
- [7] Recommendation MI 1317–2004. GSI. *Results and characteristics of measurement error. Forms of representation. Methods of use in testing of product samples and control of their parameters*. Moscow, VNIIMS Publ., 2004. (In Russ.).
- [8] Recommendation MI 2916–2005. GSI. *Identification of probability distributions in solving measurement problems*. Moscow, Gosstandart of Russia Publ., 2000. (In Russ.).
- [9] Riess A. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astronomical journal*, 1998, vol. 116, pp. 1009–1038. <https://doi.org/10.1086/300499>
- [10] Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 high-red shift supernovae. *Astrophysical Journal*, 1999, vol. 517, pp. 565–586. <http://dx.doi.org/10.1086/307221>
- [11] Pruzhinskaya M.V. *Supernovae, gamma-ray bursts and accelerated expansion of the universe*. Diss. Cand. Phys.-Math. Sci. Moscow, Lomonosov MSU Publ., 2014, 149 p. (In Russ.).
- [12] Levin S.F. Scale of cosmological distances. Part 11. “Extraordinary” evidence and the problem of the “cosmic push”. *Measurement Techniques*, 2020, no. 11, pp. 3–8. (In Russ.). <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-11-3-18>

УДК 520.25

Экстремальная Вселенная и глобальная сеть МАСТЕР

Липунов Владимир Михайлович

lipunov2007@gmail.com

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Аннотация. В начале XXI века стало очевидным, что применение роботизированных обсерваторий в астрономии позволяет совершить прорыв в исследовании резко нестационарных и короткоживущих явлений во Вселенной. С помощью роботизированных обсерваторий, построенных в развитых странах, удалось открыть собственное оптическое излучение самых мощных взрывов во Вселенной — гамма-всплесков. Открытие десятков и сотен сверхновых звезд позволило заподозрить существование так называемой «темной» энергии или энергии космического вакуума. Относительная доступность малых телескопов дает возможность повышать эффективность наблюдений, увеличивая их число и размещая их в разных географических точках.

Россия, как самая протяженная по долготе страна в мире, является незаменимым местом для подобных исследований. Первый российский робот-телескоп МАСТЕР был создан в 2002 году и установлен под Москвой (В.М. Липунов др. 2007).

Дальнейшее развитие сеть МАСТЕР получила в 2008–2010 гг., когда были запущены в строй 4 обсерватории, оснащенные телескопами МАСТЕР II и камерами сверх широкого поля зрения. А, начиная с 2012 года, сеть МАСТЕР становится глобальной, и уже в 2016 г. мы установили три заграничных обсерватории в Южной Африке, на Канарах и в Аргентине. В конце 2021 года был установлен аналогичный комплекс в Мексике. Положение узлов Глобальной сети МАСТЕР на начало 2022 года показано на рисунке.



Положение узлов Глобальной сети МАСТЕР

Сеть телескопов МАСТЕР II (Lipunov et al., 2010) открывает более 10 типов астрономических объектов. Сеть МАСТЕР используется для решения следующих наблюдательных задач: локализация и синхронные поляризационные наблюдения гамма-всплесков; локализация гравитационно-волновых всплесков; оперативные наблюдения и поиск источника нейтрино высоких и сверхвысоких энергий; наблюдения и локализация источников быстрых радио-всплесков (FRB); поиск сверхновых, новых и взрывных переменных; открытие опасных астероидов, комет; регистрация всплесков-сирот.

УДК 520.607

Исследование эффектов второго порядка по гравитационному полю и возможности детектирования темной материи в космических экспериментах с атомными часами

Литвинов Дмитрий Александрович^{1,2}

litvirq@yandex.ru

SPIN-код: 7017-1441

Пилипенко Сергей Владимирович¹

spilipenko@asc.rssi.ru

¹ Астрокосмический центр ФИАН, Москва, Россия² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Работа посвящена теоретическому исследованию возможности экспериментальной проверки общей теории относительности (ОТО) и эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ) с использованием атомных часов, размещаемых на космических аппаратах. Построена модель преобразования частоты сигналов в экспериментах с компенсацией нерелятивистского эффекта Доплера, учитывающая релятивистские поправки второго порядка по гравитационному потенциалу и четвертого порядка по скорости аппарата. Показано, что с помощью космических аппаратов, оснащенных высокостабильными атомными часами, можно достичь существенного повышения точности измерения постньютоновских параметров. Также рассматривается потенциал подобных экспериментов для измерения спина Солнца и поиска темной материи. Предложены оптимальные орбитальные конфигурации для ряда сценариев.

Ключевые слова: гравитационное замедление времени, атомные часы, темная материя

Введение. Поиск отклонений от эйнштейновского принципа эквивалентности и основанной на нем ОТО имеет огромное значение как для фундаментальной физики, так и для задачи построения глобальных навигационных спутниковых систем нового поколения [1]. Одним из следствий принципа эквивалентности является эффект гравитационного замедления времени, или гравитационного смещения частоты, который имеет практическое значение и для существующих навигационных систем ГЛОНАСС, GPS, Galileo, Beidou. Отклонение величины гравитационного замедления времени от предсказываемой в рамках ОТО является неизбежным следствием большинства теорий объединенных взаимодействий, вследствие чего прецизионное измерение данного эффекта является сферой активного экспериментального исследования [2].

Методы и материалы; результаты. Атомные часы являются необходимым элементом значительного числа экспериментов по поиску отклонений от ОТО. В связи с недавним прогрессом в технике их создания (ростом стабильности и точности до 10^{-18} и выше, в терминах относительной частоты) в ближайшее десятилетие ожидается увеличение на несколько порядков точности уже известных экспериментов, а также появляется возможность

проведения измерений качественно нового типа. Разработка теоретического базиса для планирования и интерпретации результатов подобных экспериментов, исследование доступных для измерения эффектов и оценка предельной точности их измерения являются поэтому крайне важными задачами.

В работе разработана теоретическая модель, описывающая преобразование частоты сигналов в космических экспериментах с использованием схемы компенсации нерелятивистского эффекта Доплера и учитывающая эффекты 2-го порядка по гравитационному полю и 4-го порядка по скорости космических аппаратов. С ее помощью обоснована возможность и оценена точность измерения ряда параметров, характеризующих отклонения от ОТО в рамках метрических и неметрических теорий гравитации, с помощью космических аппаратов, оснащенных различными типами атомных часов. Например, параметр ϵ , характеризующий отклонение от ЭПЭ, в гравитационном поле Земли может быть измерен с точностью $\sim 10^{-10}$, что на 5 порядков лучше результата GREAT [3], а постньютоновский параметр γ — с точностью $\sim 10^{-8}$, что на 3 порядка лучше результата Cassini [4]. Также появляется возможность проведения принципиально нового типа измерения спина Солнца [5] и детектирования темной материи, состоящей из легких скалярных частиц [6]. Для некоторых из этих экспериментов нами найдены оптимальные конфигурации орбит космических аппаратов.

Заключение. Проведенное исследование демонстрирует высокую значимость и перспективность использования современных атомных часов в космических экспериментах по тестированию фундаментальных принципов гравитационной физики. Построенная нами модель позволяет не только уточнить существующие оценки отклонений от ОТО, но и предлагает новые методы измерения ключевых физических параметров с беспрецедентной точностью. Полученные результаты могут служить основой для проектирования будущих миссий, направленных на проверку метрических и неметрических теорий гравитации, исследование спина Солнца и поиск проявлений темной материи. Все это делает подобные эксперименты важным направлением в развитии как фундаментальной науки, так и прикладных технологий, включая системы навигации нового поколения.

Список источников

- [1] Damour T. Theoretical aspects of the Equivalence principle. *Classical and Quantum Gravity*, 2012, vol. 29, art. no. 184001.
- [2] Derevianko A. et al. Fundamental physics with a state-of-the-art optical clock in space. *Quantum Science and Technology*, 2022, vol. 7, no. 4, art. no. 044002.
- [3] Litvinov D., Pilipenko S. Testing the Einstein equivalence principle with two Earth-orbiting clocks. *Classical and Quantum Gravity*, 2021, vol. 38, no. 13, art. no. 135010.
- [4] Litvinov D.A. Prospects for Measuring the Post-Newtonian Parameter Using Two Satellites Equipped with Highly Stable Atomic Clocks. *Astronomy Letters*, 2024, vol. 50, no. 4, pp. 221–229.

- [5] Pilipenko S.V. et al. Measuring the Sun's Angular Momentum Using the Gravitomagnetic Frequency Shift Effect. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*, 2024, vol. 51, no. 2, pp. 70–76.
- [6] Pilipenko S.V. et al. Principles of the wave dark matter detection in gravitational redshift experiments in the Solar System. *Astronomy Reports*, 2024, vol. 68, no. 3, pp. 300–311.

Exploring gravitational effects of second-order in the gravitational potential and the possibility of dark matter detection in space-based experiments with atomic clocks

Litvinov Dmitry Aleksandrovich^{1,2}

litvirq@yandex.ru

SPIN-code: 7017-1441

Pilipenko Sergey Vladimirovich¹

spilipenko@asc.rssi.ru

¹ASC LPI, Moscow, Russia

²BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The paper is devoted to a theoretical study of the possibility of experimental verification of the general theory of relativity (GR) and the Einstein equivalence principle (EEP) using atomic clocks placed on spacecraft. A model of signal frequency conversion in experiments with compensation for the nonrelativistic Doppler effect is constructed, taking into account relativistic corrections of the second order in the gravitational potential and the fourth order in the velocity of the spacecraft. It is shown that using spacecraft equipped with highly stable atomic clocks, it is possible to achieve a significant increase in the accuracy of measuring post-Newtonian parameters. The potential of such experiments for measuring the spin of the Sun and searching for dark matter is also considered. Optimal orbital configurations are proposed for a number of scenarios.

Keywords: gravitational time dilation, atomic clocks, dark matter

Introduction. The search for deviations from Einstein's equivalence principle (EEP) and general relativity (GR) based on it is of great importance both for fundamental physics and for the task of constructing a new generation of global navigation satellite systems [1]. One of the consequences of the equivalence principle is the effect of gravitational time dilation, or gravitational frequency shift, which is of practical importance for the existing navigation systems GLONASS, GPS, Galileo, Beidou. The deviation of the magnitude of gravitational time dilation from that predicted within the framework of GR is an inevitable consequence of most theories of unified interactions, as a result of which the precision measurement of this effect is an area of active experimental research [2].

Methods and materials; results. Atomic clocks are an essential element of a significant number of experiments searching for deviations from GR. Due to recent progress in the technology of their creation (increased stability and accuracy up to 10^{-18} and higher, in terms of relative frequency), an increase in the accuracy of already known experiments by several orders of magnitude is expected in the next decade, and the possibility of conducting qualitatively new types of measurements

will also appear. Laying a theoretical basis for planning and interpreting the results of such experiments, studying the effects accessible for measurement and assessing the ultimate accuracy of their measurement are therefore extremely important tasks. We have constructed a theoretical model describing the conversion of signal frequencies in space experiments using a compensation scheme for the nonrelativistic Doppler effect and taking into account the effects of the 2nd order in the gravitational field and the 4th order in the velocity of spacecraft. With its help, the possibility is substantiated and the accuracy of measuring a number of parameters characterizing deviations from GR within the framework of metric and nonmetric theories of gravitation, using spacecraft equipped with various types of atomic clocks. For example, the parameter ϵ , which characterizes the deviation from EEP, in the gravitational field of the Earth can be measured with an accuracy of $\sim 10^{-10}$, which is 5 orders of magnitude better than the GREAT result [3], and the post-Newtonian parameter γ — with an accuracy of $\sim 10^{-8}$, which is 3 orders of magnitude better than the Cassini result [4]. It also becomes possible to conduct a fundamentally new type of measurement of the Sun's spin [5] and detect dark matter consisting of light scalar particles [6]. For some of these experiments, we have found optimal configurations of spacecraft orbits.

Conclusion. The conducted research demonstrates the high significance and prospects of using modern atomic clocks in space experiments to test the fundamental principles of gravitational physics. The model we have constructed allows us not only to refine the existing estimates of deviations from the general theory of relativity, but also offers new methods for measuring key physical parameters with unprecedented accuracy. The results obtained can serve as a basis for designing future missions aimed at testing metric and non-metric theories of gravity, studying the spin of the Sun and searching for manifestations of dark matter. All this makes such experiments an important direction in the development of both fundamental science and applied technologies, including new-generation navigation systems.

References

- [1] Damour T. Theoretical aspects of the Equivalence principle. *Classical and Quantum Gravity*, 2012, vol. 29, art. no. 184001.
- [2] Derevianko A. et al. Fundamental physics with a state-of-the-art optical clock in space. *Quantum Science and Technology*, 2022, vol. 7, no. 4, art. no. 044002.
- [3] Litvinov D., Pilipenko S. Testing the Einstein equivalence principle with two Earth-orbiting clocks. *Classical and Quantum Gravity*, 2021, vol. 38, no. 13, art. no. 135010.
- [4] Litvinov D.A. Prospects for Measuring the Post-Newtonian Parameter Using Two Satellites Equipped with Highly Stable Atomic Clocks. *Astronomy Letters*, 2024, vol. 50, no. 4, pp. 221–229.
- [5] Pilipenko S.V. et al. Measuring the Sun's Angular Momentum Using the Gravitomagnetic Frequency Shift Effect. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*, 2024, vol. 51, no. 2, pp. 70–76.
- [6] Pilipenko S.V. et al. Principles of the wave dark matter detection in gravitational redshift experiments in the Solar System. *Astronomy Reports*, 2024, vol. 68, no. 3, pp. 300–311.

УДК 524

О смысле гипотезы Эйнштейна на примере метрики Шварцшильда и синхронной метрики

Мейерович Борис Эдуардович(*)

meierovich@mail.ru

ИФП им. П.Л. Капицы РАН, Москва, Россия

Аннотация. При относительном сравнении свойств метрики Шварцшильда и синхронной метрики проявляется глубокий смысл гипотезы Эйнштейна о выборе системы координат. В синхронной системе отсчета материя может находиться в статическом состоянии, но только будучи сжатой собственным гравитационным полем до ультрарелятивистского предела $p = -\varepsilon/3$. Статическое состояние предельно сжатой материи может существовать независимо от ее внутреннего строения.

Ключевые слова: гравитационное поле, метрический тензор, детерминант, синхронная система координат, уравнения Эйнштейна

Введение, методы и материалы; результаты. В гравитационном поле статического сферически симметричного объекта, согласно решению Шварцшильда [1], на гиперповерхности $r = r_g$ компоненты метрического тензора g_{00} и g_{rr} «меняются знаками». В решении Шварцшильда имеет место сингулярность в центре. Это обстоятельство не осталось незамеченным Эйнштейном. Вот цитата из его статьи [2]: «Если окажется, что в каком-то месте четырехмерного континуума $\det g_{ik}$ обращается в нуль, то это означает, что в этом месте бесконечно малый «естественный» объем соответствует конечному координатному объему. Мы полагаем, что этого нигде нет. В этом случае $\det g_{ik}$ не может изменить свой знак; мы примем, в соответствии со специальной теорией относительности, что $\det g_{ik}$ всегда имеет конечное и отрицательное значение. Это предположение является гипотезой о физической природе рассматриваемого континуума и, в то же время, правилом, касающимся выбора системы координат» (см. [2], сразу за уравнением (18a)).

Реальный смысл гипотезы Эйнштейна заключается в том, что при отсутствии сингулярности можно (даже желательно) выбрать систему координат, в которой определитель и сигнатура метрики не меняют знаков. Из свойства инвариантности уравнений Эйнштейна вовсе не следует, что знаки компонент метрического тензора можно фиксировать заранее при любой системе координат.

На протяжении ста лет, имея в виду гипотезу Эйнштейна, метрика Шварцшильда

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = e^{\nu(r)} (dx^0)^2 - e^{\lambda(r)} (dr)^2 - r^2 \left[(d\theta)^2 + (\sin\theta)^2 (d\phi)^2 \right] \quad (1)$$

традиционно используется для анализа свойств гравитирующих статических сферически симметричных объектов [1]. Экспонентами $g_{00} = e^{\nu(r)} > 0$ и

$g_{rr} = -e^{\lambda(r)} < 0$ заранее фиксируются знаки компонент метрического тензора g_{ik} . Компонентой $g_{22}(r) = -r^2$ Шварцшильд заранее фиксирует такую систему отсчета, в которой отношение длины окружности к диаметру равно π , независимо от расстояния r от центра. Решение уравнения Эйнштейна (100.6) в [3] в виде $e^{\lambda(r)} = 1 - (\kappa / r) \int_0^r T_0^0(x) x^2 dx = 1 - (2k / c^2 r) M(r)$ ограничивает полную массу $M = M(r_h)$. Экспонента $e^{\lambda(r)}$ не может быть отрицательной. Поэтому полная масса $M \leq (c^2 / 2k) r_h$.

Без экспоненты $e^{\lambda(r)}$ то же самое решение $g^{rr}(r) = -1 + (2k / c^2 r) M(r)$ является регулярным при любой полной массе M . Внутри объекта с удалением от центра $g^{rr}(r)$ растет. Вне объекта полная масса M остается постоянной, и компонента $g^{rr}(r) = -1 + \frac{2k}{c^2 r} M(r_h)$ возвращается обратно к -1 при $r \rightarrow \infty$. $g^{rr}(r)$ имеет максимум при $r = r_m$. Если в максимуме $g^{rr}(r_m)$ масса $M(r_m) < (c^2 / 2k) r_m$, то $g^{rr}(r) < 0$ и не меняет знак. Если же $M(r_m) > (c^2 / 2k) r_m$, то $g^{rr}(r)$ дважды меняет знак: $g^{rr}(r) = 0$ при $r = r_g < r_m$ и при $r = r_h > r_m$. В сферическом слое $r_g < r < r_h$ $g^{rr}(r) > 0$. Радиусы r_g и r_h , на которых $g^{rr}(r) = 0$, называются гравитационными. На границе $M(r_m) = (c^2 / 2k) r_m$ радиусы $r_g = r_h = r_m$ совпадают.

Применительно к решению системы уравнений Эйнштейна и Клейна-Гордона метрика Шварцшильда (1) оказывается неполной. Неполнота метрики Шварцшильда была замечена Крускалом [4] еще в 1960-м году. Фактически почти та же самая метрика (1), но использованная без экспонент, а просто

$$ds^2 = g_{00}(r)(dx^0)^2 + g_{rr}(r)(dr)^2 - r^2[(d\theta)^2 + (\sin\theta)^2(d\phi)^2], \quad (2)$$

оказалась полной для регулярного решения [5, 6] системы уравнений Эйнштейна и Клейна — Гордона. Однако если масса $M > (c^2 / 2k) r_m$, то $\det g_{ik}$ и $g^{rr}(r)$ становятся положительными в сферическом слое внутри гравитирующего объекта. До появления моих статей [5] и [6], следуя гипотезе Эйнштейна, область пространства, в которой $\det g_{ik} > 0$, сочли не физической. Пограничный гравитационный радиус r_h поверхности черной дыры назвали горизонтом событий.

В действительности знаки $\det g_{ik}$ и $g^{rr}(r)$ не инвариантны относительно изменения системы координат. В классе регулярных решений можно перейти к метрике, в которой $\det g_{ik}$ и $g^{rr}(r)$ отрицательны. Статическое регулярное решение системы уравнений Эйнштейна и Клейна — Гордона [5, 6] не зависит от времени. Внутри центральной области $0 \leq r \leq r_g$ (в которой $g^{rr}(r) < 0$) метрическая компонента g_{00} оказалась константой, не зависящей от радиуса r . Поэтому было естественно перейти к синхронной системе отсчета. То есть положить $g_{00} = 1$, а вместо фиксированного заранее в (2) $g_{22}(r) = -r^2$ оставить просто $g_{22}(r)$:

$$ds^2 = (dx^0)^2 + g_{rr}(r)(dr)^2 + g_{22}(r)[(d\theta)^2 + (\sin\theta)^2(d\phi)^2]. \quad (3)$$

Считается, что «материя в пространстве не может, вообще говоря, покоиться в синхронной системе отсчета» [3, §97]. Исключением является случай «пылевидной» материи, когда частицы не взаимодействуют друг с другом. У нас это как раз именно этот случай, ибо в максимально сжатом состоянии гравитация доминирует над всеми другими взаимодействиями частиц.

В статическом гравитационном поле в синхронной системе отсчета компонента тензора Риччи $R_0^0 = 0$. Поэтому удобно работать с уравнениями Эйнштейна в виде: $R_i^k = \kappa \left(T_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k T \right)$, $\kappa = \frac{8\pi}{c^4} k$. Как известно ([3, формула (94.9)), тензор энергии-импульса $T_i^k = (p + \varepsilon)u_i u^k - p g_i^k$. В состоянии покоя 4-скорость $u_i = \delta_{i0}$. Так что $T_0^0 - \frac{1}{2} T = \frac{1}{2}(\varepsilon + 3p)$. При $R_0^0 = 0$ из уравнения Эйнштейна $R_0^0 = \frac{1}{2} \kappa (\varepsilon + 3p)$ следует, что в синхронной системе отсчета материя может находиться в статическом состоянии только будучи сжатой собственным гравитационным полем до ультрарелятивистского предела $p = -\varepsilon/3$. Обратите внимание, когда материя стремится к расширению давление $p > 0$. А если материя стремится к сжатию, то давление $p < 0$. В синхронных координатах гравитационные радиусы r_g и r_h , так же как и в метрике Шварцшильда, выделяются тем, что в решениях системы уравнений Эйнштейна и Клейна — Гордона с граничными условиями на радиусах $r = r_g$ и $r = r_h$ нарушается теорема существования и единственности. В отличие от метрики Шварцшильда, в синхронных координатах при $r = r_g$ и $r = r_h$ метрическая компонента $g^{rr}(r)$ в нуль не обращается.

Подстановкой $dx = \sqrt{-g_{rr}(r)}dr$, $x(r) = \int_0^r \sqrt{-g_{rr}(r)}dr$, $g_{22}(x) = g_{22}(r(x))$ интервал (3) становится зависимым только от одной метрической компоненты $g_{22}(x)$:

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx)^2 + g_{22}(x) \left\{ (d\theta)^2 + (\sin \theta d\phi)^2 \right\}. \quad (4)$$

Метрическая функция $g_{rr}(r) < 0$ остается произвольной. Этот произвол означает, что статическое состояние материи, сжатой собственным гравитационным полем до ультрарелятивистского предела, может существовать независимо от внутреннего состава объекта. Имея в виду черную дыру, состоящую из однородной среды конденсата Бозе — Эйнштейна, решение системы уравнений Эйнштейна и Клейна — Гордона в синхронных координатах изложено в статье [7].

Заключение. Понимание глубокого смысла гипотезы Эйнштейна позволило выяснить, что в синхронной системе отсчета материя может находиться в статическом состоянии, но только будучи сжатой собственным гравитационным полем до ультрарелятивистского предела. Такое состояние материи может существовать независимо от внутреннего состава.

Список источников

- [1] Schwarzschild K. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Academie der Wissenschaften*, Berlin, Germany, 1916, pp. 189–196.
- [2] Einstein A. Die Grundlagentheorie der allgemeinen Relativitätstheorie. *Ann. Phys.*, 1916, vol. 49, art. no. 769.
- [3] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Moscow, Nauka Publ., 1995.
- [4] Kruskal M.D. Maximal extension of Schwarzschild metric. *Phys. Rev.*, 1960, vol. 119, art. no. 1743.
- [5] Meierovich B.E. Static state of a black hole supported by dark matter. *Universe*, 2019, vol. 5, art. no. 198.
- [6] Meierovich B.E. Guessing the Riddle of a Black Hole. *Universe*, 2020, vol. 6, art. no. 113.
- [7] Мейерович Б.Э. Черная дыра и темная материя в синхронной системе координат. *ЖЭТФ*, 2023, т. 5, 660–668.

On the Meaning of Einstein's Hypothesis Considering the Schwarzschild Metric and the Synchronous Metric the Example

Meierovich Boris Edwardovich(*)

meierovich@mail.ru

P.L. Kapitza IPP RAS, Moscow, Russia

Abstract. Comparing the properties of the Schwarzschild metric and the synchronous metric, the real meaning of Einstein's hypothesis on the choice of a coordinate system is revealed. In a synchronous reference system, matter can be in a static state, but only when compressed by its own gravitational field to the ultrarelativistic limit. The static state of extremely compressed matter can exist regardless of its internal structure.

Keywords: metric tensor, determinant, synchronous coordinate system, Einstein equations

Introduction, methods and materials; results. In the gravitational field of a static spherically symmetric object, according to the Schwarzschild solution [1], the components of the metric tensor g_{00} and g_{rr} “change signs” on the hypersurface $r = r_g$. In the Schwarzschild solution there is a singularity at the center. This circumstance did not go unnoticed by Einstein. Here is a quote from his article [2]: “If it turns out that in some place of the four-dimensional continuum $\det g_{ik}$ vanishes, then it means that at this place the infinite small “natural” volume corresponds to the finite coordinate volume. We assume that this is nowhere to be found. In this case, $\det g_{ik}$ cannot change its sign; we will accept, in accordance with the special theory of relativity, that $\det g_{ik}$ always has a finite and negative value. This assumption is a hypothesis about the physical nature of the considered continuum and, at the same time, a rule concerning the choice of a coordinate system.” (see [2], under the equation (18a)). The real meaning of Einstein's hypothesis is that in the absence of singularity it is possible (even desirable) to choose a coordinate system in which the determinant and signature of the metric do not change signs. It does not follow from the invariance property of Einstein's equations that the signs of the components of the metric tensor can be fixed in advance for any coordinate system.

For a hundred years, bearing in mind Einstein's hypothesis, the Schwarzschild metric

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = e^{\nu(r)} (dx^0)^2 - e^{\lambda(r)} (dr)^2 - r^2 \left[(d\theta)^2 + (\sin\theta)^2 (d\phi)^2 \right] \quad (1)$$

has traditionally been used to analyze the properties of gravitating static spherically symmetric objects [1]. The signs of the components of the metric tensor g_{ik} are fixed in advance by the exponents $g_{00} = e^{\nu(r)} > 0$ и $g_{rr} = -e^{\lambda(r)} < 0$. By the component $g_{22}(r) = -r^2$ Schwarzschild fixes in advance such a frame of reference in which the ratio of the circumference to the diameter is equal to π , regardless of the

distance r from the center. The solution to the Einstein equation (100.6) in [3] in the form $e^{\lambda(r)} = 1 - (\kappa / r) \int_0^r T_0^0(x) x^2 dx = 1 - (2k / c^2 r) M(r)$ limits the total mass $M = M(r_h)$. The exponent $e^{\lambda(r)}$ cannot be negative. Therefore, the total mass is $M \leq (c^2 / 2k) r_h$.

Without the exponent $e^{\lambda(r)}$, the same solution is $g^{rr}(r) = -1 + (2k / c^2 r) M(r)$ regular for any total mass of M . It grows inside the object with distance from $g^{rr}(r)$ the center. Outside the object, the total mass M remains constant, and the component $g^{rr}(r) = -1 + \frac{2k}{c^2 r} M(r_h)$ returns back -1 to at $r \rightarrow \infty$. Without the exponent $e^{\lambda(r)}$, the same solution $g^{rr}(r) = -1 + (2k / c^2 r) M(r)$ is regular for any total mass M . Inside the object, with distance from the center, $g^{rr}(r)$ increases. Outside the object, the total mass M remains constant, and the component $g^{rr}(r) = -1 + \frac{2k}{c^2 r} M(r_h)$ returns back to -1 at $r \rightarrow \infty$. $g^{rr}(r)$ has a maximum at $r = r_m$. If in the maximum $g^{rr}(r_m)$ the mass $M(r_m) < (c^2 / 2k) r_m$, then $g^{rr}(r) < 0$ and does not change sign. If $M(r_m) > (c^2 / 2k) r_m$, then $g^{rr}(r)$ changes sign twice $g^{rr}(r) = 0$ при $r = r_g < r_m$ and at $r = r_h > r_m$. In a spherical layer $r_g < r < r_h$ $g^{rr}(r) > 0$. The radii r_g and r_h , on which $g^{rr}(r) = 0$, are called gravitational. At the boundary $M(r_m) = (c^2 / 2k) r_m$ the radii $r_g = r_h = r_m$ coincide.

For the solution to Einstein and Klein — Gordon equations, the Schwarzschild metric (1) turns out to be incomplete. The incompleteness had been noticed by Kruskal [4] back in 1960. In fact, almost the same metric (1), but used without exponents, just simply

$$ds^2 = g_{00}(r)(dx^0)^2 + g_{rr}(r)(dr)^2 - r^2[(d\theta)^2 + (\sin\theta)^2(d\phi)^2], \quad (2)$$

turned out to be complete for the regular solution to the set of Einstein and Klein-Gordon equations [5]-[6]. However, if the mass $M > (c^2 / 2k) r_m$, then $\det g_{ik}$ and $g^{rr}(r)$ become positive in a spherical layer $r_g < r < r_h$ inside a gravitating object. Before my articles [5] and [6] appeared, the region of space in which $\det g_{ik} > 0$, was considered as non-physical. The gravitational radius r_h of a black hole surface was called the event horizon.

The signs of $\det g_{ik}$ and $g^{rr}(r)$ are not invariant with respect to changes of a coordinate system. In the class of regular solutions, one can change to a metric in which $\det g_{ik}$ и $g^{rr}(r)$ are negative. A static regular solution to the Einstein and Klein — Gordon equations [5, 6] is independent of time. Inside the central region $0 \leq r \leq r_g$ (in which $g^{rr}(r) < 0$), the metric component g_{00} turned out to be a constant independent of the radius r . Therefore, it was natural to move to a synchronous reference system. That is, to put $g_{00} = 1$, and instead of $g_{22}(r) = -r^2$ in (2), simply leave $g_{22}(r)$:

$$ds^2 = (dx^0)^2 + g_{rr}(r)(dr)^2 + g_{22}(r) \left[(d\theta)^2 + (\sin \theta)^2 (d\phi)^2 \right]. \quad (3)$$

It is believed that "matter in space cannot, generally speaking, be at rest in a synchronous frame of reference" [3], §97. An exception is the case of "dust-like" matter, when particles do not interact with each other. In our case, this is precisely the case, since in the maximally compressed state, gravity dominates over all other particle interactions.

In a static gravitational field in a synchronous frame of reference, the Ricci tensor component is $R_0^0 = 0$. Therefore, it is convenient to work with Einstein's equations in the form: $R_i^k = \kappa (T_i^k - \delta_i^k T / 2)$. As is known ([3, formula (94.9)]), the energy-momentum tensor is $T_i^k = (p + \varepsilon) u_i u^k - p g_i^k$. At rest, 4-velocity $u_i = \delta_{i0}$. So $T_0^0 - T / 2 = (\varepsilon + 3p) / 2$. At $R_0^0 = 0$, it follows from the Einstein equation $R_0^0 = \kappa (\varepsilon + 3p) / 2$ that in a synchronous frame of reference, matter can be in the static state only when compressed by its own gravitational field to the ultrarelativistic limit $p = -\varepsilon / 3$. Note that when matter tends to expand, the pressure $p > 0$. And if matter tends to contract, then the pressure $p < 0$. In synchronous coordinates, the gravitational radii r_g и r_h , like in the Schwarzschild metric, are distinguished by the fact that in solutions of the Einstein and Klein — Gordon equations with boundary conditions on the radii $r = r_g$ и $r = r_h$ the theorem of existence and uniqueness is violated. Unlike the Schwarzschild metric, in synchronous coordinates, for $r = r_g$ и $r = r_h$, the metric component $g^{rr}(r)$ does not vanish. By substitution $dx = \sqrt{-g_{rr}(r)} dr$, $x(r) = \int_0^r \sqrt{-g_{rr}(r)} dr$, $g_{22}(x) = g_{22}(r(x))$, interval (3) becomes dependent on only one metric component $g_{22}(x)$:

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx)^2 + g_{22}(x) \left\{ (d\theta)^2 + (\sin \theta d\phi)^2 \right\} \quad (4)$$

The metric function $g_{rr}(r) < 0$ remains arbitrary. This arbitrariness means that the static state of matter compressed by its own gravitational field to the ultrarelativistic limit can exist independently of the internal composition of the object. With a black hole in mind, consisting of a homogeneous medium of Bose-Einstein condensate, the solution to the system of Einstein and Klein-Gordon equations in synchronous coordinates is presented in the article [7].

Conclusion. Understanding the deep meaning of Einstein's hypothesis made it possible to find out that in a synchronous frame of reference, matter can be in a static state, but only when compressed by its own gravitational field to the ultrarelativistic limit. Such a state of matter can exist regardless of its internal composition. Understanding the deep meaning of Einstein's hypothesis allowed us to find out the state, but only when compressed by its own gravitational field to the ultrarelativistic limit. Such a state of matter can exist regardless of its internal composition.

References

- [1] Schwarzschild K. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Academie der Wissenschaften*, Berlin, Germany, 1916, pp. 189–196.
- [2] Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Ann. Phys.*, 1916, vol. 49, art. no. 769.
- [3] Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Moscow, Nauka Publ., 1995.
- [4] Kruskal M.D. Maximal extension of Schwarzschild metric. *Phys. Rev.*, 1960, vol. 119, art. no. 1743.
- [5] Meierovich B.E. Static state of a black hole supported by dark matter. *Universe*, 2019, vol. 5, art. no. 198.
- [6] Meierovich B.E. Guessing the Riddle of a Black Hole. *Universe*, 2020, vol. 6, art. no. 113.
- [7] Meierovich B.E. Black Hole and Dark Matter in Synchronous Coordinate System. *JETP*, 2023, vol. 5, pp. 585–592.

УДК 52-337:629.785

Космический гравитационно-волновой детектор TianQin: концепция миссии и текущее состояние реализации проекта

Милюков Вадим Константинович^{1,2} ()*

vmilyukov@yandex.ru

SPIN-код: 3867-6342

¹ Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга,
МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

² Frontiers Science Center for TianQin, Sun Yat-sen University, Zhuhai Campus, China

Аннотация. TianQin — это космический детектор гравитационных волн, запуск которого ожидается около 2035 года. Он будет регистрировать гравитационные волны в диапазоне частот 0,1 мГц — 1 Гц, что даст возможность обнаружить гравитационные волны от большого количества источников, таких как слияние массивных черных дыр, галактические компактные двойные системы и другие. Миссия была официально предложена в 2014 году и уже прошла несколько важных этапов.

Ключевые слова: гравитационные волны, космический гравитационно-волновой детектор, проект TianQin

Введение. TianQin — это китайский национальный проект космического детектора гравитационных волн с международным сотрудничеством. Штаб-квартира проекта, Исследовательский центр TianQin, находится в Университете Сунь Ят Сена (Гуанчжоу-Чжухай). Детектор ГВ будет построен на трех идентичных космических аппаратах, образующих гигантский лазерный интерферометр на высокой геоцентрической орбите, и нацелен на регистрацию ГВ-излучения в диапазоне частот 0,1 МГц — 1 Гц [1].

Реализация проекта включает в себя разработку новых высокоточных методов измерения межспутниковой дальности (лазерная интерферометрия транспондерного типа) и компенсации негравитационных возмущений («спутник, свободный от сноса»), а также создание инновационных аналитических методов для моделирования орбит космических аппаратов, управления космической группировкой, обработки и анализа данных. Реализация миссии TianQin прошла несколько важных этапов.

Методы и материалы; результаты. Этапы реализации проекта; текущий прогресс. Космический детектор ГВ TianQin, запуск которого ожидается около 2035 года, предназначен для обнаружения ГВ в диапазоне частот $10^{-4} \sim 1$ Гц. Детектор TianQin должен быть реализован на трех идентичных космических аппаратах, размещенных на почти идентичных геоцентрических орбитах с большой полуосью $\sim 10^5$ км и формирующих почти равносторонний треугольник. КА будут оснащены лазерными системами, образующими лазерный интерферометр с длинами плеч, порядка 10^5 км. Опорные точки ин-

терферометра совмещены с пробными массами (ПМ) системы редукиции негравитационных возмущений, таким образом, интерферометр будет измерять расстояние между этими ПМ, находящимися в свободном падении.

Плоскость детектора TianQin почти перпендикулярна плоскости эклиптики, и Солнце будет проходить через фиксированную орбитальную плоскость TianQin каждые полгода. Чтобы защитить чувствительные приборы от прямого освещения Солнцем, на TianQin будет использована схема последовательных трехмесячных окон наблюдений (непрерывные наблюдения в течение трех месяцев, затем переход в безопасный режим на три месяца до возобновления следующих наблюдений). При такой схеме общая продолжительность сбора данных составит 2,5 года в течение 5-летнего существования миссии. TianQin нацелен на обнаружение различных астрофизических и космологических источников ГВ, таких как сверхкомпактные галактические бинарные звезды, слияния массивных черных дыр, захват звездных объектов массивной черной дырой и других. В качестве калибровочного источника выбрана двойная звезда J0806 (кандидат в ультракомпактную двойную систему белых карликов). При достижении планируемой чувствительности основной измерительной аппаратуры, ГВ, излучаемые калибровочным источником, будут зарегистрированы в первый трехмесячный цикл наблюдений с отношением сигнал/шум (SNR) около 10 [1].

Для реализации проекта TianQin была составлена технологическая дорожная карта «0123», предполагающая 4 этапа реализации проекта, каждый из которых должен заканчиваться соответствующим научным и практическим выходом.

Этап «0»: строительство обсерватории лунной лазерной дальнометрии, с помощью которой можно будет получать высокоточную информацию об орбитах космических аппаратов TianQin.

Этап «1»: запуск одиночного КА (аналог LISA Pathfinder) на околоземную орбиту для проверки работы системы редукиции негравитационных возмущений (drag free control) и оптической системы регистрации.

Этап «2»: запуск двух КА на круговую орбиту высотой ~400...450 км (аналог GRACE-FO). Технологическая цель миссии — проверка лазерной системы активного типа для измерений межспутниковых расстояний. Научная цель миссии — создание глобальных и региональных моделей гравитационного поля Земли.

Этап «TQ-3»: запуск группировки из трех спутников для формирования космического детектора ГВ TianQin и проведение детектирования ГВ в космосе.

Этап «0» и этап «1» были успешно выполнены, что позволило подготовить TianQin к точному определению дальности до спутников TianQin с помощью лазерной локации и продемонстрировать принципиальную возможность компенсировать негравитационные возмущения для КА TianQin [2–4]. Этап «2» был официально утвержден в 2021 году, а запуск пары спутников

TianQin-2 ожидается примерно в 2026 году. Также были проведены различные подготовительные работы для этапа «3», включая научные исследования, изучение миссии и разработку технологий [5].

Заключение. Формально пройдено половина пути реализации проекта TianQin. Реализованы два этапа миссии. За прошедшие 10 лет достигнут значительный прогресс, как в разработке научных задач миссии, так и в создании необходимых технологий. Предстоит вторая половина работы по реализации миссии TianQin, которая может оказаться наиболее сложной. Однако уже выполненные работы, а также темпы их реализации дают уверенность в том, что миссия TianQin будет успешно реализована и научные цели миссии будут достигнуты.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Luo Jun, Chen Li-Sheng, Duan Hui-Zong et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector. *Class. Quantum Grav.*, 2016, vol. 33, art. no. 035010.
<https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/3/035010>
- [2] Luo Jun, Bai Yan-Zheng, Cai Lin, Cao Bin, Wei-Ming et al. The first round result from the TianQin-1 satellite. *Class. Quant. Grav.*, 2020, vol. 37, art. no. 185013.
<https://doi.org/10.1088/1361-6382/aba66a>
- [3] Mei Jianwei, Bai Yan-Zheng, Bao Jiahui et al. The TianQin project: Current progress on science and technology. *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 2021, vol. 5, art. no. 05A107.
<https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa114>
- [4] Milyukov V.K. TianQin Space-Based Gravitational Wave Detector: Key Technologies and Current State of Implementation. *Astronomy Reports*, 2020, vol. 64, no. 12, pp. 1067–1077.
<https://doi.org/10.1134/S1063772920120070>
- [5] Luo Jun, Bai Shaojun, Bai Yan-Zheng et al. *Progress of the TianQin project*. 2025.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.11328>

Space-Borne Gravitational Wave Detector TianQin: Mission Concept and Current Progress of Implementation

Milyukov Vadim Konstantinovich^{1,2}(*)

vmilyukov@yandex.ru

SPIN-code: 3867-6342

¹Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia

²Frontiers Science Center for TianQin, Sun Yat-sen University, Zhuhai Campus, China

Abstract. TianQin is a space-based gravitational wave detector expected to launch around 2035. It will detect gravitational waves in the frequency band 0.1 mHz 1 Hz, offering the chance to detect gravitational waves from a large variety of sources, such as merging massive black holes, galactic compact binary systems, and so on. The mission was officially proposed in 2014 and has passed a couple of major milestones.

Keywords: gravitational waves, space-based gravitational wave detector, TianQin project

Introduction. TianQin is a Chinese national project of a space-based gravitational wave (GW) detector with international collaboration. The project headquarters, the TianQin Research Center, is located at Sun Yat Sen University (Guangzhou-Zhuhai). The GW detector will be constructed on three identical spacecraft, forming a giant laser interferometer in a high geocentric orbit, and aiming to record GW radiation in the 0.1 MHz — 1 Hz frequency band [1].

The project implementation involves the development of novel precision techniques for inter-satellite range measurements (transponder-type laser interferometry) and compensating non-gravitational disturbances ("drag-free satellite"), alongside the creation of innovative analytical methods for modeling spacecraft orbits, space constellation control, data processing and analysis. The TianQin mission implementation has passed a couple of major milestones.

Methods and materials; results. Stages of the project implementation; current progress. Expected to be launched around 2035, the space-based GW detector TianQin aims to detect GW in the frequency range $10^{-4} \sim 1$ Hz. TianQin will be an equilateral triangle constellation consists of three drag-free satellites, orbiting the Earth with orbital radii of about 10^5 km. The spacecraft will be equipped with laser systems forming a laser interferometer with arm lengths of the order of 10^5 km. The reference points of the interferometer are aligned with the test masses (TM) of the non-gravitational disturbance reduction system, so that the interferometer will measure the distance between these TMs in free fall. To protect the sensitive instruments from direct solar illumination, TianQin will use a scheme of consecutive three-month observation windows (continuous observations for three months, then a switch to safe mode for three months before resuming the next observations). With this scheme, the total duration of data collection will be 2.5 years during the 5-year mission lifetime. TianQin aims to detect various astrophysical and cosmological sources of GW, including ultracompact galactic binary stars, mergers of massive black holes, capture of stellar objects by a massive black hole, and others. The double star J0806 (a candidate for an ultracompact binary white dwarf system) is selected as a calibration source. When the planned sensitivity of the main instrumentation is reached, the GW emitted by the calibration source will be registered in the first three-month observation cycle with a signal-to-noise ratio (SNR) of about 10 [1].

In order to realize the TianQin project, a technological roadmap, entitled "0123", was drawn up. This roadmap envisages four stages of project realization, with each stage culminating in a corresponding scientific and practical output.

Phase "0": construction of a lunar laser ranging observatory that can be used to obtain high-precision orbital information of TianQin spacecraft.

Stage "1": launch of a single spacecraft (analog of LISA Pathfinder) into the Earth orbit to test the operation of non-gravitational disturbance reduction system (drag free control) and optical readout system.

Stage "2": launch of two satellites into the circular orbit of $\sim 400\div 450$ km altitude (analog of GRACE-FO). The technological goal of the mission is to test the

active type laser system for inter-satellite range measurements. The scientific goal of the mission is to create global and regional models of the Earth's gravity field.

Stage “3”: launch of a constellation of three satellites to form the TianQin space GW detector and conduct GW detection in space.

Both Stage “0” and Stage “1” have been successfully carried out, which have prepared TianQin to precisely range to the TianQin satellites with laser ranging and have demonstrated the principle capability of drag-free control for TianQin. Stage “2” has been officially approved in 2021 and a pair of TianQin-2 satellites are expected to be launched around 2026 to demonstrate the inter-satellite laser interferometry technology for TianQin. Various preparation work for Stage “3”, including science study, mission study and technology development, has also been carried out.

Conclusion. Formally, the first half of the TianQin project has been passed. Two phases of the mission have been realized. Over the past 10 years, significant progress has been made, both in developing the mission's science objectives and in developing the necessary technology. The second half of the work to realize the TianQin mission is forthcoming and may prove to be the most challenging. However, the work that has already been completed, along with the rate at which it has been implemented, provides assurance that the TianQin mission will be accomplished and that the scientific objectives of the mission will be achieved.

References

- [1] Luo Jun, Chen Li-Sheng, Duan Hui-Zong et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector. *Class. Quantum Grav.*, 2016, vol. 33, art. no. 035010. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/3/035010>
- [2] Luo Jun, Bai Yan-Zheng, Cai Lin, Cao Bin, Wei-Ming, et al. The first round result from the TianQin-1 satellite. *Class. Quant. Grav.*, 2020, vol. 37, art. no. 185013. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/aba66a>
- [3] Mei Jianwei, Bai Yan-Zheng, Bao Jiahui et al. The TianQin project: Current progress on science and technology. *Prog. Theor. Exp. Phys.*, 2021, vol. 5, art. no. 05A107. <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa114>
- [4] Milyukov V.K. TianQin Space-Based Gravitational Wave Detector: Key Technologies and Current State of Implementation. *Astronomy Reports*, 2020, vol. 64, no. 12, pp. 1067–1077. <https://doi.org/10.1134/S1063772920120070>
- [5] Luo Jun, Bai Shaojun, Bai Yan-Zheng, et al. *Progress of the TianQin project*. 2025. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.11328>

UDC 530.122

Gravitation, Cosmology and Nonsingular Universe

Minkevich Albert Vitoldovich

minkav@tut.by

Belarusian State University, Minsk, Belarus

Abstract. Isotropic cosmology built in the frame of the gauge gravitation theory in Riemann-Cartan space-time is investigated. It is shown that all cosmological models of flat, closed and open types are regular by certain restrictions on indefinite parameters of gravitational Lagrangian due to the conclusion about the possible existence of a limiting energy density in the nature. Physical processes at the beginning of cosmological expansion in dependence of limiting energy density and corresponding changes in the history of the early Universe compared to the Big Bang model are discussed. It is shown that gravitational interaction in astrophysics in dependence of space-time torsion is corrected in comparison with general relativity theory.

Keywords: cosmic singularity, gravity, modified gravity, space-time torsion, physics of the early universe

Introduction. Satisfying the correspondence principle with the general relativity theory (GR), the gauge gravitation theory in Riemann-Cartan space-time (GTRC) opens up possibilities for solving some fundamental problems of GR. Having as a gauge group the direct product of the 4-parametric group of space-time translations and the 6-parametric group of tetrad Lorentz transformations, GTRC is a theory of the gravitational field generated by Noether invariants corresponding to two subgroups of the gauge group, namely, by canonical energy-momentum tensor and tetrad spin moment tensor of gravitating matter [1, 2]. Unlike GR, in the frame of which the gravitational interaction in the case of ordinary gravitating matter with positive energy density and non-negative pressure always has the character of attraction, which increases with increasing energy density, the gravitational interaction in the frame of GTRC in certain situations can have the character of repulsion [1, 2]. This physical result was obtained on the basis of isotropic cosmology, constructed within the framework of GTRC using a general expression for the gravitational Lagrangian, which contains, in addition to scalar curvature, various quadratic in the curvature and the torsion invariants [3, 5]. Gravitational repulsion occurs in extreme conditions by extremely high energy density [3], as well as on a cosmological scale when the energy density is low and the vacuum effect of gravitational repulsion becomes significant [5].

Within the framework of the Big Bang cosmological model, gravitational singularity, which occurs at the beginning of the cosmological expansion, leads to cosmological problem related to the time limitation of the Universe's existence in the past. Solving this problem, in addition to obtaining regular cosmological solutions, means excluding singular solutions from the physical foundations. The GTRC opens up

ways to solve the cosmological problem due to the conclusion about the possible existence of a limiting (the maximum allowed) energy density in the nature.

Methods and materials; results. As a result of studies of the equations of isotropic cosmology of the GTRC [4], the following results have been obtained: 1. Numerical solutions of cosmological equations near the limiting energy density by transition from gravitational compression to expansion in dependence on energy density in the case of flat, closed and open models are obtained. 2. The physical processes at the beginning of cosmological expansion, described on the basis of the theory of elementary particles, depending on the magnitude of the limiting energy density (limiting temperature) and corresponding changes in the history of the early Universe are discussed. 3. The constraints for indefinite parameters of the theory under which solutions of isotropic cosmology describe a nonsingular accelerating Universe are given. Accelerating cosmological expansion as vacuum repulsion effect without using the dark energy notion is discussed.

According to the variational formalism for media with internal degrees of freedom in Riemann-Cartan space-time [6], the interaction of space-time torsion with the rotational moments of astrophysical objects (star systems, galaxies, clusters of galaxies) leads to the appearance of an additional force of gravitational interaction in addition to the Newtonian force of attraction (see e.g. [7]). A possible manifestation of space-time torsion in astrophysics is being considered.

Conclusion. The solution of cosmological problem and dark energy problem in the frame of GTRC testifies that this theory which is a direct development of GR by using methods of classical field theory opens up ways to solve fundamental problems of the gravitation theory.

References

- [1] Minkevich A.V. Gauge gravitation theory in Riemann — Cartan space-time and gravitational interaction. *Grav. Cosmol.*, 2016, vol. 22, no. 2, pp. 148–158.
<https://doi.org/10.1134/S0202289316020109>
- [2] Minkevich A.V. Towards the theory of regular accelerating Universe in Riemann — Cartan space-time. *Int. J. Mod. Phys.*, 2016, vol. A31, no. 2–3, art. no. 1641011.
<https://doi.org/10.1142/S0217751X16410116>
- [3] Minkevich A.V. Limiting Energy Density and a Regular Accelerating Universe in Riemann — Cartan Spacetime. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.*, 2011, vol. 94, art. no. 831.
<https://doi.org/10.1134/S0021364011240052>
- [4] Minkevich A.V., Limiting energy density and gravity in Riemann — Cartan space-time. *JCAP*, 2022, vol. 03, no. 027, arXiv:2112.06739.
- [5] Minkevich A.V. De Sitter spacetime with torsion as physical spacetime in the vacuum and isotropic cosmology. *Mod. Phys. Lett. A*, 2011, vol. 26, pp. 259–266.
<https://doi.org/10.1142/S0217732311034797>
- [6] Minkevich A.V., Fyodorov F.I. The calibration approach in the theory of gravity and relativistic dynamics of classical systems. *Fundamental Interactions (Physics), Interuniversity Collection of Scientific Papers*, Moscow, MGPI Publ., 1984, pp. 141–159. (In Russ.).
- [7] Minkevich A.V. About gravitational interaction in astrophysics in Riemann — Cartan space-time. *Clas. Quant. Grav.*, 2019, vol. 36, art. no. 055003.

UDC 524.834

Gauss-Bonnet Gravity with Curvature and Torsion: Addressing Late Time Cosmic Phenomena of the Universe

Mishra B.^()*

bivu@hyderabad.bits-pilani.ac.in

Lohakare Santosh V.

lohakaresv@gmail.com

Department of Mathematics, Birla Institute of Technology and Science-Pilani,
Hyderabad Campus, Hyderabad-500078, India

Abstract. To address the late time cosmic acceleration issue of the universe, we have attempted to study the Gauss-Bonnet gravity with curvature and torsion as an alternative approach. The modified gravity theories are examined with the cosmological datasets to constrain the free parameters to find the appropriate theoretical models that supports the observational results. Also the profiles of cosmographic parameters using the model parameter values from the standard range to verify the intermediate epochs. Our analysis shows that the highly promising cosmological models are feasible candidate for explaining the current epochs. We presented a dynamical system analysis framework to examine the stability of the model. Our study identified critical points depicting various phases of the Universe and explained the evolutionary epochs.

Introduction. The quest to understand the gravitational force led to the development of general relativity (GR) by Einstein. This theory revolutionized our understanding of gravity by describing it as the curvature of space-time caused by the presence of mass and energy. Although GR has successfully passed numerous experimental tests and remains the cornerstone of modern gravitational physics, it struggles to fully explain phenomena such as the accelerated expansion of the Universe. In response to these challenges, several modified theories of gravity have been proposed.

The interest in Gauss-Bonnet gravity lies in its potential to explain the observed late-time cosmic acceleration in the Universe. This acceleration could be caused by a gravity modification rather than an unusual source of matter with negative pressure. In recent years, significant research has been conducted into modified gravity to understand the nature of dark energy. Modified gravity models are particularly attractive because they align more closely with cosmological observations and local gravity experiments than models that rely on exotic matter sources. It is suggested that this theory can pass Solar system tests and may describe the most exciting features of late-time cosmology, such as the transition from deceleration to acceleration and the current acceleration of the Universe.

Methods and materials; results. We have intended to frame cosmological models of the universe in $f(R, G)$, $f(T, TG)$ and $f(G)$ gravity models to address the late time cosmic phenomena. At the first stage we have derived the field equations of the gravitational theories and solved in numerically using the cosmological da-

tasets such as $H(Z)$, Pantheon+ and BAO. We use the MCMC method to establish correlation between the gravity model and observational data to determine the best-fits for the model parameters. Additionally, we present plots of various cosmological parameters such as deceleration parameter, effective equation of state, Om diagnostic and state finder diagnostic.

Subsequently, we construct a dynamical system framework to analyze the critical points of the gravity model. This analysis is crucial for assessing the stability and viability of the model and its alignment with current cosmological observations. The critical points and existing conditions for the model are obtained and the present value for the deceleration, EoS, and density parameters. Among five critical points two are showing stable behavior whereas three are showing unstable behavior. During the de-Sitter phase of the Universe, stable critical points appeared, whereas unstable behavior was observed during the radiation-dominated phase. A signature of eigenvalues and a phase-space portrait support the behavior of critical points. The trajectory behavior indicates that the unstable critical points act as release points while the stable ones act as attractor points. The accelerating behavior of the model has been confirmed from the value of EoS ($\Omega = -1$) and deceleration parameter ($q = -1$). The density parameters are obtained to be $\Omega_m \approx 0.28$, $\Omega_{DE} \approx 0.679$, and $\Omega_r \approx 0.047$. The evolutionary history shows the radiation dominance, followed by matter dominance, and finally, de-Sitter dominance.

Conclusion. In this study, we explored the cosmological properties of a specific modified Gauss-Bonnet gravity models. Initially, we discussed the main features of a gravitational action, which includes a general combination of the Ricci scalar and the Gauss-Bonnet invariant. Then, assuming a flat FLRW cosmological background, we derived the point-like Lagrangian of the theory and the corresponding equations of motion. However, our study does not explicitly converge to the cosmological constant case, making it particularly interesting as a potential alternative to the standard Λ CDM model. This model shows the ability to replicate dark energy behaviour while avoiding the conceptual issues associated with Λ . Importantly, we showed that the right-hand sides of the modified Friedmann equations can be understood as effective energy density and pressure resulting from curvature.

By numerically solving the first Friedmann equation, we determined the redshift behaviour of the Hubble parameter. We used the Λ CDM model to establish appropriate initial conditions for $H(z)$ and its derivatives. Subsequently, we utilized the most recent low-redshift observations to compare our theory directly with the model-independent predictions of the cosmic expansion. Specifically, we used a Bayesian analysis with the MCMC method, analysing using the Pantheon+ and CC data sets separately. By assuming uniform prior distributions, we obtained constraints on the free parameters of the model at the 1σ and 2σ confidence levels. This enabled us to reconstruct the cosmological evolution of the Hubble expansion rate and the total effective EoS parameter. Our analysis identifies a notable discrepancy between the H_0 values obtained from the CC sample and the Pantheon data sets highlighting the ongoing H_0 tension in cosmology. This result emphasizes

the necessity for further research into possible systematic errors or new physics to resolve this issue. Addressing these discrepancies is essential for enhancing our understanding of the expansion rate of the Universe.

In the second phase of our study, we conducted a dynamical system analysis, which has enabled us to assess the global behaviour and stability of the cosmological model. It provided insights into the critical points associated with the model and their characteristics, which could be relevant to observable cosmology and the evolution of the Universe. Our findings revealed stable critical points describing the late-time cosmic accelerated phase. This indicates non-standard matter and radiation-dominated eras of the Universe. Interestingly, our results align with the standard quintessence model on $z > 0$. We made notable preliminary discoveries regarding the finite phase space of a power-law class of the Gauss — Bonnet gravity model. Finally, the proficiency of the model in depicting the evolution of dark matter, radiation, and dark energy densities, effectively capturing the transitions through various cosmic epochs and reinforcing the model's robustness in explaining late-time cosmic phenomena.

References

- [1] Lohakare S.V, Rathore Krishna, Mishra B. Observational Constrained F(R,G) gravity cosmological model and the dynamical system analysis. *Classical and Quantum Gravity*, 2023, vol. 40, art. no. 215009.
- [2] Lohakare S.V., Mishra B., Maurya S.K, Singh Ksh Newton. Analyzing the geometrical and dynamical parameters of modified Teleparallel-Gauss-Bonnet model. *Physics of the Dark Universe*, 2023, vol. 39, art. no. 101164.
- [3] Lohakare S.V, Mishra B. Cosmology in Modified f(G) Gravity: A Late Time Cosmic Phenomena. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 2024, vol. 535, art. no. 1136.

UDC 530.122

Cosmonautics and Issues of Efficiency Cosmological Perturbations in Teleparallel Gauss-Bonnet Gravity

Mishra Shivam Kumar^{1(*)}

shivammishra3171@gmail.com/

*Mishra B.*¹

bivu@hyderabad.bits-pilani.ac.in

*Jackson Levi Said*²

jackson.said@um.edu.mt

¹ Birla Institute of Technology and Science-Pilani, Hyderabad Campus,
Hyderabad-500078, India

² Institute of Space Sciences and Astronomy, University of Malta, Malta, MSD 2080

Abstract. Tensor perturbations in $f(T, T_G)$ gravity are discussed and propagation equations for gravitational waves in an expanding FLRW background space-time are obtained. Though modifications of Gauss-Bonnet gravity in curvature paradigm generally produces fourth order equations of motions, in its teleparallel analogue $f(T, T_G)$ which is different from both $f(T)$ and $f(R, G)$ gravities, we find second order evolution equation for tensor perturbations and find that there is no tensor excess speed to gravitation waves i.e. gravitational waves propagate at speed of light. This is an important result as most of the modified gravity theories have GW speed different from speed of light.

UDC 530.122

Interferometric Gravitational Wave Detectors: Current State and Development Prospects

Mitrofanov Valery

vpmitrofanov@physics.msu.ru

Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Abstract. Ten years ago, in September 2015, the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) detectors first detected gravitational waves from the collision and merger of two black holes. The LIGO detectors, joined by the European Virgo detector and the Japanese KAGRA detector, are currently in their fourth observing run. In the first three runs, gravitational waves generated by the merger of compact space objects far from Earth were registered 90 times. In the fourth observing run, more than 200 events have already been identified, which after additional careful studies will be recognized with a high degree of probability as registered gravitational waves from cosmic sources. The lecture examines the design of modern gravitational-wave interferometers, analyzes the factors that determine their sensitivity, and examines ways and methods of increasing the sensitivity of both currently operating and new generation more sensitive gravitational-wave detectors that are being designed.

UDC 530.122

Charged Gravastar Model in Noncommutative Geometry under $f(T)$ Gravity

Mohanty Debasmita^(*)

p20220043@hyderabad.bits-pilani.ac.in

Sayantan Ghosh**Sahoo P.K.**

BITS Pilani, Hyderabad Campus, India

Abstract. In this talk, I will discuss the properties of charged gravastars in torsion-based $f(T)$ gravity in the presence of noncommutative geometry. We have taken the interior from noncommutative motivated space-time, noting that why, from a physical point of view, such a choice is justified, then we have taken the thin shell as stiff matter and taken three different exterior metrics (Reissner-Nordstrom (R-N), Bardeen and Ayon-Beato-Garcia (ABG) metric) to construct the gravastar model. Also studied the physical properties like proper length, entropy, energy, and EoS for these models, and we have also used Israel junction conditions to study the effective pressure, energy density, and potential of the thin shell. Finally, we comment on the stability of such a thin shell and the deflection angle-caused by such a thin shell, which could, in principle, be tested by future radio telescopes like the Event Horizon Telescope (EHT).

UDC 530.122

Wormhole Formations in the Galactic Halos Supported by Dark Matter Models and Global Monopole Charge within $f(Q)$ Gravity

Moreshwar Tayde^()*

moreshwartayde@gmail.com

Sahoo P.K.

Birla Institute of Technology and Science, Pilani, Hyderabad Campus, India

Abstract. This paper discusses the possibility of traversable wormholes in the galactic region supported by dark matter (DM) models and global monopole charge in the context of $f(Q)$ gravity. To understand the features of the wormholes, we comprehensively studied wormhole solutions with various redshift functions under different $f(Q)$ models. We obtained wormhole shape functions for Pseudo Isothermal and Navarro-Frenk-White DM profiles under linear $f(Q)$ gravity. In contrast, we employed an embedding class-I approach for the non-linear $f(Q)$ models to investigate wormholes. We noticed that our obtained shape functions satisfy the flare-out conditions under an asymptotic background for each DM profile. Moreover, we checked the energy conditions at the wormhole throat with a radius r_0 and noticed the influences of the global monopole's parameter η in the violation of energy conditions, especially null energy conditions. Further, for the non-linear case, we observed that wormhole solutions could not exist for $f(Q) = Q + mQ^n$ and $f(Q) = Q + \frac{\beta}{Q}$ under embedding class I approach. Finally, we study the amount of exotic matter via the volume integral quantifier technique for the linear $f(Q)$ model, and we confirm that a small amount of exotic matter is required to sustain the traversable wormholes.

UDC 530.12

Screening of Polarisation Modes of Gravitational Waves in Modified Gravity

Murli Manohar Verma^(*)

sunilmmv@yahoo.com

Utkal Keshari Dash

cosmokunal94@gmail.com

Sakshi Srivastava

srivastavasakshi696@gmail.com

Department of Physics, University of Lucknow, India

Abstract. We explore the screening of the scalar modes of polarisation of gravitational waves travelling across the evolving galaxies. This is done in the modified $f(R)$ gravity background. The observation of such modes is found to be dominantly suppressed by a chameleon mechanism in the gas rich environment of the galaxies. We constrain the dark matter equivalence of the scalar mode contributions. The degree of suppression is also found to constrain the future observations which are dominated by tensor modes. It is proposed that the influence on the polarisation by the varying density galactic backgrounds serves as a new and strong approach to distinguish the Λ CDM model from the alternative gravity theories. We compare our results with the current galactic observations.

Keywords: gravitational waves, scalar modes, polarisation, modified gravity, $f(R)$ gravity, chameleon mechanism

Introduction. The direct observation of gravitational waves (GWs) has greatly enhanced our capability to test fundamental features of gravity beyond general relativity predictions. Modified theories of gravity predict extra polarization modes. Especially, in $f(R)$ gravity models we find the presence of additional scalar modes. Their observation would be a very strong evidence for physics beyond Einstein's framework. However, the propagation of these scalar modes through relativistic astrophysical environments is highly complex due to nonlinear screening mechanisms [1, 2]. One such mechanism is the chameleon effect where scalar field interactions are dynamically suppressed in high-density environments such as galaxies, thus showing results of general relativity at solar system scales.

We demonstrate that the scalar modes are heavily suppressed in gas rich galaxies such that their direct detection would be hard. Through the study of the extent of the suppression, we limit the scalar mode's effective contribution to the gravitational field and establish analogies with dark matter like behavior [3]. The results indicate that the suppression of scalar modes as a function of environment may provide a novel observation path for distinguishing Λ CDM from modified gravity theories through several gravitational wave observations [4].

Methods and materials; results. Our approach involves generalizing the Einstein-Hilbert action by introducing a function $f(R)$ in place of only Ricci scalar R . Further, by applying the principle of least action we derive the set of field equa-

tions for $f(R)$ gravity. We observe the additional degree of freedom in $f(R)$ gravity appearing from scalar field. This scalar field changes the background for GW propagation. We study the polarization of GWs in weak field limit in $f(R)$ gravity background in which we obtain an additional massive polarization mode — a longitudinal mode that exists due to scalar field in the form of scalar perturbations. The mass of scalar field quanta (scalon mass) m_ϕ becomes too large in galactic regions and its Compton wavelength becomes reduced to extreme limit, where this leads to the collapse of scalar field [5]. Thus, longitudinal polarization mode of GWs is significantly suppressed [7].

Conclusion. Our results demonstrate that scalar modes in $f(R)$ gravity are significantly suppressed in dense galactic environments due to chameleon screening. This suppression limits their detectability but provides a novel way to effectively distinguish modified gravity from Λ CDM using gravitational wave polarization signatures across astrophysical structures.

References

- [1] De Felice A., Tsujikawa S. $F(R)$ theories. *Living Rev. Rel.*, 2010, vol. 13. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1002.4928>
- [2] Katsuragawa T., Nakamura T., Ikeda T., Capozziello S. Gravitational waves in $F(R)$ gravity: Scalar waves and the chameleon mechanism. *Phys. Rev. D*, 2019, vol. 99, art. no. 124050.
- [3] Yadav B.K., Verma M.M. Dark matter as scalaron in $f(R)$ gravity models. *JCAP*, 2019, vol. 10, art. no. 052.
- [4] Sharma V.K., Harikumar S., Grespan M., Biesiada M., Verma M.M. Probing massive gravitons in $f(R)$ with lensed gravitational waves. *Phys. Lett. B*, 2024, vol. 859, art. no. 139093.
- [5] Katsuragawa T., Matsuzaki S. Dark matter in modified gravity? *Phys. Rev. D*, 2017, vol. 95, art. no. 044040.
- [6] Capozziello S., Corda C., De Laurentis M.F. Massive gravitational waves from $f(R)$ theories of gravity: Potential detection with LISA. *Phys. Lett. B*, 2008, vol. 669, pp. 255–259.
- [7] Dash U.K., Yadav B.K., Verma M.M. *Scalar Modes of Polarization and Speed of Gravitational Waves in $f(R)$ gravity*. 2024, arXiv:2401.07664.

УДК 539.12...13, 519.722

О виртуальных распадах некоторых элементарных частиц, об иллюзии распада и массе информации

Окунев Вячеслав Сергеевич^(*)

okunev@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Существование виртуальных и реальных элементарных частиц и процессов объясняет нестандартные и неожиданные механизмы распада нейтрального пиона, W - и Z -бозонов. Это виртуальные процессы. Виртуальные продукты распада аннигилируют. Продукты аннигиляции переходят из виртуального состояния в реальное. Создается иллюзия распада за счет электромагнитного взаимодействия. Поскольку свойства частицы могут существовать отдельно от самой частицы, то масса информации может существовать отдельно от информации. Пример — космологическая сингулярность.

Ключевые слова: распад, π^0 -мезон, W - и Z -бозоны, виртуальные процессы, масса информации, максимон, космологическая сингулярность

Введение. Рассматриваются две на первый взгляд независимые, но тесно связанные задачи теории поля: механизмы распада некоторых элементарных частиц и наличие массы у информации, существующей отдельно от самой информации. Эфирное поле — особая форма существования материи [1]. Оно помогает объяснить ряд физических фактов, связанных с рождением, исчезновением и иллюзией распада W и Z -бозонов, распадом π^0 -мезона.

Методы и материалы; результаты. Методы основаны на анализе известных свойств элементарных частиц [2].

В эфирном поле постоянно рождаются и исчезают пары бозонов W^-W^+ и Z^0Z^0 . Среднее время их жизни около $3 \cdot 10^{-25}$ с. Это меньше времени сильного взаимодействия. Известно несколько мод распада W и Z . В 70 % случаев они распадаются на адроны [2], что возможно за счет сильного взаимодействия, в котором W - и Z -бозоны не участвуют. При исчезновении пары виртуальных частиц в окрестности этой точки в эфирном поле рождается расходящаяся волна. Энергия в «точке» уменьшается со временем. Энергия покоя Z -бозона около 91,2 ГэВ, а b -кварка 4,7 ГэВ. Пара кварк-антикварк может родиться из этой энергии на достаточно большом расстоянии от точки исчезновения пары виртуальных Z -бозонов. Если энергия в этой области пространства достаточно велика, то возможен переход рожденных дочерних частиц в реальное состояние. Создается иллюзия распада W и Z -бозонов на кварки. Известно, что π^0 -мезон распадается за счет электромагнитного взаимодействия. Основная мода $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ (среднее время жизни $8,337 \cdot 10^{-17}$ с) [3]. Есть моды (их вероятность $\sim 10^{-2}$ %), характерные для распадов за счет слабого взаимодействия. Итак, π^0 -мезон распадается за счет виртуального слабого

взаимодействия на виртуальные частицы, которые переходят в реальные и аннигилируют за счет реального электромагнитного взаимодействия.

В квантовой физике свойства частицы могут существовать отдельно от самой частицы [3]. Возможно изменение массы носителя информации при ее записи или удалении с носителя [4, 5]. Информация является физической и обладает массой [4, 5]. Можно предположить, что масса информации если и существует, то отдельно от информации. Масса и энергия эквивалентны. Запись или удаление информации соответствует какому-то энергетическому внешнему или внутреннему воздействию на носитель информации. Происхождение этого воздействия не ясно. Для большинства пар элементарных частиц зависимость отношения кулоновских и гравитационных сил от удельного заряда линейна. Исключения составляют t -кварк, максимон и WIMP. Максимон расположен выше этой прямой, а WIMP и t -кварк лежат ниже этой прямой [6, 7].

Заключение. Эфирное поле позволяет объяснить распады некоторых частиц (π^0 , W, Z). Максимон (космологическая сингулярность) несет дополнительную информацию, а t -кварк и WIMP — экзотические частицы. Распад пары виртуальных t -кварков и WIMP — всего лишь иллюзия, аналогичная «распадам» W и Z-бозонов [6, 7].

Список источников

- [1] Archpriest Kruglov A.I., Okunev V.S. Etheric field as a physical object. *AIP Conf. Proc.*, 2024, vol. 3243 (1), art. no. 020011. <https://doi.org/10.1063/5.0247511>
- [2] Tanabashi M., Hagiwara K., Hikasa K., Nakamura K., Sumino Y., Takahashi F., Schaffner P. Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D.*, 2018, vol. 98, iss. 3, art. no. 030001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030>
- [3] Padavic-Callaghan K. *New spin on quantum theory forces a rethink of a fundamental physics law. New Scientist*. URL: <https://www.newscientist.com/article/2443380-new-spin-on-quantum-theory-forces-rethink-of-a-fundamental-physics-law/> (accessed 15.03.2025).
- [4] Miller H.J.D., Guarnieri G., Mitchison M.T., Goold J. Quantum Fluctuations Hinder Finite-Time Information Erasure near the Landauer Limit. *Phys. Rev. Lett.*, 2020, vol. 125 (16), art. no. 160602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevL>
- [5] *Economic Report of the President, Transmitted to the Congress, January 1993. Together with the annual report of the Council of Economic Advisers.* U.S. Government, Washington, 1993.
- [6] Okunev V.S. Features of the Decays of Some Elementary Particles: From W- and Z-bosons to Cosmological Singularity. *AIP Conf. Proc.*, 2024, vol. 3154 (1), art. no. 020019. <https://doi.org/10.1063/5.0201259>
- [7] Okunev V.S. On a Possible Anomaly in the Mass of Maximon: Materiality of Information? *AIP Conf. Proc.*, 2024, vol. 3154 (1), art. no. 020002. <https://doi.org/10.1063/5.0247512>

On the Virtual Decay of Some Elementary Particles, on the Illusion of Decay, and the Mass of Information

Okunev Vyacheslav Sergeevich (*)

okunev@bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The existence of virtual and real elementary particles and processes explains the non-standard and unexpected mechanisms of decay of the neutral pion, W- and Z-bosons. These are virtual processes. Virtual decay products annihilate. The annihilation products pass from the virtual state to the real one. The illusion of decay is created due to electromagnetic interaction. Since the properties of a particle can exist separately from the particle itself, the mass of information can exist separately from the information. An example is cosmological singularity.

Keywords: decay, π^0 meson, W and Z bosons, virtual processes, information mass, maximum, cosmological singularity

Introduction. Two seemingly independent but closely related problems of field theory are considered: the mechanisms of decay of some elementary particles and the presence of mass in information that exists separately from the information itself. The ether field is a special form of existence of matter [1]. It helps to explain a number of physical facts related to the birth, disappearance and illusion of decay of W and Z bosons, and the decay of the π^0 meson.

Methods and materials; results. The methods are based on the analysis of known properties of elementary particles [2].

In the ether field, pairs of W^-W^+ and Z^0Z^0 bosons are constantly born and disappear. Their average lifetime is about $3 \cdot 10^{-25}$ s. This is less than the time of strong interaction. Several decay modes of W and Z are known. In 70 % of cases, they decay into hadrons [2], which is possible due to strong interaction, in which W and Z bosons do not participate. When a pair of virtual particles disappears, a diverging wave is born in the ether field in the vicinity of this point. The energy at the "point" decreases with time. The rest energy of the Z boson is about 91.2 GeV, and the b quark 4.7 GeV. A quark-antiquark pair can be born from this energy at a sufficiently large distance from the point of disappearance of the pair of virtual Z bosons. If the energy in this region of space is high enough, then the transition of the produced daughter particles to a real state is possible. An illusion of decay of W and Z bosons into quarks is created. It is known that the π^0 meson decays due to electromagnetic interaction. The main mode is $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ (the average lifetime is $8.337 \cdot 10^{-17}$ s) [3]. There are modes (their probability is $\sim 10^{-2}$ %) that are characteristic of decays due to weak interaction. Thus, the π^0 meson decays due to virtual weak interaction into virtual particles, which transform into real ones and annihilate due to real electromagnetic interaction.

In quantum physics, the properties of a particle can exist separately from the particle itself [3]. It is possible to change the mass of an information carrier when it

is recorded or deleted from the carrier [4, 5]. Information is physical and has mass [4, 5]. It can be assumed that the mass of information, if it exists, is separate from information. Mass and energy are equivalent. Recording or deleting information corresponds to some kind of external or internal energetic impact on the information carrier. The origin of this impact is unclear. For most pairs of elementary particles, the dependence of the ratio of Coulomb and gravitational forces on the specific charge is linear. Exceptions are the t-quark, maximon, and WIMP. The maximon is located above this straight line, and the WIMP and t-quark lie below this line [6, 7].

Conclusion. The ether field allows us to explain the decays of some particles (π^0 , W, Z). The maximon (cosmological singularity) carries additional information, and the t-quark and WIMP are exotic particles. The decay of a pair of virtual t-quarks and WIMPs is just an illusion, similar to the “decays” of W and Z bosons [6, 7].

References

- [1] Archpriest Kruglov A.I., Okunev V.S. Etheric field as a physical object. *AIP Conf. Proc.*, 2024, vol. 3243 (1), art. no. 020011. <https://doi.org/10.1063/5.0247511>
- [2] Tanabashi M., Hagiwara K., Hikasa K., Nakamura K., Sumino Y., Takahashi F., Schaffner P. Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D.*, 2018, vol. 98, iss. 3, art. no. 030001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030>
- [3] Padavic-Callaghan K. *New spin on quantum theory forces a rethink of a fundamental physics law. New Scientist*. URL: <https://www.newscientist.com/article/2443380-new-spin-on-quantum-theory-forces-rethink-of-a-fundamental-physics-law/> (accessed 15.03.2025).
- [4] Miller H.J.D., Guarnieri G., Mitchison M.T., Goold J. Quantum Fluctuations Hinder Finite-Time Information Erasure near the Landauer Limit. *Phys. Rev. Lett.*, 2020, vol. 125 (16), art. no. 160602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevL>
- [5] *Economic Report of the President, Transmitted to the Congress, January 1993. Together with the annual report of the Council of Economic Advisers.* U.S. Government, Washington, 1993.
- [6] Okunev V.S. Features of the Decays of Some Elementary Particles: From W- and Z-bosons to Cosmological Singularity. *AIP Conf. Proc.*, 2024, vol. 3154 (1), art. no. 020019. <https://doi.org/10.1063/5.0201259>
- [7] Okunev V.S. On a Possible Anomaly in the Mass of Maximon: Materiality of Information? *AIP Conf. Proc.*, 2024, vol. 3154 (1), art. no. 020002. <https://doi.org/10.1063/5.0247512>

УДК 521.184

Девияция траекторий в релятивистском и нерелятивистском случаях

Павлов Юрий Викторович()*

yuri.pavlov@mail.ru

SPIN-код: 4450-7597

ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. Рассматривается девияция траекторий в нерелятивистском случае для произвольного центрально-симметричного потенциала и девияция геодезических в центрально-симметричном статическом гравитационном поле.

Ключевые слова: девияция геодезических, эффект Широкова, космологическая постоянная

Введение. Исследование движения в заданных гравитационных полях является одной из центральных задач небесной механики. Важной составляющей частью таких задач является расчет отклонений движения пробных тел от заданных опорных траекторий. Вычисления в данной работе проводятся для случая опорных круговых орбит. Представлено общее решение уравнений девияции [1, 2] для рассматриваемых случаев. В нерелятивистском случае проанализированы случаи потенциалов гармонического осциллятора, потенциала притяжения точечной массы и другие. При рассмотрении девияция геодезических в рамках общей теории относительности появляются отличия от нерелятивистского случая траекторий в поле соответствующих потенциалов взаимодействия. Широко известен эффект Широкова [3] различия частот колебаний пробных тел на круговых орбитах

Методы и материалы; результаты. Вычисления в нерелятивистском случае проводятся на основе разложения по теории возмущений стандартных классических уравнений механики. В релятивистском случае, т. е. при вычислениях в рамках общей теории относительности, используется уравнение девияции геодезических. Получены точные формулы для девияции траекторий в нерелятивистском случае и для сферически-симметричных пространств. В работе рассматривается задача о девияции траекторий в случае пространства анти-де-Ситтера, девияция траекторий в метрике Коттлера, влияние космологической постоянной на эффекты девияции пробных тел на круговых орбитах и возможности экспериментального наблюдения эффектов.

Заключение. Полученные оценки показывают, что влияние наблюдаемой космологической постоянной на девияцию траекторий вблизи Земли и в Солнечной системе незначительно.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Fuchs H. Deviation of circular geodesics in static spherically symmetric space-times. *Astronomische Nachrichten*, 1990, vol. 311, pp. 271–276. <https://doi.org/10.1002/asna.2113110504>
- [2] Philipp D., Puetzfeld D., Lammerz C. *On the applicability of the geodesic deviation equation in General Relativity*. Relativistic Geodesy, Springer, Cham, Switzerland, 2019, pp. 419–451. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11500-5_13
- [3] Shirokov M.F. On one new effect of the Einsteinian theory of gravitation. *Gen. Relativ. Gravit.*, 1973, vol. 4, pp. 131–136. <https://doi.org/10.1007/BF00762799>

Trajectory Deviation in Relativistic and Non-relativistic Cases

Pavlov Yuri Viktorovich(*)

yuri.pavlov@mail.ru

SPIN-код: 4450-7597

Institute of Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia

Abstract. The deviation of trajectories in the non-relativistic case for an arbitrary centrally symmetric potential and the deviation of geodesics in a centrally symmetric static gravitational field are considered.

Keywords: geodesic deviation, Shirokov effect, cosmological constant

Introduction. The study of movement in given gravitational fields is one of the central problems of celestial mechanics. An important component of such problems is the calculation of deviations of the movement of test bodies from given reference trajectories. The calculations in this work are carried out for the case of reference circular orbits. A general solution of the deviation equations [1, 2] is presented for the cases under consideration. In the non-relativistic case, the harmonic oscillator potentials, the potential of a point mass, and others are analyzed. When considering the deviation of geodesics within the framework of the general theory of relativity, differences appear from the non-relativistic case of corresponding interaction potentials. The Shirokov effect [3] of the difference in the oscillation frequencies of test bodies in circular orbits is widely known.

Methods and materials; results. Calculations in the non-relativistic case are carried out on the basis of the perturbation theory of the standard classical equations. In the relativistic case, that is, in calculations within the framework of the general theory of relativity, the equation of deviation of geodesics is used. Exact formulas for the deviation of trajectories in the non-relativistic case and for spherically symmetric spaces are obtained. In the work the problem of trajectory deviation in the case of anti de Sitter space, trajectory deviation in the Kottler metric, the influence of the cosmological constant on the effects of deviation of test bodies in circular orbits and the possibilities of experimental observation of the effects are considered.

Conclusion. The obtained estimates show that the influence of the observed cosmological constant on the deviation of trajectories near the Earth and in the Solar System is insignificant.

References

- [1] Fuchs H. Deviation of circular geodesics in static spherically symmetric space-times. *Astronomische Nachrichten*, 1990, vol. 311, pp. 271–276. <https://doi.org/10.1002/asna.2113110504>
- [2] Philipp D., Puetzfeld D., Lammerz C. *On the applicability of the geodesic deviation equation in General Relativity*. Relativistic Geodesy, Springer, Cham, Switzerland, 2019, pp. 419–451. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11500-5_13
- [3] Shirokov M.F. On one new effect of the Einsteinian theory of gravitation. *Gen. Relativ. Gravit.*, 1973, vol. 4, pp. 131–136. <https://doi.org/10.1007/BF00762799>

УДК 53.3937

Сущность темной материи

Пестов Айвенго Борисович

pestov@theor.jinr.ru

ОИЯИ, Дубна, Россия

Аннотация. Дано теоретическое описание темной материи в рамках полевой теории гравитации. Темной материи ставится в соответствие общековариантное неабелево калибровочное поле (К-поле), синглетное состояние которого представляет собой электромагнитное поле. Это калибровочное поле взаимодействует только с гравитационным полем и не взаимодействует с фермионной материей. Механизм генерации массы общековариантного неабелева калибровочного поля присущ самому этому полю и не требует введения каких-либо дополнительных полей. Показано, что возможности наблюдения и использования нового источника энергии связаны главным образом с общековариантным законом сохранения энергии, справедливым для всех случаев.

Ключевые слова: темная материя, полевая теория гравитации, общековариантное неабелево калибровочное поле

Введение, методы и материалы, результаты. Идея построения теории гравитации на основе полевых представлений была выдвинута Эйнштейном. В 1913 году было введено тензорное гравитационное поле [1], что позволило в 1915 году объяснить вращение перигелия Меркурия. Последующие исследования Эйнштейна фактически были направлены на поиск поля, которое могло бы быть носителем гравитационного заряда в чем-то аналогичного элементарному электрическому заряду. Поиск полевой теории гравитации продолжался вплоть до 1955 года [2] и не был полностью завершен. Для сравнения отметим, что возможность построения электродинамики на основе полевых представлений была открыта Шредингером и Дираком соответственно в 1926 и 1928 годах установлением уравнений Максвелла — Шредингера и Максвелла — Дирака и введением соответствующих полей в качестве возможных носителей электрического заряда. Фактически была решена задача описания правой стороны уравнений Максвелла в рамках полевых представлений. На основе этих уравнений был успешно объяснен наблюдаемый спектр атома водорода. Развитие полевой теории электродинамики (квантовой механики) на основе уравнений Максвелла–Дирака привело к созданию Стандартной модели. Идея калибровочной или внутренней симметрии, впервые выдвинутая Вейлем в 1918 году на основе общековариантных представлений теории Эйнштейна, получила в Стандартной модели основополагающее значение, но не нашла эвристического применения в самой общей теории относительности. Преобразования внутренней симметрии неотделимы от полевых представлений, так как они касаются функций поля и не затрагивают координат. Таким образом, внутренняя симметрия соответствует явлениям, которые не могут быть описаны на основе

классических представлений. Однако Стандартная модель не является полностью завершенной полевой теорией электродинамики, так как не ясна природа кварк-лептонной симметрии, числа поколений и конфайнмента.

Задача описания правой стороны уравнения Эйнштейна на основе полевых представлений была решена в работе [3] на основе общековариантных геометрических представлений и тесно связанной с ними общековариантной калибровочной симметрии. Настоящая работа посвящена физической интерпретации полученных в указанной работе результатов в том числе и в контексте проблемы, так называемой, темной материи и темной энергии.

Существование темной материи предсказывается наблюдениями на космологических масштабах. Обнаружение темной материи в лабораторных экспериментах вызывает большие затруднения, в том числе и по причине существования огромного числа всевозможных моделей.

Заключение. Так как К-поле не взаимодействует с фермионной материей, то можно заключить, что на нее воздействует создаваемое им гравитационное поле и это воздействие заметно проявляется как геодезическое движение. Тогда естественно предположить, что ядро звезд представляет собой концентрацию энергии К-поля, а оболочка состоит из нападавшей на это ядро фермионной материи. Звезда может сбросить эту оболочку в форме взрыва и перестать светиться.

Не вызывает сомнений, что гравитационные волны переносят энергию и импульс, и результат их воздействия на фермионную материю можно попытаться зарегистрировать в виде установки, подобной той, которую использовал Лебедев для доказательства существования давления электромагнитного поля. Это была бы установка, позволяющая регистрировать гравитационные волны и направление откуда они приходят.

Если К-поле создает сгусток гравитационной энергии, потенциальная энергия которого положительна, то это должно привести к расширению области пространства, занимаемой этим сгустком и соответствующим изменением поведения фермионной материи, находящейся в этой области.

Становится понятным, что темная энергия — это просто энергия гравитационного поля и включение в теорию космологической постоянной увеличит ее плотность на постоянный фактор. Свидетельства существования темной материи были обнаружены почти сто лет назад, но до сих пор было подтверждено только гравитационное взаимодействие этой материи. Таким же свойством обладает К-поле, которое и следует поставить в соответствие темной материи.

Поскольку К-поле не взаимодействует с фермионной материей, то ясно, где не нужно искать темную материю. Остается уповать только на закон сохранения энергии. Для начала можно обратиться к такому естественному физическому явлению как солнечное затмение и собрать факты о необычном поведении некоторых приборов в области тени, где плотность электромагнитной энергии заметно уменьшается и, следовательно, заметно возрастает плотность гравитационной энергии.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Einstein A. Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und Theorie der Gravitation. *Z. Math. und Phys.*, 1913, vol. 62, pp. 225–261.
- [2] Einstein A. *Relativistic Theory of the Non-Symmetric Field. The Meaning of Relativity*, Princeton, 1955.
- [3] Pestov I.B. Complete General Relativity. *Phys. Part. Nucl.*, 2023, vol. 54, pp. 1063–1065.

Essence of Dark Vatter

Pestov Ivanhoe Borisovich

Pestov@theor.jinr.ru

SPIN-code: 1234-5678

JI NR, Dubna, Russia

Abstract. Within the framework of the field theory of gravity, a theoretical description of dark matter is conducted. We associate dark matter with a unique generally covariant non-Abelian gauge field (K-field), which interacts only with the gravitational field and does not interact with the spinor field. The electromagnetic field is a singlet state of the K-field. The mechanism for generation the mass of the K-field is inherent in the field itself and does not require the use of any additional fields. It is shown that the possibilities of observing and using a new form of energy are mainly related with generally covariant law of energy conservation that holds in all cases.

Keywords: dark matter, field theory of gravitation, generally covariant non-Abelian gauge field

Introduction, methods and materials, results. The idea of constructing a theory of gravitation on the basis of field concepts was put forward by Einstein. In 1913, the tensor gravitational field was introduced [1], which enabled explaining the rotation of Mercury's perihelion in 1915. Subsequent research by Einstein has been actually aimed at finding a field that could be a carrier of gravitational charge in some way analogous to the elementary electric charge. The search for a field theory of gravitation continued until 1955 [2] and was not fully completed. For comparison, we note that the possibility of constructing electrodynamics based on field representations was discovered by Schrodinger and Dirac in 1926 and 1928, respectively. They established the Maxwell — Schrodinger and Maxwell — Dirac equations and introduced the corresponding fields as possible carriers of the electric charge. In fact, the problem of describing the right-hand sides of Maxwell's equations within the framework of field representations was solved. Based on these equations, the observed spectrum of the hydrogen atom was successfully explained. The development of the field theory of electrodynamics (quantum mechanics) based on the Maxwell-Dirac equations led to the creation of the Standard Model. The idea of gauge or internal symmetry, first proposed by Weyl in 1918 on the basis of the generally covariant concepts of Einstein's theory, gained the fundamental importance in the Standard Model, but did not find heuristic application in general relativity itself. The internal symmetry transformations are unseparable from field

representations, since they concern field functions and do not affect coordinates. Thus, internal symmetry is related with phenomena that cannot be described based on classical concepts. However, the Standard Model is not a fully completed field theory of electrodynamics, since the nature of quark-lepton symmetry, the number of generations, and confinement are unclear.

The problem of describing the right-hand side of Einstein's equations on the basis of field representations was solved in [3] on the basis of generally covariant geometric representations and generally covariant gauge symmetry, closely related to them. This work is devoted to the physical interpretation of the results obtained in that work, including in the context of the of so-called dark matter and dark energy. The existence of dark matter is predicted by observations on cosmological scales. Detecting dark matter in laboratory experiments is very difficult because of the existence of a vast number of different models.

Conclusion. Since the K-field does not interact with fermionic matter, we can conclude that it is affected by the gravitational field it creates, and this effect is noticeably manifested as geodesic motion. It is then natural to assume that the core of stars is a concentration of K-field energy, and the shell consists of fermionic matter that fell onto this core. The star can throw off the shell in an explosive way and stop shining.

If the K-field creates a bundle of gravitational energy whose potential energy is positive, then this should lead to an expansion of the region of space occupied by this bundle and a corresponding change in the behavior of the fermionic matter located in this region.

It becomes clear that dark energy is simply the energy of the gravity field and an inclusion of the cosmological constant into the theory will increase its density by a constant factor.

Evidence of dark matter was discovered nearly a century ago, but until now only gravitational interaction of this matter was confirmed. The K-field has the same property, and it should be in correspondence with dark matter. Since the K-field does not interact with fermionic matter it is clear where there is no need to look for dark matter. All that remains is to rely on the energy conservation law. To start with, we can turn to such a natural physical phenomenon as a solar eclipse, collecting facts about the unusual behavior of some devices in the shadow region, where the density of electromagnetic noticeably decreases and, consequently, the density of gravitational energy noticeably increases.

References

- [1] Einstein A. Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und Theorie der Gravitation. *Z. Math. und Phys.*, 1913, vol. 62, pp. 225–261.
- [2] Einstein A. *Relativistic Theory of the Non-Symmetric Field. The Meaning of Relativity*, Princeton, 1955.
- [3] Pestov I.B. Complete General Relativity. *Phys. Part. Nucl.*, 2023, vol. 54, pp. 1063–1065.

УДК 535.3

Волоконно-оптический рычаг и интерферометр с резонаторами Фабри — Перо для обнаружения гравитационных волн

Петров Николай Иванович ()*

petrovni@mail.ru

Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена непараксиальная эволюция волновых пакетов в оптических волноводах с использованием квантово-теоретического метода когерентных состояний. Продемонстрирован коллапс и возобновление волновых пакетов при непараксиальной эволюции в многомодовом волноводе вследствие интерференции мод. Показана возможность измерения смещений порядка 10^{-19} м между двумя состыкованными волноводами, что достаточно для обнаружения гравитационных волн [1]. Также рассматривается малогабаритный настольный лазерный интерферометр с резонаторами Фабри — Перо, состоящими из двух пространственно-распределенных «зеркал», для обнаружения гравитационных волн.

Ключевые слова: оптические методы обнаружения гравитационных волн, когерентные состояния, оптический рычаг, интерферометр Маха — Цандера, резонатор Фабри — Перо

Введение. Несмотря на существование неэквивалентности классической и квантовой механики и оптики, между классической оптикой и квантовой физикой можно найти очень близкие аналогии. Такие аналогии позволяют имитировать квантовые явления посредством моделирования распространения света в классических системах. Это открывает возможности для визуализации квантовых явлений, таких как состояние кота Шредингера, сжатые состояния, коллапс и возобновление, на макроскопическом уровне [2]. Эти явления представляют большой интерес во многих областях физики, таких как квантовая оптика, квантовые вычисления и прецизионные измерения.

Методы и материалы; результаты. Для обнаружения чрезвычайно малого смещения в лазерных гравитационно-волновых экспериментах можно использовать оптический рычаг, состоящий из двух состыкованных волноводов (рис. 1). Смещение оси между двумя волноводами, вызванное гравитационной волной, повлияет на выходные параметры распространяющегося пучка. В качестве выходного параметра можно выбрать изменение фазы волнового пакета. Расчеты показывают, что имеют место фазовые сдвиги порядка $\delta\phi \propto 10^{-6}$ рад, которые можно легко наблюдать из измерений.

Крайне желательно иметь компактный лазерный интерферометр для обнаружения гравитационных волн [3]. Здесь предлагается малогабаритный настольный лазерный интерферометр с резонаторами Фабри — Перо, состоящий из двух пространственно-распределенных «зеркал» (рис. 2, а).

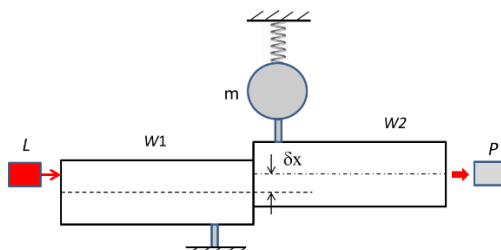


Рис. 1. Схема связи механического осциллятора с оптическими волноводами $W1$ и $W2$, соединенными встык: L — лазер, P — фотодетектор

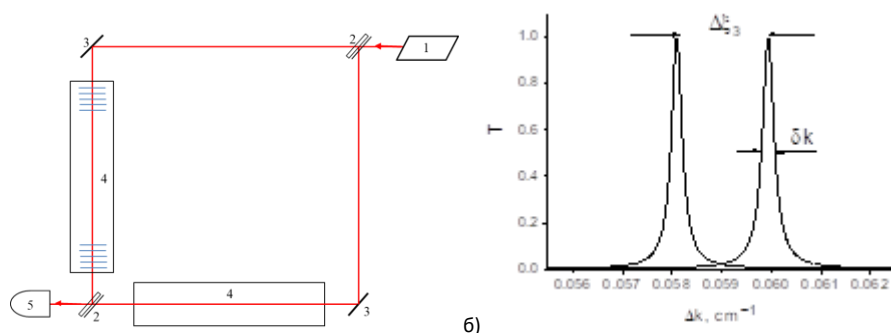


Рис. 2. (а) Оптическая схема интерферометра Маха — Цандера с периодическими структурами в качестве отражающих зеркал. 1 — лазер, 2 — разделитель пучка, 3 — зеркало, 4 — резонатор Фабри — Перо с периодическими структурами, 5 — фотодетектор; (б) коэффициент пропускания как функция расстройки Δk

Ширина линии пропускания может достигать значений $\delta k \approx 10^{-23} \text{ см}^{-1}$ при расстоянии между зеркалами $d = 1 \text{ м}$ для длины волны излучения 630 нм . Это соответствует спектральному разрешению $\delta\lambda/\lambda_0 = \delta k/k_0 \approx 10^{-28}$.

Заключение. Результаты могут быть полезны в различных областях, например, в экспериментах с гравитационными волнами, спектроскопии высокого разрешения, квантовой обработке информации и метрологии.

Список источников

- [1] Брагинский В.Б. Развитие методов квантовых измерений. *УФН*, 2005, т. 175, № 6, с. 621–627. <https://doi.org/10.3367/UfNr.0175.200506c.0621>
- [2] Petrov N.I. Macroscopic quantum effects for classical light. *Phys. Rev. A*, 2014, vol. 90, art. no. 043814. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.043814>
- [3] Petrov N.I., Pustovoit V.I. Small-Sized Interferometer with Fabry — Perot Resonators for Gravitational Wave Detection. *Sensors*, 2021, vol. 21 (5), art. no. 1877. <https://doi.org/10.3390/s21051877>

Optical Fiber Lever and Interferometer with Fabry — Perot Resonators for Detecting Gravitational Waves

Petrov Nikolai Ivanovich^(*)

petrovni@mail.ru

Scientific and Technological Centre of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. A long-term nonparaxial evolution of wave beams in multimode optical waveguides is considered using a quantum-theoretical approach of coherent states. Collapse and revival of wave packets at long-term nonparaxial evolution due to mode interference is demonstrated. The possibility of measuring displacements of the order of 10^{-19} m between two butt-jointed waveguides is shown, which is sufficient to detect gravitational waves [1]. A small-sized tabletop laser interferometer with Fabry — Perot resonators consisting of two spatially distributed “mirrors” for detecting gravitational waves is also considered.

Keywords: optical methods for detecting gravitational waves, coherent states, optical lever, Mach — Zehnder interferometer, Fabry — Perot resonator, periodic diffraction structure, spectral resolution

Introduction. Despite the existence of the nonequivalence of classical and quantum mechanics and optics, very close analogies can be found between classical optics and quantum physics. Such analogies allow us quantum phenomena by means of light propagation in classical systems to be mimicked. This opens possibilities to visualize quantum phenomena, such as Schrodinger cat’s state, squeezing, and collapse and revival, at a macroscopic level [2]. These phenomena are of great interest in many fields of physics such as quantum optics, quantum computation and precision measurements.

Methods and materials; results. To detect such a small mechanical displacement in laser gravitational-wave experiments the optical lever consisting of two butt-jointed waveguides (fig. 1) can be considered.

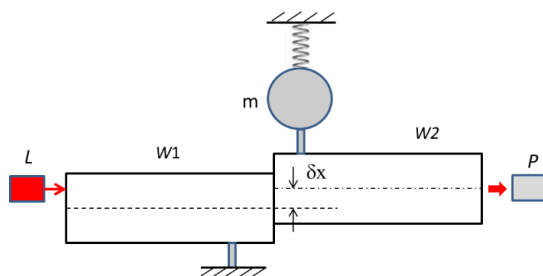


Fig. 1. Scheme for coupling a mechanical oscillator’s position to optical butt-jointed waveguides W1 and W2:
L — laser, P — photodetector

Axis displacement between two waveguides caused by the gravitational wave will affect output parameters of a propagating beam. As an output parameter the

phase change of wave packet can be selected. Calculations show that the phase shifts of the order $\delta\phi \propto 10^{-6}$ rad take place, which can be easily observed from measurements. Note that in the LIGO interferometer the measurement of 10^{-18} m requires a phase shift measurement of 10^{-9} rad [1].

It is highly desirable to have a compact laser interferometer for detecting gravitational waves [3]. Here, a small-sized tabletop laser interferometer with Fabry — Perot resonators consisting of two spatially distributed “mirrors” for detecting gravitational waves is proposed (Fig. 2a). A method for detecting gravitational waves is proposed based on the measurement of the correlation function of the radiation intensities of non-zero-order resonant modes from the two arms of the Mach — Zehnder interferometer. The influence of light absorption in crystals on the limiting resolution of such resonators is studied. A higher sensitivity of the interferometer to shorter-wave laser radiation is shown.

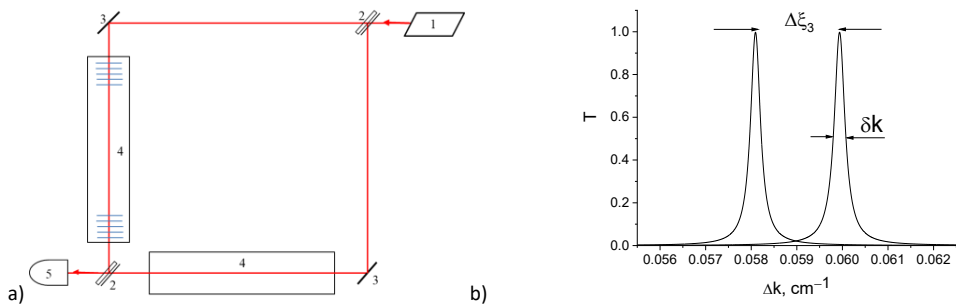


Fig. 2. (a) Optical scheme of Mach-Zehnder interferometer with periodical structures as reflecting mirrors. 1—laser, 2—beam splitter, 3—mirror, 4—Fabry-Perot resonator with periodical structures, 5—photodetector; (b) transmittance as function of detuning Δk

The line width of the transmittance can reach the values of $\delta k \approx 10^{-23} \text{ cm}^{-1}$ at a distance between the mirrors $d = 1$ m for the radiation wavelength 630 nm. This indicates that the spectral resolution is equal to $\delta\lambda/\lambda_0 = \delta k/k_0 \approx 10^{-28}$.

Conclusion. Results may be useful in various fields, e. g. in gravitational wave experiments, high precision spectroscopy, and quantum information processing and metrology.

References

- [1] Braginsky V.B. Development of methods of quantum measurements. *Phys. Usp.*, 2005, vol. 48, art. no. 595. <https://doi.org/10.1070/PU2005v048n06ABEH002626>
- [2] Petrov N.I. Macroscopic quantum effects for classical light. *Phys. Rev. A*, 2014, vol. 90, art. no. 043814. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.043814>
- [3] Petrov N.I., Pustovoi V.I. Small-Sized Interferometer with Fabry — Perot Resonators for Gravitational Wave Detection. *Sensors*, 2021, vol. 21 (5), art. no. 1877. <https://doi.org/10.3390/s21051877>

УДК 514.8

Внутренняя связь уравнений теории поля

Петрова Людмила Ивановна ()*

ptr@cs.msu.ru

МГУ им. М.В. Ломоносова, ф-т ВМК, Москва, Россия

Аннотация. Показано, что существует соответствие между уравнениями теории поля, такими как уравнения Дирака, Шредингера, Максвелла, Эйнштейна, и замкнутыми внешними формами определенной степени. Такое соответствие между уравнениями теории поля и замкнутыми внешними формами определенной степени раскрывает внутреннюю связь между уравнениями теории поля.

Ключевые слова: уравнения теории поля, кососимметричные дифференциальные формы, законы сохранения, функционалы, степень замкнутых внешних форм

Введение. Как известно, уравнения теории поля, описывающие физические поля, такие как уравнения Дирака, Шредингера, Максвелла, Эйнштейна, основываются на свойствах инвариантности и ковариантности. Оказывается, что существует математический формализм, который обладает этими свойствами. Это теория замкнутых кососимметричных дифференциальных форм [1–3]. Замкнутые внешние формы, примером которых является теорема Нетер, являются дифференциалами, и, следовательно, инвариантами, и соответствуют законам сохранения для физических полей (наличием сохраняющихся величин или структур), которые описываются уравнениями теории поля. При этом дуальные формы, соответствующие замкнутым неточным (определенным только на интегрируемых структурах) внешним формам, обладают ковариантными свойствами. Это указывает на соответствие между уравнениями теории поля и замкнутыми внешними формами определенной степени.

Методы и материалы; результаты. Было проведено исследование уравнений теории поля с помощью замкнутых внешних кососимметричных форм, которое показало, что существует соответствие между уравнениями теории поля и замкнутыми внешними кососимметричными формами определенной степени. При этом уравнениям Дирака и Шредингера для волновой функции соответствуют замкнутые внешние формы нулевой степени. Уравнению Шредингера для функционала состояния соответствуют замкнутые внешние формы первой степени. Замкнутые внешние формы второй степени лежат в основе уравнений Максвелла. Уравнение Эйнштейна для гравитационного поля [4] состоит из ковариантных тензоров, которым соответствуют замкнутые внешние формы второй степени. Однако, ковариантные тензоры уравнения Эйнштейна получены из ковариантных тензоров, которым соответствуют замкнутые внешние формы третьей степени. Такое соответствие между уравнениями теории поля и замкнутыми внешними формами определенной степени раскрывает внутреннюю связь между уравнениями теории

поля и показывает, что степень замкнутых внешних форм может быть параметром, объединяющий теории поля в единую теорию поля.

Можно отметить еще одно общее свойство уравнений теории поля. Они являются соотношениями для функционалов, таких как волновая функция, функционал действия, тензор Эйнштейна. Для электромагнитного поля таким функционалом является вектор Пойтинга [5].

Заключение. Было показано, что уравнения теории поля базируются на свойствах замкнутых внешних форм, которые являются дифференциалами и обладают инвариантными и ковариантными свойствами. При этом уравнения теории поля, описывающие физические поля разного типа, связаны с замкнутыми внешними формами определенной, соответствующей, степени. Это раскрывает внутреннюю связь уравнений теории поля, объединяет теории поля, и может служить подходом к единой теории поля.

Список источников

- [1] Картан Э. Внешние дифференциальные системы и их геометрические приложения. URSS, Москва, 2022, 240 с.
- [2] Petrova L.I. Exterior and evolutionary differential forms in mathematical physics: Theory and Applications. Lulu.com, Morrisville, 2008, 157 p.
- [3] Петрова Л.И. Кососимметричные дифференциальные формы: Законы сохранения. Основы теории поля. Москва, ЛЕНАНД, 2017, 160 с.
- [4] Einstein A. The Meaning of Relativity. Princeton, Boston Public Library, 1953.
- [5] Petrova L. Connection between functionals of the field-theory equations and state functionals of the mathematical physics equations. Journal of Physics: Conference Series, 2018, vol. 1051, no. 012025. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1051/1/012025>

Internal Connection between the Field Theory Equations

Petrova Lyudmila Ivanovna(*)

ptr@cs.msu.ru

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Abstract. It has been demonstrated that a correspondence exists between field theory equations like Dirac, Schrödinger, Maxwell, and Einstein equations, and closed exterior forms of a specific degree. This correspondence unveils an intrinsic connection among the field theory equations.

Keywords: the field theory equations, skew-symmetric differential forms, conservation laws, functionals, degree of closed external forms

Introduction. As is known, the equations of field theory describing physical fields, such as the equations of Dirac, Schrödinger, Maxwell, Einstein, are based on the properties of invariance and covariance. It turns out that there is a mathematical

formalism that has these properties. This is the theory of closed skew-symmetric differential forms [1, 2]. Closed external forms, an example of which is Noether's theorem, are differentials, and therefore invariants, and correspond to conservation laws for physical fields (the presence of conserved quantities or structures) that are described by the equations of field theory. At the same time, dual forms corresponding to closed imprecise (defined only on integrable structures) external forms have covariant properties. This indicates a correspondence between the equations of field theory and closed external forms of a certain degree.

Methods and materials; results. The study of field theory equations using closed external skew-symmetric forms was conducted, which showed that there is a correspondence between the equations of field theory and closed external skew-symmetric forms of a certain degree.

In this case, the Dirac and Schrödinger equations for the wave function correspond to closed external forms of degree zero. The Schrödinger equation for the state functional corresponds to closed external forms of degree one. Closed external forms of degree two are the basis of Maxwell's equations. The Einstein equation for the gravitational field [3] consists of covariant tensors, which correspond to closed external forms of degree two. However, the covariant tensors of the Einstein equation are obtained from covariant tensors, which correspond to closed external forms of degree three.

Such a correspondence between the equations of field theory and closed external forms of degree one reveals the internal connection between the equations of field theory and shows that the degree of closed external forms can be a parameter that unites field theories into a single field theory. Another general property of field theory equations can be noted. They are relations for functionals such as the wave function, the action functional, and the Einstein tensor. For the electromagnetic field, such a functional is the Poynting vector [4].

Conclusion. It has been shown that the equations of field theory are based on the properties of closed external forms, which are differentials and have invariant and covariant properties. At the same time, the equations of field theory describing physical fields of different types are associated with closed external forms of a certain, corresponding, degree. This reveals the internal connection of the equations of field theory, unites field theories, and can serve as an approach to unified field theory.

References

- [1] Cartan E. *Les Systems Differentials Exterieurs ef Leurs Application Geometriques*. Paris, Hermann, 1945
- [2] Petrova L.I. *Exterior and evolutionary differential forms in mathematical physics: Theory and Applications*. Lulu.com, Morrisville, 2008, 157 p.
- [3] Einstein A. *The Meaning of Relativity*. Princeton, Boston Public Library, 1953.
- [4] Petrova L. Connection between functionals of the field-theory equations and state functionals of the mathematical physics equations. *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1051, no. 012025. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1051/1/012025>

UDC 530.122

Estimation of the Instantaneous Frequency Evolution of Chirping Gravitational Waves from Coalescing Binary Systems via Wigner-Ville Representation

Pinto Innocenzo M.¹

pinto@sa.infn.it

Pierro Vincenzo R.²

pierro@unisannio.it

¹ University of Naples Federico II, Napoli, Italy, INFN, LVK² University of Sannio at Benevento, Benevento, Italy

Abstract. The instantaneous frequency evolution of gravitational waves emitted by a coalescing binary system can be retrieved using the Wigner-Ville time-frequency representation [1], via Weinstein uniform asymptotic expansion yielding a (delta-like) Airy function [2–4]. The estimation bias can be evaluated in closed form, and easily removed. The estimated instantaneous-frequency line and the related source chirp-mass estimate are robust against higher-order post-Newtonian corrections, non-ideal (non-Gaussian, non-stationary) noise features and (any) orbital eccentricity [5]. Numerical implementation and computational burden are discussed. A correlation-detector [6] based on Moyal formula [1] is analysed, and its performance-degradation under extreme (1-bit) data compression is evaluated.

Keywords: coalescing binary systems, Gravitational wave detection, source parameters estimation, time-frequency representations

References

- [1] Claasen T., Macklenbrauker W. The Wigner Distribution — A Tool for Time-Frequency Signal Analysis. *Philips J. Res.*, 1980, vol. 35, pp. 217–250, *ibid.* 276–300, *ibid.* 372–389.
- [2] Bleistein N. Uniform Asymptotic Expansions of Integrals with Many nearby Stationary Points and Algebraic Singularities. *J. Math. Mech.*, 1967, vol. 17, pp. 336–351.
- [3] Levinson N. A Polynomial Canonical Form for Certain Analytic Functions of Two Variables at a Critical Point. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1960, vol. 66, pp. 366–368.
- [4] Estrada R., Kanwal R.P. A Distributional Theory for Asymptotic Expansions. *Proc. R. Soc.*, 1990, vol. A428, pp. 399–430.
- [5] Pinto I.M. Estimating the Chirp Mass of Eccentric Inspiring Binary Systems from Time-Frequency Representations of their Gravitational Radiation. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2021, vol. 2081, art. no. 012008.
- [6] Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. *Выделение сигналов на фоне случайных помех*. Москва, Сов. Радио, 1960, 447 с.

УДК 52.423, 524.8, 531.51

Задачи астрофизики и фундаментальной гравитации в космических лазерных интерферометрах

Постнов Константин Александрович

director@sai.msu.ru

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Аннотация. Представлено описание основных задач в области астрофизики и фундаментальной гравитации, которые планируется решать с помощью космических лазерных интерферометров для измерения гравитационных волн в мГц диапазоне частот, находящихся в стадии разработки. Конкретные примеры даны для чувствительности проекта TianQin (КНР).

Ключевые слова: космические лазерные интерферометры, гравитационные волны, теория гравитации, космология

Введение. Разрабатываемые в настоящее время проекты космических лазерных интерферометров для детектирования гравитационных волн (ГВ) в мГц диапазоне частот включают конфигурацию из 3 спутников на геостационарной (TianQin) или гелиоцентрической (LISA, Taiji, Decigo) орбите. Типичное расстояние между спутниками $L = 10^3 - 1.5 \times 10^5 - 10^6$ км. Целевые параметры TianQin: шум измерения положения $S^{1/2}_x = 10^{-12}$ м Гц $^{-1/2}$, шум остаточных ускорений $S^{1/2}_a = 10^{-15}$ м с $^{-2}$ Гц $^{-1/2}$ [1]. Основные астрофизические задачи — образование и рост сверхмассивных черных дыр (СМЧД), их связь с галактиками. Фундаментальная физика: проверка ОТО в режиме сильного поля. Космология: история расширения Вселенной, измерение космологических параметров. Возможная новая физика: ГВ от фазовых переходов 1 рода в ранней Вселенной, проверка расширений ОТО и поиск новых фундаментальных полей [1].

Методы и материалы. Поставленные задачи будут решаться путем измерения ГВ от Галактических источников (ультратесные двойные системы: двойные белые карлики, системы типа AM CVn с орбитальным периодом десятки минут), от сливающихся двойные ЧД звездных масс до красных смещений $z \sim 0$, от слияния СМЧД с большим отношением масс $q \sim 10^{-5} - 10^{-7}$, которые проходят много циклов до слияния $\sim 1/q$, резко увеличивая отношение сигнала к шуму (горизонт регистрации до $z \sim 3$). Будут также измеряться слияния СМЧД и измеряться фазы ГВ послезвона после слияния (до $z \sim 10$). Интригующей является задача измерения стохастического фона ГВ от совокупности астрофизических источников и космологического ГВ-фона. В настоящее время имеется очень много моделей и высока вероятность обнаружения такого фона.

Заключение. Разрабатываемые сегодня космические лазерные интерферометры (LISA, TianQin, Taiji, DECIGO) дают уникальную возможность наблюдения астрофизических ГВ источников и космологических ГВ фонов в миллигерцовом диапазоне частот. Прогресс в технологиях космической лазерной интерферометрии позволяет достичь требуемой точности к установленным срокам (≥ 2034) [2]. Большое отношение сигнала к шуму для астрофизических источников в мГц диапазоне позволяет проверять нелинейные эффекты ОТО и ее расширений, новую физику и ставить независимые ограничения на космологические параметры [3].

Работа поддержана грантом РНФ 23-42-00055.

Список источников

- [1] Mei Jianwei, Bai Yan-Zheng, Bao Jiahui et al. The TianQin project: Current progress on science and technology. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, vol. 2021, iss. 5, id.05A107. <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa114>
- [2] Luo Jun, Bai Shaojun, Bai Yan-Zheng et al. *Progress in the TianQin project*. Eprint arXiv:2502.11328. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.11328>
- [3] Luo Jun, An Haipeng, Bian Ligong et al. *Fundamental Physics and Cosmology with TianQin*. eprint arXiv:2502.20138. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.20138>

Problems of astrophysics and fundamental gravitation in space laser interferometers

Postnov Konstantin Alexandrovich

director@sai.msu.ru

Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Moscow, Russia;

Abstract. The description of the main problems in the field of astrophysics and fundamental gravitation, which are planned to be solved with the help of space laser interferometers for measuring gravitational waves in the mHz frequency range, which are under development, is presented. Specific examples are given for the sensitivity of the TianQin project (PRC).

Keywords: space laser interferometers, gravitational waves, theory of gravitation, cosmology

Introduction. Space laser interferometers currently under development for the detection of gravitational waves (GW) in the mHz frequency range include a configuration of 3 satellites in geostationary (TianQin) or heliocentric (LISA, Taiji, DECIGO) orbit. Typical satellite spacing is $L=10^3 \dots 1.5 \times 10^5 \dots 10^6$ km. Target parameters of TianQin: position measurement noise $S_x^{1/2}=10^{-12}$ m Hz $^{-1/2}$, residual acceleration noise $S_a^{1/2}=10^{-15}$ m s $^{-2}$ Hz $^{-1/2}$ [1]. Main astrophysical problems — formation and growth of supermassive black holes (SMBHs), their relation to galaxies. Fundamental physics: verification of GR in the strong field regime. Cosmology: history of the expansion of the Universe, measurement of cosmological parameters. Possible new physics: GW

from phase transitions of the 1st kind in the early Universe, checking of GR extensions and search for new fundamental fields [1].

Methods and Materials. The scientific tasks will be solved by measuring GWs from Galactic sources (ultrashort-period binary systems: double white dwarfs, AM CVn-type systems with orbital periods of tens of minutes), from merging binary BHs of stellar masses up to redshifts $z \sim 0$, from merging SMHDs with large mass ratios $q \sim 10\text{--}5\text{--}10\text{--}7$ that go through many cycles before merging $\sim 1/q$, dramatically increasing the signal-to-noise ratio (recording horizon up to $z \sim 3$). There will also be measurements of SMBH mergers and the post-merger GW ring-down phases after the merger (up to $z \sim 10$). The task of measuring the stochastic GW background from astrophysical sources and the cosmological GW background is exciting. Currently, there are very many models available and the probability of detecting such a background is rather high.

Conclusion. Space laser interferometers (LISA, TianQin, Taiji, DECIGO) being developed today provide a unique opportunity to observe astrophysical GW sources and cosmological GW backgrounds in the milliHertz frequency range. Advances in space laser interferometry technologies make it possible to achieve the required accuracy by the target date (≥ 2034) [2]. The large signal-to-noise ratio for astrophysical sources in the mHz range allows us to test nonlinear GR effects and GR extensions, new physics, and to place independent constraints on cosmological parameters [3].

This work is supported by RSF grant 23-42-00055.

References

- [1] Mei Jianwei, Bai Yan-Zheng, Bao Jiahui et al. The TianQin project: Current progress on science and technology. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, vol. 2021, iss. 5, id.05A107. <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa114>
- [2] Luo Jun, Bai Shaojun, Bai Yan-Zheng et al. *Progress in the TianQin project*. Eprint arXiv:2502.11328. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.11328>
- [3] Luo Jun, An Haipeng, Bian Ligong et al. *Fundamental Physics and Cosmology with TianQin*. eprint arXiv:2502.20138. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.20138>

UDC 524.882

Constraining Gauss — Bonnet Parameter and Radii of Compact Stars in the Mass-gap Using Realistic Equation of States in 4D-EGB Gravity

Priyobarta N.^{1(*)}

priyo.naoremcha@gmail.com

*Newton Singh Ksh.*²

ntnphy@gmail.com

*Maurya S.K.*³

sunil@unizwa.edu.com

*Mishra B.*¹

bivu@hyderabad.bits-pilani.ac.in

¹ Department of Mathematics, Birla Institute of Technology and Science-Pilani, Hyderabad Campus, Hyderabad-500078, India

² Department of Physics, National Defence Academy, Khadakwasla, Pune 411023, India

³ Department of Mathematics and Physical Science, College of Arts and Science, University of Nizwa, Sultanate of Oman

Abstract. In this paper, we have investigated the effects of Gauss-Bonnet (GB) extension on Einstein's gravity in 4-dimensions. Four different EoS such as SLy4, APR4, FPS and Togashi are considered. These EoS are used to model the massive neutron stars like PSR J2215+5135, PSR J1959+2048, PSR J1810+1744, PSR J0740+6620 and GW190814, which are in the neutron star-black hole (NS-BH) mass gap. We have calculated the mass and radius through the M–R curves for different values of the GB-coupling parameter for four different EoSs to examine the upper limit of masses that fall within the mass-gap. Our result shows that the positive branch of α is suitable for explaining the existence of massive neutron stars in the mass-gap. Bondi's and static stability criteria have confirmed the stability of these massive neutron stars. In fact, an increase in GB-coupling strength improves the stability of these massive neutron stars. Furthermore, the surface redshift of these massive neutron stars is below the maximum limit, i. e. $Z_s < 2$. Finally, we have used the M–R curves with the observed masses to predict the radii of PSR J2215 + 5135, PSR J1959 + 2048, PSR J1810 + 1754, PSR J0740 + 6620 and GW190814 in GR and 4D-EGB gravity. The predicted radii are in agreement with the constraints from the GW170817 event. Lastly, the maximum observed NS mass is fitted in the M–R curves implying that the range of α should be somewhere around 0 to 5 [km²].

Keywords: stars, neutron-stars, massive-black hole physics, analytical- equation of states

Introduction. Post Einstein general relativity (GR), there were lot of interest to explore the field of relativistic astrophysics. In 1931, Landau theorized the possibilities of compact objects denser than white dwarfs with supra nuclear densities. Tolman [1] and Oppenheimer & Volkoff [2] developed the equation of hydrostatic equilibrium in the context of GR known as the TOV equations, which has been used to determine the maximum mass of compact objects. Unfortunately, determining the maximum masses of compact objects like neutron stars (NSs) are still

a mystery in modern astrophysics. In addition, the NS-BH mass gap ($\sim 2\text{--}5M_{\odot}$) which is between the maximum mass of neutron stars and the least massive black holes (BH) is still unknown [3]. It has been argued that there are no compact objects between the mass gap. But recent observations have shown that the mass-gap as for compact objects as $\sim 2.50\text{--}2.67M_{\odot}$ [4]. We are in tending to investigate the mass-gap which can be done in two ways, such as extending GR or exploring more stiff equation of state (EoS) viz. Sly4, APR4, FPS and Togashi EoS.

GR has effectively addressed many aspects of the universe, but it has limitations, such as its inability to explain the NS-BH mass gap and its restriction to four dimensions. To address these shortcomings, we can modify the gravitational component of the Einstein-Hilbert action, leading to the development of modified gravity theories. We consider the gravitational part of the Einstein-Hilbert action with the generalization of Einstein's gravity to higher D dimensions, like Lovelock gravity [5, 6], which also can revert back to Einstein's theory in $D = 4$. In higher dimensions the Einstein-Gauss-Bonnet (EGB) gravity [7] can be formed by including the Gauss-Bonnet term in the Einstein-Hilbert term. Though the GB term is topological in 4D, but can be redefined by a regularization technique by introducing quantum corrections to Einstein's gravity. In this theory, Lovelock's theorem was bypassed, and as a result, the contribution of the GB term in gravitational dynamics becomes non-negligible, which enables 4D-EGB gravity.

Methods and materials; results. It is necessary to solve the TOV equations to explore the connections between different physical quantities, such as the M–R curve. To numerically solve these equations, we apply the following initial conditions at $r = 0$ in the TOV equations as $p(0) = p_c$ and $m(0) = 0$. As the pressure-density relationship originates from the EoS, we can immediately move onto solving the TOV equations. For numerical integration, we utilized the Runge-Kutta 45 (RK45) method available in the ‘scipy.integrate’ package in Python. The neutron star's surface can be determined by examining the pressure, and the hydrostatics equation indicates that the pressure decreases as the radius, r increases. We define the star's surface at the point where the pressure, $p(r)$ approaches zero, specifically at $p(r_s) \approx 0$, where r_s denotes the radius of the star. For the mass of the star, we calculate by using mass gradient equation. This equation accumulates the mass of the stars until it reaches r_s .

Conclusion. In this paper, we analyzed 4D-EGB gravity with realistic four EoSs namely SLy4, APR4, FPS and Togashi. By solving the modified TOV-equation, we have generated the M–R curve for the SLy4 EoS while varying the GB-coupling parameter α . Further, we also compared the M–R curves for GR ($\alpha = 0$) and 4D-EGB ($\alpha = 5$) for the 4-EoSs. From this, we have found that the positive branch of α is useful in constraining the radii of the recently observed massive neutron stars such as PSR J2215+5135, PSR J1959+2048, PSR J1810+1744, PSR J0740+6620, and GW19081, ensuring that the curve remains outside the unstable region. This analyses, implies that the 4D-EGB gravity allows more massive neutron stars to exist compared to the GR counterpart with the same matter composi-

tion/EoS. The stability of such massive neutron stars has been proven by the Bondi's and static stability criteria while the modified TOV equation itself ensures the equilibrium condition. Further, it is also pointed out that the stability of compact star improves with increase in α values, implying that 4D-EGB gravity allows to exist more massive compact stars in the mass-gap. We also plotted $Z_s - M$ for the four EoSs and satisfy the $Z_{s \max} \lesssim 2$ limit. It can also be noted that all four EoSs are stiff enough to hold massive and stable configurations when the central density is above 1014 g/cm^3 where the adiabatic index is above $4/3$.

From the above analyses, we have used these realistic EoSs to constrain the radius and the range of Gauss Bonnet coupling strength from the upper mass limit which are below the unstable region. Constraining of the radii can be done from the error bars of the observed masses. Here, the radii are larger in 4D-EGB than in the GR counterpart. The M -max also increases for more GB-coupling strength in all EoSs. In all EoSs, the radius range of compact stars ranges from 10.63 – 12.09 km . One of the most compact objects observed so far has been predicted in GW190814 event, which is expected to be a merger of a very massive neutron star of mass 2.5 – $2.67 M_\odot$ and a light black hole of mass 22.2 – $24.3 M_\odot$. This massive neutron star in the NS-BH mass gap cannot be accommodated with respect to SLy4, FPS, APR4 and Togashi in the GR limit, however, in 4D-EGB it can exist with a radius of 10.63 km (SLy4), 11.46 km (APR4) and 11.66 km (Togashi) with $\alpha = 5$. Furthermore, from the more recent gravitational waves observation of NS-NS merger in GW170817 event, a stringent constraint on radius of has been found where a NS of mass $1.6 M_\odot$ and $1.4 M_\odot$ should have a radius larger than $10.68^{+0.15}_{-0.04} \text{ km}$ and $11.0^{+0.9}_{-0.6} \text{ km}$ respectively. These stringent constraints are clearly satisfied in the M - R curves where a $1.6 M_\odot$ NS have at least 10.5 km and for $1.4 M_\odot$ at least 11 km radius. Finally, we can use these $M - R$ curves to constrain the coupling strength α by observing the minimum and maximum values of α need to fit the observed masses. It has been found that the massive NS in GW190814 i.e. 2.5 – $2.67 M_\odot$ can be fitted with $\alpha = 5$. Hence, the range of α should be approximately between 0 and 5 km^2 (according to the maximum NS mass observed yet).

References

- [1] Tolman R.C. Static Solutions of Einstein's Field Equations for Spheres of Fluid. *Phys. Rev.*, 1939, vol. 55, art. no. 364.
- [2] Oppenheimer J.R., Volkoff G.M. On Massive Neutron Cores. *Phys. Rev.*, 1939, vol. 55, art. no. 374.
- [3] Hannam M., Brown D.A., Fairhurst S., Fryer C.L., Harry I.W. When can gravitational-wave observations distinguish between black holes and neutron stars? *The Astrophysical Journal Letters*, 2013, vol. 766, L14. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/766/1/L14>
- [4] Abbott R., Abbott T.D., Abraham S. et al. Gravitational Waves from the Coalescence of a 23 Solar Mass Black Hole with a 2.6 Solar Mass Compact Object. *The Astrophysical Journal Letters*, 2020, vol. 896, L44. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/Ab960F>
- [5] Lovelock D. The Einstein Tensor and Its Generalizations. *Journal of Mathematical Physics*, 1971, vol. 12, art. no. 498. <https://doi.org/10.1063/1.1665613>

-
- [6] Lovelock D. The Four-Dimensionality of Space and the Einstein Tensor. *Journal of Mathematical Physics*, 1972, vol. 13, art. no. 874. <https://doi.org/10.1063/1.1666069>
 - [7] Glavan D., Lin C. Einstein-Gauss-Bonnet Gravity in Four-Dimensional Spacetime. *Physical Review Letters*, 2020, vol. 124, art. no. 081301.
 - [8] Shabatina T.I., Berezina S.L., Morozov Yu.N., Fedorov V.V. *Introduction to nanochemistry and nanomaterial technology*. Moscow, Bauman Moscow State Technical University, 2022, 151 p.

УДК 53.01

Новая релятивистская космология, основанная на принципе масштабной инвариантности

Рабинович Александр Соломонович

arabinowitch17@gmail.com

Московский институт электроники и математики НИУ ВШЭ, Москва, Россия

Аннотация. Современная космология сталкивается с большим числом нерешенных вопросов. К ним относятся проблема космологической сингулярности, отсутствие объяснений природы темной материи и существования хорошо развитых галактик в первые несколько сотен миллионов лет после Большого взрыва и целый ряд других вопросов. В связи с этим предлагается иной подход к построению космологии. В нем исследуется обобщение общей теории относительности на основе принципа Вейля масштабной инвариантности. Это обобщение позволяет прийти к нестандартному космологическому решению, в котором отсутствует Большой взрыв. Его применение приводит к новым объяснениям красного смещения в спектрах далеких галактик и реликтового излучения, а также новому взгляду на природу темной материи.

Ключевые слова: принцип Вейля масштабной инвариантности, обобщение ОТО, вейлевские потенциалы, несингулярное космологическое решение, темная материя

Введение. В современной космологии возникло большое число трудных вопросов, на которые отсутствуют сколько-нибудь убедительные ответы в рамках стандартной Λ CDM модели, основанной на эйнштейновской гравитационной теории. К ним относятся нерешенная проблема космологической сингулярности, тайна темной материи, частицы которой до сих пор не найдены [1], обнаружение космическим телескопом им. Джеймса Уэбба хорошо развитых галактик в первые несколько сотен миллионов лет после Большого взрыва [2, 3], что противоречит стандартной космологии, и много других космологических загадок. Для выхода из возникшего кризиса предлагается новая космология, в которой дается обобщение эйнштейновской гравитационной теории на основе принципа Вейля масштабной инвариантности. Для реализации данного принципа гравитационное поле дополняется полем Вейля с четырьмя потенциалами [4]. В отличие от Вейля, его поле рассматривается как очень слабое, обусловленное влиянием физического вакуума.

Методы и материалы; результаты. В наших работах [5, 6] исследовались гравитационные уравнения, обобщающие уравнения ОТО, в которых символы Кристоффеля римановой геометрии заменялись связностью геометрии Вейля, содержащей вейлевские потенциалы. В рамках данного исследования было получено новое нестационарное и несингулярное космологическое решение. Его применение привело к следующему выводу: при положительном космологическом времени, отсчитываемом от момента, когда Вселенная была горячей и имела максимальную температуру, на частицы ве-

щества действует очень малая тормозящая сила вследствие влияния слабого поля Вейля. Это приводит к тому, что фотоны, проходя расстояния в миллиарды световых лет, постепенно теряют энергию. В результате возникает новое объяснение красного смещения в спектрах далеких галактик — как следствие действия слабого поля Вейля, обусловленного влиянием физического вакуума. При этом реликтовое излучение интерпретируется не как результат Большого взрыва, а как излучение поля Вейля. Применяя закон Стефана — Больцмана, связывающий плотность энергии реликтового излучения с температурой и используя для нее значение $2,73\text{ K}$ в настоящую эпоху, определяем отвечающее ей космологическое время. Оно, как оказалось, на порядок больше времени $13,8$ млрд лет, соответствующего стандартной космологии. Учитывая это обстоятельство, приходим к следующей интерпретации природы темной материи, которой в пять раз больше видимой материи: она представляет собой множество потухших звезд. Нужно отметить, что такое простое объяснение было невозможно в рамках стандартной космологии, так как за время $13,8$ млрд лет не могло образоваться столько потухших звезд. Подтверждением того, что космологическое время в новой космологии на порядок больше $13,8$ млрд лет, явился расчет в ее рамках массовой доли гелия в нашей галактике, оказавшийся приблизительно равной $0,28$, в согласии с наблюдательными данными.

Заключение. Ввиду больших трудностей, с которыми сталкивается стандартная Λ CDM космология, было предложено обобщение ОТО на основе принципа Вейля масштабной инвариантности. В нем эйнштейновское гравитационное поле дополнялось полем Вейля, которое рассматривалось как очень слабое, обусловленное влиянием физического вакуума. Исследование данного обобщения привело к новому несингулярному космологическому решению. Его применение позволило дать новое объяснение красного смещения в спектрах далеких галактик, как обусловленного влиянием слабого поля Вейля, а также предложить ключ к пониманию сущности темной материи.

Список источников

- [1] Clegg B. *Dark Matter and Dark Energy. The Hidden 95% of the Universe*. Icon Books, London, 2019.
- [2] Williams R. JWST Detects the Earliest Most Distant Galaxy in the Known Universe — and It's Super Weird. *Scientific American*. URL: <https://www.scientificamerican.com/article/jwst-detects-the-earliest-most-distant-galaxy-in-the-known-universe-and-its/> (accessed 15.03.2025).
- [3] Carniani S., Hainline K., D'Eugenio F. et al. Spectroscopic confirmation of two luminous galaxies at a redshift of 14. *Nature*, 2024, vol. 633, pp. 318–322.
- [4] Weyl H. *Space — Time — Matter*. New York, Dover, 1952.
- [5] Rabinowitch A.S. On a generalization of the equations of general relativity based on Weyl's principle of scale invariance. *Gravitation and Cosmology*, 2021, vol. 27, pp. 202–211.
- [6] Rabinowitch A.S. *Nonlinear Field Theories and Unexplained Phenomena in Nature*. Singapore, World Scientific, 2023.

New Relativistic Cosmology Based on Principle of Scale Invariance

Rabinowitch Alexander Solomonovich

arabinowitch17@gmail.com

Moscow Institute of Electronics and Mathematics, HSE University, Moscow, Russia

Abstract. Modern cosmology faces a large number of unsolved questions. These include the problem of cosmological singularity, the lack of explanations for the nature of dark matter and the existence of well-developed galaxies in the first few hundred million years after the Big Bang, and a number of other questions. In this regard, a different approach to constructing cosmology is proposed. It examines a generalization of the general theory of relativity based on Weyl's principle of scale invariance. This generalization allows one to arrive at a non-standard cosmological solution in which the Big Bang is absent. Its application leads to new explanations for the redshift in the spectra of distant galaxies and cosmic microwave background radiation, as well as a new view of the nature of dark matter.

Keywords: Weyl's principle of scale invariance, generalization of General Relativity, Weyl's potentials, nonsingular cosmological solution, dark matter

Introduction. In modern cosmology, a large number of difficult questions have arisen that have no convincing answers within the standard Λ CDM model based on Einstein's gravitational theory. They include the unsolved problem of cosmological singularity, the mystery of dark matter, whose particles have not yet been found [1], the discovery by the James Webb Space Telescope of well-developed galaxies in the first few hundred million years after the Big Bang [2, 3], which contradicts standard cosmology, and many other cosmological mysteries. To overcome the emerging crisis, a new cosmology is proposed that generalizes Einstein's gravitational theory based on Weyl's principle of scale invariance. To implement this principle, the gravitational field is supplemented by a Weyl field with four potentials [4]. Unlike Weyl, his field is considered to be very weak, due to the influence of the physical vacuum.

Methods and materials; results. In our works [5, 6], we investigated the cosmological solution of gravitational equations generalizing the equations of general relativity, in which the Christoffel symbols of Riemannian geometry are replaced by the connection of Weyl's geometry containing Weyl's potentials. In this study, a new nonstationary and nonsingular cosmological solution was obtained. Its application led to the following conclusion: At positive cosmological time, measured from the moment when the Universe was hot and had a maximum temperature, the particles of matter are subject to a very small decelerating force due to the influence of the weak Weyl field. This leads to the fact that photons, traveling distances of billions of light years, gradually lose energy. As a result, a new explanation arises for the redshift in the spectra of distant galaxies — as a consequence of the action of the weak Weyl field, caused by the influence of the physical vacuum. In this case, the cosmic microwave background radiation is interpreted not as a result of the Big Bang, but as radiation from the Weyl field. Applying the Stefan-

Boltzmann law, which relates the energy density of the cosmic microwave background radiation to temperature and using its value of 2.73 K at the present epoch, we determine the corresponding cosmological time. It turned out to be an order of magnitude longer than the time of 13.8 billion years consistent with standard cosmology. Taking this circumstance into account, we come to the following interpretation of the nature of dark matter, which is five times larger than visible matter: it is a multitude of extinct stars. It should be noted that such a simple explanation was impossible within the framework of standard cosmology, since so many extinct stars could not have formed in 13.8 billion years. The fact that the cosmological time in the new cosmology is an order of magnitude longer than 13.8 billion years was confirmed by the calculation within its framework of the mass fraction of helium in our galaxy, which turned out to be approximately equal to 0.28, in agreement with observational data.

Conclusion. In view of the great difficulties encountered by the standard Λ CDM cosmology, a generalization of General Relativity based on the Weyl principle of scale invariance was proposed. In it, the Einstein gravitational field was supplemented by a Weyl field, which was considered as very weak, due to the influence of the physical vacuum. The study of this generalization led to a new nonsingular cosmological solution. Its application made it possible to give a new explanation for the redshift in the spectra of distant galaxies, as due to the influence of the weak Weyl field, and also to offer a key to understanding the nature of dark matter.

References

- [1] Clegg B. *Dark Matter and Dark Energy. The Hidden 95% of the Universe*. Icon Books, London, 2019.
- [2] Williams R. JWST Detects the Earliest Most Distant Galaxy in the Known Universe — and It's Super Weird. *Scientific American*. URL: <https://www.scientificamerican.com/article/jwst-detects-the-earliest-most-distant-galaxy-in-the-known-universe-and-its/> (accessed 15.03.2025).
- [3] Carniani S., Hainline K., D'Eugenio F. et al. Spectroscopic confirmation of two luminous galaxies at a redshift of 14. *Nature*, 2024, vol. 633, pp. 318–322.
- [4] Weyl H. *Space — Time — Matter*. New York, Dover, 1952.
- [5] Rabinowitch A.S. On a generalization of the equations of general relativity based on Weyl's principle of scale invariance. *Gravitation and Cosmology*, 2021, vol. 27, pp. 202–211.
- [6] Rabinowitch A.S. *Nonlinear Field Theories and Unexplained Phenomena in Nature*. Singapore, World Scientific, 2023.

UDC 524.882

Massive scalar and Dirac Perturbations of a four-dimensional black hole in the presence of perfect fluid dark matter

Rincon Angel^{1,2}

angel.rincon@ua.es

¹ Departamento de Física Aplicada, Universidad de Alicante, Campus de San Vicente del Raspeig, Alicante, Spain

² Research Centre for Theoretical Physics and Astrophysics, Institute of Physics, Silesian University in Opava, Opava, Czech Republic

Abstract. In this paper, we study quasinormal modes and absorption cross sections for the (3+1)- dimensional Bardeen black hole surrounded by perfect fluid dark matter. Hence, this paper will focus on the massive scalar field perturbations and massless Dirac field perturbations. To compute the quasinormal modes by using the semi-analytical WKB method and the Pöschl — Teller method. We show our results, in figures, and we confirm that all the modes are found to be stable against both (massive) scalar and Dirac perturbations. The absorption cross section is also computed.

Keywords: black holes, perfect fluid dark matter, QNMs, cross section, WKB method, Pöschl — Teller method, perturbations

Introduction. Quasinormal modes (QNMs) of a black hole are the characteristic oscillations that arise when the spacetime is perturbed. These oscillations are described by solutions to wave equations in the black hole background, with boundary conditions enforcing purely ingoing waves at the horizon and outgoing waves at infinity. Their frequencies are complex, where the real part represents the oscillation frequency and the imaginary part determines the damping rate due to gravitational wave emission. QNMs form the resonant “fingerprint” of a black hole and play a key role in the dynamics of mergers and relaxation processes.

Computing quasinormal modes is crucial for several reasons. In gravitational wave astrophysics, QNMs dominate the ringdown phase following black hole mergers, allowing us to infer their parameters and test general relativity. Additionally, in quantum gravity and the context of the AdS/CFT correspondence, QNMs are linked to the relaxation time of thermal quantum states. Methods such as continued fraction expansions or semiclassical approximations provide highly accurate QNM spectra, offering powerful tools to probe modified gravity theories.

The cross section is a fundamental quantity in scattering theory and describes the effective probability that an incoming wave interacts with an object, such as a black hole. In the context of wave scattering, the cross section determines how much energy is absorbed, reflected, or refracted by the black hole. In particular, the absorption cross section and the effective scattering cross section are directly related to phenomena such as gravitational lensing and superradiance, playing a key role in the indirect detection of black holes and the testing of quantum gravitational effects.

In this work we have computed the QNMs of black holes in the presence of perfect fluid dark matter using two complementary methods, the first being the well-known WKB approximations and the second being the Pöschl — Teller fitting method. As for the absorption cross section, we used the 3rd order WKB approach to compute reflection, transmission coefficients and partial absorption cross sections.

Methods and materials; results. The WKB method is a semiclassical technique widely used to calculate quasinormal modes of black holes when the effective potential has a well-defined barrier with a single maximum. In this approach, the wave equation is treated as a Schrödinger-like equation, and its solutions are approximated in terms of oscillatory and exponential exponentials in classically allowed and forbidden regions, respectively. To determine the QNM frequencies, a connection condition is imposed between these regions, leading to a quantization condition based on derivatives of the potential at its peak. Improved methods, such as the Schutz-Will approach or higher-order WKB expansions, have provided increasingly precise QNM frequencies for different types of black hole perturbations. Depending on the order, the WKB method provides a good approximation to the corresponding QNMs of black holes. We then used this method to make progress, investigating different approximation orders.

Alternatively, the Pöschl — Teller potential is an exactly solvable model used to obtain approximate analytical solutions for black hole quasinormal modes. This potential takes the form

$$V(x) = V_0 \operatorname{sech}^2(\alpha x),$$

where V_0 and α are adjustable parameters that mimic the behavior of the actual effective potential near its maximum. The advantage of this model is that its solutions are known, leading to an analytical expression for QNM frequencies, providing insight into their dependence on system parameters. While it does not exactly describe the spectrum of a real black hole, it serves as a useful estimate and a consistency check for numerical methods and semiclassical approximations like WKB.

Finally, the absorption cross section is calculated using the 3rd order WKB approach. An analysis of the reflection and transmission coefficients as well as the partial absorption cross sections is performed.

Conclusion. Our results show that for this black hole solution, both the massive scalar perturbation and the Dirac perturbations maintain the stability of the black hole. In other words, our figures and tables confirm the stability, and then we conclude that this background is stable against both types of perturbation.

References

- [1] Konoplya R.A., Zhidenko A. Quasinormal modes of black holes: from astrophysics to string theory. *Rev. Mod. Phys.*, 2011, vol. 83, pp. 793–836. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.793>
- [2] Berti E., Cardoso V., Starinets A.O. Quasinormal modes of black holes and black branes. *Class. Quant. Grav.*, 2009, vol. 26, art. no. 163001. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/26/16/163001>

УДК 539.1

Квазигравитация вместо псевдотелепатии: геометрическая модель квантовой навигации при (анти)поиске на плоскости

Ростом Айхам^{1, 2}

aiham.rostom@gmail.com

Томилин Владимир Александрович¹

8342tomilin@mail.ru

Ильичев Леонид Веннаминович^{1()}*

leonid@iae.nsk.su

¹ ИАиЭ СО РАН, Новосибирск, Россия² НГУ, Новосибирск, Россия

Аннотация. Рассматривается модель совместного случайного блуждания двух агентов на бесконечной плоскости [1]. Агенты не обладают средствами взаимной классической коммуникации и общими внешними ориентирами, но имеют доступ к ресурсу предварительно распределенной квантовой спутанности, который используется в соответствии с заранее согласованным протоколом. В зависимости от деталей протокола между двумя агентами возникает эффективная сила притяжения или отталкивания. Возникновение этой силы из квантовой спутанности интерпретируется в терминах эффективной сферической или гиперболической геометрии для притяжения или отталкивания соответственно.

Ключевые слова: нелокальные квантовая корреляции, спутанность, эффективная геометрия

Введение. Феномен спутанности — специфических корреляций между фрагментами квантовой системы в значительной степени определяет суть и пафос т. н. Второй квантовой революции. Спутанность порождает квантовую нелокальность, используется в протоколах квантовых методов обработки и защиты информации, в квантовых способах получения изображений, в квантовой метрологии.

Предметом настоящей работы является сценарий участия спутанности в процессе случайного блуждания двух агентов А и В на бесконечной плоскости. К случайности независимого выбора агентами направлений $\mathbf{n}_A$ и $\mathbf{n}_B$ каждого следующего совместного шага по предварительному согласованию добавляются знаки σ_A и $\sigma_B = \pm 1$, определяющие для агента А шаг в направлении $\sigma_A \mathbf{n}_A$, а для В — в направлении $\sigma_B \mathbf{n}_B$ (или $-\sigma_B \mathbf{n}_B$). Знаки определяются исходами двух отдельных измерений проводимых агентами над пространственно разнесенными частями единой спутанной квантовой системы. В зависимости от деталей согласованного сценария обнаруживается либо эффективное притяжение либо эффективное отталкивание агентов при их случайном блуждании. В первом случае повышается вероятность их встречи, во втором понижается. Эти явления порождаются спутанностью и, следовательно, имеют чисто квантовую природу. Показано, однако, что они допускают геометрическую интерпретацию.

Методы и материалы; результаты. Выведены и численно решены уравнения, правая часть которых воспроизводит детали квантового протокола совместного действия агентов, а левая построена из модели предполагаемой эффективной геометрии двумерного пространства положительной или отрицательной кривизны, заменяющей геометрию обычной плоскости. Уравнения решены численно. Получена связь исходного расстояния между агентами с радиусом кривизны в эффективной сферической или гиперболической геометрии. Этот радиус меняется с каждым следующим шагом агентов.

Заключение. Можно констатировать обнаружение нового проявления т.н. квантовой нелокальности, тесно связанного с геометризацией эффективных сил притяжения и отталкивания между агентами.

Список источников

- [1] Rostom A.M., Tomilin V.A., Il'ichov L.V. Geometric model of quantum navigation during (anti-)search on a plane. *Chin. J. Phys.*, 2024, vol. 90, pp. 1095–1100.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.07516>

Quasi-gravitation rather than pseudo-telepathy: Geometric model of quantum navigation during (anti-)search on a plane

Rostom Aiham^{1, 2}

aiham.rostom@gmail.com

Tomilin Vladimir Alexandrovich¹

342tomilin@mail.ru

Il'ichov Leonid Veniaminovich^{1(*)}

leonid@iae.nsk.su

¹ IA&E SB RAS, Novosibirsk, Russia

² NSU, Novosibirsk, Russia

Abstract. A model of joint random walk of two agents on an infinite plane is considered [1]. The agents possess no means of mutual classical communication and no common external reference points, but have access to previously shared quantum entanglement resource which is used according to a pre-arranged protocol. Depending on the details of the protocol, an effective force of attraction or repulsion emerges between the two agents. The emergence of this force from quantum entanglement is interpreted in terms of effective spherical or hyperbolic geometries for attraction or repulsion, respectively.

Keywords: non-local quantum correlations, entanglement, effective geometry

Introduction. The phenomenon of entanglement — specific correlations between fragments of a quantum system — largely determines the essence and pathos of the so-called Second Quantum Revolution. Entanglement generates quantum non-locality, is used in protocols of quantum methods of information processing and protection, in quantum methods of obtaining images, in quantum metrology.

The subject of this paper is a scenario of entanglement participation in the process of random walk of two agents on an infinite plane. To the randomness of independent choice of directions $\mathbf{n}_A$ and $\mathbf{n}_B$ by agents of each next joint step by preliminary agreement are added signs σ_A and $\sigma_B = \pm 1$, determining for agent A a step in the direction $\sigma_A \mathbf{n}_A$, and for B — in the direction $\sigma_B \mathbf{n}_B$ (or $-\sigma_B \mathbf{n}_B$). The signs are determined by the outcomes of two separate measurements carried out by agents on spatially separated parts of a single entangled quantum system. Depending on the details of the agreed scenario, either effective attraction or effective repulsion of agents is observed during their random walk. In the first case, the probability of their meeting increases, in the second it decreases. These phenomena are generated by entanglement and, therefore, have a purely quantum nature. It is shown, however, that they allow a geometric interpretation.

Methods. Equations are derived and numerically solved, the right part of which reproduces the details of the quantum protocol of joint action of agents, and the left part is constructed from a model of the assumed effective geometry of a two-dimensional space of positive or negative curvature, replacing the geometry of a conventional plane. The equations are solved numerically. A relationship is obtained between the initial distance between agents and the radius of curvature in an

effective spherical or hyperbolic geometry. This radius changes with each subsequent step of the agents.

Conclusion. It is possible to state the discovery of a new manifestation of the so-called quantum non-locality, closely related to the geometrization of effective forces of attraction and repulsion between agents.

References

- [1] Rostom A.M., Tomilin V.A., and Il'ichov L.V. *Chin. J. Phys.*, 2024, vol. 90, p. 1095.

UDC 530.122

White holes and quantum gravity

Rovelli Carlo

rovelli.carlo@gmail.com

Rotman Institute of Philosophy, Italy

Abstract. Quantum Gravity indicates the possibility of a quasi-stable 20 microgram particle, produced from black hole evaporation. I discuss the detection possibility and its possible role as dark matter.

UDC 530.122

Sandwich Model of Extra Dimensions

Rubin Sergey

sergeirubin@list.ru

National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

Abstract. This research investigates the distribution of fields on a two-brane model, which offers solutions to the electroweak hierarchy problem, the restoration of Starobinsky inflation, and the small cosmological constant. The study demonstrates that fields known split into two independent effective fields localized on adjacent branes during the Universe's evolution. Conditions for this field bifurcation are explored. Crucially, gauge fields remain uniformly distributed over the extra dimensions, preserving charge universality. The model proposes that the observed brane (brane-1) is “fine-tuned” for complex structure formation, while the adjacent brane (brane-2) hosts much heavier particles, precluding complex structures. Interaction between branes via photons and gravitons offers potential explanations for dark matter (located on brane-2) and ultra-high-energy cosmic rays, with the high mass of brane-2 electrons contributing to the Compton scattering cross-section, making them dark matter candidates and a source of ultra-high-energy protons. This “Sandwich model of extra dimensions” is a promising framework warranting further investigation, potentially explaining phenomena like the positron anomaly and small neutrino masses.

УДК 521.9

Прецизионное измерение гравитационного смещения частоты электромагнитных сигналов в миссии «РадиоАстрон»

Руденко Валентин Николаевич ^{1(*)}

rvn@sai.msu.ru

*Белоненко Алексей Вячеславич*¹

av.belonenko@physics.msu.ru

*Гусев Андрей Викторович*¹

mta-kuskovo@mail.ru

Гурин Федор Сергеевич ^{1,2}

fedor.gurin@mail.ru

*Попов Сергей Михайлович*¹

serg@sai.msu.ru

¹ МГУ имени М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга, Москва, Россия

² МИРЭА — Российский технологический университет, Москва, Россия

Аннотация. Представлены результаты прецизионного измерения гравитационного смещения частоты электромагнитных сигналов в миссии космического радиотелескопа «РадиоАстрон». Предложена методика компенсации эффекта Доплера первого порядка и учета остаточных возмущающих факторов, таких как приливные потенциалы Луны и Солнца, несферичность Земли и атмосферные эффекты. Показано, что параметр нарушения (отклонение от формулы «редшифт» в общей теории относительности) составил $1,57 \pm 3,96 \cdot 10^{-5}$, что подтверждает предсказания ОТО с высокой точностью. Сделан вывод о значимости таких измерений для проверки принципа эквивалентности Эйнштейна.

Ключевые слова: гравитационное смещение частоты, ОТО, принцип эквивалентности, «РадиоАстрон», прецизионные измерения «редшифт»

Введение. Гравитационное смещение частоты электромагнитных сигналов является одним из ключевых эффектов экспериментальных оснований общей теории относительности (ОТО) и важным аспектом принципа эквивалентности Эйнштейна. Значимость работы заключается в повышенной точности измерений этого эффекта, что позволяет тестировать ОТО на фоне альтернативные теории гравитации. В миссии «РадиоАстрон» использовались водородные стандарты частоты со стабильностью ($\Delta f/f = 10^{-14}$) при времени усреднения $\tau \sim 10^2$ с, что обеспечило высокую точность измерений.

Материалы и методы; результаты. Эксперимент проводился на космическом аппарате «Спектр-Р» двигавшемся по вытянутой орбите с апогеем $\sim 350\,000$ км. Для компенсации эффекта Доплера первого порядка применялась схема с чередованием режимов синхронизации коммуникационных сигналов с опорой на бортовой стандарт (однопутевой режим) и с опорой на наземный бортовой стандарт (двухпутевой режим). Основное уравнение измеряемого сигнала включало как гравитационный сдвиг, так и поправки

возмущающих эффектов: релятивистского Доплера второго порядка, приливных потенциалов и атмосферных шумов мерцания. Обработка данных выполнялась с использованием принципа максимального правдоподобия, что позволило минимизировать систематические ошибки. Из сорока гравитационных сеансов по техническим причинам были отобраны 14, которые показали, что параметр нарушения ϵ составил $1,57 \cdot 10^{-5}$ с ошибкой $\pm 3,96 \cdot 10^{-5}$, что согласуется с предсказаниями ОТО.

Заключение. Проведенные измерения подтвердили предсказания общей теории относительности с точностью, превышающей результаты предыдущих экспериментов, таких как GP-A и Galileo. Полученные данные важны для дальнейших исследований в области фундаментальной физики, включая проверку принципа эквивалентности и поиск «новой физики». Результаты также могут быть применены в навигационных системах для учета релятивистских эффектов при расчете траекторий космических аппаратов.

Список источников

- [1] Kardashev N.S. et al. “RadioAstron”— A Telescope with a Size of 300 000 km: Main Parameters and First Observational Results. *Astron. Rep.*, 2013, vol. 57, pp. 153–194. <https://doi.org/10.1134/S1063772913030025>
- [2] Will C.M. The Confrontation between General Relativity and Experiment. *Living Rev. Relativity*, 2014, vol. 17, art. no. 4. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1403.7377>
- [3] Vessot R.F.C. et al. Test of Relativistic Gravitation with a Space-Borne Hydrogen Maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1980, vol. 45, pp. 20–34.
- [4] Delva P. et al. Gravitational Redshift Test Using Eccentric Galileo Satellites. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 121, art. no. 231101.
- [5] Herrmann S. et al. Test of the Gravitational Redshift with Galileo Satellites in an Eccentric Orbit. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 121, art. no. 231102.

UDC 524.834

Behaviour of universe with Finsler-Modified Randers Cosmological Model in Lyra Theory

Sachin Kumar^()*

skumar17011997@gmail.com

Dwivedi P.K.

drpkdwivedi@yahoo.co.in

Mishra C.K.

chayankumarmishra@gmail.com

Dept. of Mathematics and Statistics, Dr. R. M.L. Avadh University, Ayodhya, U.P., India, 224001

Abstract. In this manuscript, we have considered the Finsler-Modified Randers Cosmological Model (FMRCM) with cosmological constant Λ for generalized Finsler-Randers space-time, to investigate the solutions of this model in Lyra theory of cosmology under different variations of energy conditions. Further, we have analyzed the role of cosmological constant Λ in various framework, exploring its impact on both accelerating and decelerating phases of cosmic expansion with graphical and geometrical impact.

Keywords: Cosmological constant Λ , Finsler-Modified Cosmological Model, Generalized Finsler-Randers Cosmological Model (FMRCM), Curvature Parameter of Universe, Lyra Theory

Introduction. The accelerating expansion of the universe refers to the phenomenon in which galaxies are observed to be receding from us at an increasing rate over time, indicating that the expansion is not only ongoing but speeding up.

One of the major unresolved challenges in modern cosmology is determining the precise value of the cosmological constant Λ [1]. In general, by extending the Riemannian metric structure, one can construct a Finslerian geometric framework on a manifold, laying the foundation for more generalized theories of gravitation. Finsler geometry has seen rapid progress in its applications to fundamental theories of relativity, especially in general relativity, astrophysics, and cosmology. Several authors [1–7] and [8] have investigated Bianchi-type cosmological models under various physical conditions, incorporating a time-dependent gauge function β within the framework of Lyra geometry for perfect fluid distributions. G. Lyra proposed a modification to Riemannian geometry by introducing a gauge function into an otherwise structureless manifold. More recently, D.D. Pawar et al. [7] explored magnetized dark energy cosmological models with a time-dependent cosmological term in Lyra geometry, specifically focusing on a magnetized dark energy Bianchi type VI_0 space-time. Their work examines scenarios involving both uniform and time-varying displacement fields within the Lyra manifold.

Methods and materials; results. In this context, Stavrinos et. al. [5] showed that the field equations derived from Finsler — Randers geometry yield a Hubble parameter that includes an additional geometric term. This term could potentially be interpreted as a source of dark energy.

In this research paper, we explore a Friedmann-like Robertson — Walker model and the role of the cosmological constant Λ within the framework of generalized Finsler — Randers cosmology. Our study focuses on examining both the accelerating and decelerating phases of cosmic expansion in Lyra geometry with graphical and geometrical impact.

Conclusion. In this research paper, we have proposed a cosmological model that explores various energy conditions in terms of the cosmological constant. We have considered the cosmological constant in two distinct framework accelerating and decelerating phases of the universe. Within these contexts, we have derived several theoretical solutions, including de Sitter solutions and power-law solutions, incorporating the cosmological constant under different scenarios. Both the geometrical and graphical impacts of these solutions are thoroughly analyzed.

References

- [1] Arbab A.I. Viscous dark energy models with variable G and Λ . *Chin. Phys. Letter*, 2008, vol. 25 (10), pp. 3834–3836.
- [2] Bali R., Saraf S. C-Field cosmological model for barotropic fluid distribution with bulk viscosity and decaying vacuum energy Λ in FRW space time. *Canadian Journal of Physics*, 2013, vol. 91 (9), pp. 728–732.
- [3] Chatterjee S., Banerjee A. C-field cosmology in Higher dimensions. *General Relativity and Gravitation*, 2004, vol. 36 (2), pp. 303–313.
- [4] Asanov G.S. *Finsler Geometry, Relativity and Gauge theory*. Kluwer, Dordrecht, 1985.
- [5] Papagiannopoulos G., Basilakos S., Paliathanasis A., Supriya Pan, Stavrinos P. Dynamics in varying vacuum Finsler — Randers cosmology. *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, art. no. 816. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8351-6>
- [6] Hama R., Harko T., Sabau S., Shahidi S. Cosmological evolution and dark energy in osculating Barthal — Randers geometry. *Eur. Phys. J. C*, 2021, vol. 81, art. no. 742.
- [7] Pawar D.D., Solanke Y.S. Shahare, Magnetized Dark Energy Cosmological models with time dependent cosmological terms in Lyra Geometry. *Bulg. J. Phys.*, 2014, vol. 41, pp. 60–69.
- [8] Stavrinos P.C. Congruences of Fluids in a Finslerian anisotropic space time. *International Journal of Theoretical Physics*, 2005, vol. 40, pp. 245–254.

УДК 53.01

Нелинейное спинорное поле в пространстве-времени LRS Бианки-Ic геометрией Лиры

Саха Биджан^{1,2}

bijan@jinr.ru

SPIN-код: 9803-5325

¹ ЛИТ, ОИЯИ, Дубна, Россия² ИФИТ, РУДН, Москва, Россия

Аннотация. В данной работе мы исследуем роль нелинейного спинорного поля в эволюции Вселенной в рамках локально-вращательно-симметричной космологической модели Бьянки I типа (LRSBI) с геометрией Лиры. Предыдущие исследования, в которых изучалось нелинейное спинорное поле в различных анизотропных и изотропно космологических моделях, показали, что наличие нетривиальных, недиагональных компонентов тензора энергии-импульса спинорного поля накладывает серьезные ограничения как на геометрию пространства-времени, так и на само спинорное поле. В нашем текущем исследовании мы обнаружили, что, хотя эти ограничения все еще действуют, введение геометрии Лиры существенно влияет на эволюцию Вселенной. Это влияние обусловлено тем фактом, что инварианты спинорного поля зависят от параметра геометрии Лиры.

Ключевые слова: спинорное поле, геометрия Лиры, тензор энергии-импульса, модели Бианки

Введение. История науки отмечена постоянными изменениями и совершенствованием. Даже теория гравитации Эйнштейна развивалась с течением времени. Одной из многих модификаций теории гравитации было введение космологической постоянной. Эта эволюция отражает продолжающийся поиск более совершенных теорий, которые могут углубить наше понимание естественного порядка вещей. Вскоре после новаторской работы Эйнштейна Вейль попытался объединить гравитацию и электромагнитное поле, обобщив риманову геометрию [1]. Однако теория Вейля не получила широкого признания, поскольку противоречила нескольким хорошо зарекомендовавшим себя результатам наблюдений.

В 1951 году Лира предложил модификацию римановой геометрии, которая очень напоминает теорию Вейля [2]. Однако, в отличие от геометрии Вейля, подход Лиры поддерживает связь, сохраняющую метрику, аналогичную римановой геометрии. При этом он ввел калибровочную функцию в бесструктурное многообразие. Эта теория получила дальнейшее развитие в работах [3–6]. В последние годы геометрия Лиры нашла широкое применение в космологии [7–10].

В последние годы спинорное поле привлекло значительное внимание в космологии благодаря своей способности моделировать различные исходные поля, такие как идеальные жидкости и темная энергия [11–16]. Несколько исследований показали, что спинорное поле очень чувствительно к гравитационным эффектам, при этом нетривиальные, недиагональные компоненты его тензора энергии-импульса (ТЭИ) накладывают серьезные ограничения как на геометрию пространства-времени, так и на нелинейность самого спинорного поля [17]. Спинорное поле в геометрии Лиры также изучалось в работе [18]. Основная цель этого исследования — выяснить, может ли введение геометрии Лиры в систему облегчить ограничения, обычно возникающие при стандартной обработке спинорных полей.

Методы и материалы; результаты. Основными методами, использованными в данной работе, являются методы дифференциальной геометрии, тензорного анализа, аналитические и численные решения нелинейных дифференциальных уравнений. При этом для численного анализа используется Maple.

Введение геометрии Лиры изменяет спинорно-аффинные связности. На основе этой структуры получены соответствующие спинорно-аффинные связности. Обнаружено, что, хотя компоненты тензора энергии-импульса спинорного поля остаются внешне неизменными, инварианты спинорного поля претерпевают значительные изменения. Соответствующие уравнения Эйнштейна решены, а метрические функции выражены в терминах масштаба объема. Результаты представлены в графическом виде.

Заключение. В рамках космологической модели локально вращательно-симметричной Бианки-I мы исследуем роль геометрии Лиры в эволюции Вселенной, когда она наполняется темной энергией, моделируемой спинорным полем. Наш анализ показывает, что соответствующие уравнения Эйнштейна сохраняют ту же форму, что и при отсутствии геометрии Лиры. Однако, зависимость инвариантов спинорного поля от геометрических параметров Лиры влияет на конечные результаты. Соответствующие уравнения решаются численно, а решения представлены графически.

Список источников

- [1] Weyl H. *Gravitation and Electricity*. Berlin, Preuss. Akad. Wiss., 1918, 465 p.
- [2] Lyra G. On a Modification of Riemannian Geometry. *Math. Z.*, 1951, vol. 54, 52 p.
- [3] Sen D.K. A static cosmological model. *Z. Physik.*, 1957, vol. 149, 311 p.
<https://doi.org/10.1007/BF01333146>
- [4] Sen D.K., Dunn K.A. A scalar-tensor theory of gravitation in a modified Riemannian manifold. *J. Math. Phys.*, 1971, vol. 12, art. no. 578. <https://doi.org/10.1063/1.1665623>
- [5] Sen D.K., Vanstone J.R. On Weyl and Lyra Manifolds. *J. Math. Phys.*, 1972, vol. 13, art. no. 990. <https://doi.org/10.1063/1.1666099>
- [6] Halford W.D. Scalar-tensor theory of gravitation in a Lyra manifold. *J. Math. Phys.*, 1972, vol. 13, art. no. 1699. <https://doi.org/10.1063/1.1665894>

- [7] Beesham A. FLRW cosmological models in Lyra's manifold with time dependent displacement field. *Aust. J. Phys.*, 1988, vol. 41, art. no. 833. <https://doi.org/10.1071/PH880833>
- [8] Jahromi A.S., Moradpour H. Static traversable wormhole in Lyra geometry. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2018, vol. 27, art. no. 1850024. <https://doi.org/10.1142/S0218271818500244>
- [9] Bakry M.A. Particle creation and Big Rip cosmological model in Lyra geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 2022, vol. 367, art. no. 35. <https://doi.org/10.1007/s10509-022-04063-4>
- [10] Shchigolev V.K., Bezbatko D.N. Exact cosmological models with Yang-Mills fields on Lyra manifold. *Grav. & Cosmology*, 2018, vol. 24 (2), art. no. 161. <https://doi.org/10.1134/S0202289318020135>
- [11] Saha B., Shikin G.N. Interacting Spinor and Scalar Fields in Bianchi Type I Universe Filled with Perfect Fluid: Exact Self-consistent Solutions. *Gen. Relat. Gravit.*, 1997, vol. 29, art. no. 1099. <https://doi.org/10.1023/A:1018887024268>
- [12] Saha B., Shikin G.N. Nonlinear Spinor Field in Bianchi type-I Universe filled with Perfect Fluid: Exact Self-consistent Solutions. *J. Math. Phys.*, 1997, vol. 38, art. no. 5305. <https://doi.org/10.1063/1.531944>
- [13] Saha B. Spinor field in Bianchi type-I Universe: regular Solutions. *Phys. Rev. D*, 2001, vol. 64, art. no. 123501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.123501>
- [14] Armendariz-Picon C., Greene P.B. Spinors, Inflation, and Non-Singular Cyclic Cosmologies. *Gen. Relat. Grav.*, 2003, vol. 35, art. no. 1637. <https://doi.org/10.1023/A:1025783118888>
- [15] Fabbri L. Conformal gravity with the most general ELKO matter. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, art. no. 047502. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.047502>
- [16] Poplawski N.J. Nonsingular, big-bounce cosmology from spinor-torsion coupling. *J. Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, art. no. 107502. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.107502>
- [17] Saha B. Spinor field nonlinearity and space-time geometry. *Phys. Part. Nucl.*, 2018, vol. 49 (2), art. no. 146. <https://doi.org/10.1134/S1063779618020065>
- [18] Casana R., de Melo C.A.M., Pimentel B.M. Spinorial field and Lyra geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 2006, vol. 305, art. no. 125. <https://doi.org/10.1007/s10509-006-9048-5>

Nonlinear spinor field in LRS Bianchi type-I space-time with Lyra's Geometry

Saha Bijan¹

bijan@jinr.ru

SPIN-code: 9803-5325

¹ Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

² Institute of Physical Research and Technologies, RUDN University, Moscow, Russia

Abstract. In this study, we examine the role of a nonlinear spinor field in the evolution of the Universe within the framework of a Locally Rotationally Symmetric Bianchi type-I (LRSBI) cosmological model with Lyra's geometry. Previous research has explored the nonlinear spinor field in various anisotropic and isotropic cosmological models, revealing that the presence of nontrivial, non-diagonal components of the spinor field's energy-momentum tensor imposes severe restrictions on both the space-time geometry and the spinor field itself. In our current study, we find that while these restrictions still apply, the introduction of Lyra's geometry significantly influences the evolution of the Universe. This influence arises from the fact that the invariants of the spinor field are dependent on the Lyra geometry parameter.

Keywords: spinor field, Lyra's geometry, energy momentum tensor, Bianchi models

Introduction. The history of science is marked by constant change and refinement. Even Einstein's theory of gravity evolved over time. One of many modifications in theory of gravity was the introduction of the cosmological constant. This evolution reflects the ongoing search for better theories that can deepen our understanding of the natural order. Shortly after Einstein's groundbreaking work, Weyl sought to unify gravity and the electromagnetic field by generalizing Riemannian geometry [1]. However, Weyl's theory was not widely accepted, as it contradicted several well-established observational results.

In 1951, Lyra proposed a modification of Riemannian geometry that closely resembles Weyl's theory [2]. Unlike Weyl geometry, however, Lyra's approach maintains a metric-preserving connection, similar to that of Riemannian geometry. In doing so, he introduced a gauge function into the otherwise structureless manifold. This theory was further developed by many authors [3–6]. In recent years, Lyra's geometry has found extensive applications in cosmology [7–10].

In recent years, the spinor field has gained significant attention in cosmology due to its ability to model a variety of source fields, such as perfect fluids and dark energy [11–16]. Several studies have shown that the spinor field is highly sensitive to gravitational effects, with the nontrivial, non-diagonal components of its energy-momentum tensor (EMT) imposing severe constraints on both the space-time geometry and the nonlinearity of the spinor field itself [17]. The spinor field within Lyra's geometry has also been explored in [18]. The primary aim of this study is to investigate whether the introduction of Lyra's geometry into the system can alleviate the restrictions typically found in the standard treatment of spinor fields.

Methods and materials; results. The main methods used in this work are methods of differential geometry, tensor analysis, analytical and numerical solutions of nonlinear differential equations, as well as data analysis for comparing theoretical results and observational data. In this case, Maple is used for numerical analysis.

The introduction of Lyra's geometry modifies the spinor affine connections. Based on this framework, the corresponding spinor affine connections are derived. It is found that while the components of the spinor field's energy-momentum tensor remain externally unchanged, the spinor field invariants undergo significant modifications. The corresponding Einstein equations are solved, and the metric functions are expressed in terms of the volume scale. The results are presented in graphical form.

Conclusion. Within the framework of a LRS Bianchi type-I cosmological model, we investigate the role of Lyra's geometry in the evolution of the Universe when it is filled with dark energy modeled by a spinor field. Our analysis reveals that the corresponding Einstein equations retain the same form as in the absence of Lyra's geometry. However, the dependence of spinor field invariants on the Lyra

geometry parameter influences the final results. The relevant equations are solved numerically, with the solutions presented graphically.

References

- [1] Weyl H. *Gravitation and Electricity*. Berlin, Preuss. Akad. Wiss., 1918, 465 p.
- [2] Lyra G. On a Modification of Riemannian Geometry. *Math. Z.*, 1951, vol. 54, 52 p.
- [3] Sen D.K. A static cosmological model. *Z. Physik.*, 1957, vol. 149, 311 p.
<https://doi.org/10.1007/BF01333146>
- [4] Sen D.K., Dunn K.A. A scalar-tensor theory of gravitation in a modified Riemannian manifold. *J. Math. Phys.*, 1971, vol. 12, art. no. 578. <https://doi.org/10.1063/1.1665623>
- [5] Sen D.K., Vanstone J.R. On Weyl and Lyra Manifolds. *J. Math. Phys.*, 1972, vol. 13, art. no. 990. <https://doi.org/10.1063/1.1666099>
- [6] Halford W.D. Scalar-tensor theory of gravitation in a Lyra manifold. *J. Math. Phys.*, 1972, vol. 13, art. no. 1699. <https://doi.org/10.1063/1.1665894>
- [7] Beesham A. FLRW cosmological models in Lyra's manifold with time dependent displacement field. *Aust. J. Phys.*, 1988, vol. 41, art. no. 833. <https://doi.org/10.1071/PH880833>
- [8] Jahromi A.S., Moradpour H. Static traversable wormhole in Lyra geometry. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2018, vol. 27, art. no. 1850024. <https://doi.org/10.1142/S0218271818500244>
- [9] Bakry M.A. Particle creation and Big Rip cosmological model in Lyra geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 2022, vol. 367, art. no. 35. <https://doi.org/10.1007/s10509-022-04063-4>
- [10] Shchigolev V.K., Bezbatko D.N. Exact cosmological models with Yang-Mills fields on Lyra manifold. *Grav. & Cosmology*, 2018, vol. 24 (2), art. no. 161.
<https://doi.org/10.1134/S0202289318020135>
- [11] Saha B., Shikin G.N. Interacting Spinor and Scalar Fields in Bianchi Type I Universe Filled with Perfect Fluid: Exact Self-consistent Solutions. *Gen. Relat. Gravit.*, 1997, vol. 29, art. no. 1099. <https://doi.org/10.1023/A:1018887024268>
- [12] Saha B., Shikin G.N. Nonlinear Spinor Field in Bianchi type-I Universe filled with Perfect Fluid: Exact Self-consistent Solutions. *J. Math. Phys.*, 1997, vol. 38, art. no. 5305.
<https://doi.org/10.1063/1.531944>
- [13] Saha B. Spinor field in Bianchi type-I Universe: regular Solutions. *Phys. Rev. D*, 2001, vol. 64, art. no. 123501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.123501>
- [14] Armendariz-Picon C., Greene P.B. Spinors, Inflation, and Non-Singular Cyclic Cosmologies. *Gen. Relat. Grav.*, 2003, vol. 35, art. no. 1637. <https://doi.org/10.1023/A:1025783118888>
- [15] Fabbri L. Conformal gravity with the most general ELKO matter. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, art. no. 047502. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.047502>
- [16] Poplawski N.J. Nonsingular, big-bounce cosmology from spinor-torsion coupling. *J. Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, art. no. 107502. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.107502>
- [17] Saha B. Spinor field nonlinearity and space-time geometry. *Phys. Part. Nucl.*, 2018, vol. 49 (2), art. no. 146. <https://doi.org/10.1134/S1063779618020065>
- [18] Casana R., de Melo C.A.M., Pimentel B.M. Spinorial field and Lyra geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 2006, vol. 305, art. no. 125. <https://doi.org/10.1007/s10509-006-9048-5>

$f(Q, L_m)$ gravity: A new modified gravity

Sahoo P.K.

pkshoo@hyderabad.bits-pilani.ac.in

Department of Mathematics, Birla Institute of Technology and Science-Pilani, Hyder-Abad Campus, India

Abstract. In this talk, I will discuss the $f(Q)$ symmetric teleparallel gravity by introducing an arbitrary coupling between the non-metricity Q and matter Lagrangian L_m in the Lagrangian density f of the theory, which thus leads to the $f(Q, L_m)$ theory. This generalisation encompasses Coincident General Relativity (CGR), and the Symmetric Teleparallel Equivalent to GR (STEGR). Using the metric formalism, we derive the field equation of the theory, which generalizes the field equations of $f(Q)$ gravity. From the study of the covariant divergence of the field equations, it follows that the presence of the geometry-matter coupling leads to the non-conservation of the matter energy-momentum tensor. The cosmological implications of the theory are investigated in the case of a flat, homogeneous, and isotropic Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker geometry. As a first step in this direction, we obtain the modified Friedmann equations for the $f(Q, L_m)$ gravity in a general form. Specific cosmological models are investigated for several choices of $f(Q, L_m)$, including $f(Q, L_m) = -\alpha Q + 2L_m + \beta$, and $f(Q, L_m) = -\alpha Q + (2L_m)^2$, respectively. Comparative analyses with the standard Λ CDM paradigm are carried out, and the observational implications of the models are investigated in detail.

Keywords: $f(Q, L_m)$ gravity, cosmology, observational constraints, dark energy

UDC 524.834

Artificial intelligence for teleparallel tilted cosmology

Sahu Subrata Kumar (*)

subrat_sahoo2002@rediffmail.com

Department of Mathematics, ArbaMinch University, Ethiopia

Abstract. Artificial intelligence (AI) helps the researcher to study the hidden layer of the dark energy. AI observation for distant type Ia supernovae (SNIa) provides the nature of the accelerating universe. AI can be used for SNIa and cosmic microwave background radiation (CMB) data manipulation. In the tilted cosmology, the fluid velocity is not orthogonal to the group of orbits. AI in Teleparallel tilted cosmological yield better data analysis for Wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP)

Keywords: artificial intelligence, tilted model, teleparallel gravity, CMB, WMAP

Introduction. Methods based on artificial intelligence (AI) and machine learning (ML) has a large cosmological applications. Machine learning is starting to see increased adoption across different subfields of and for various applications within cosmology [1]. Time Domain and Multi-messenger Astrophysics in the time domain, machine learning techniques have a key role to play in the era of wide-field surveys across the electromagnetic and gravitational wave spectrum. Of these surveys, the Vera C. Rubin Observatory's Legacy Survey of Space and Time (LSST) will produce ~ 10 million alerts from time-domain phenomena every night—higher than can conceivably be inspected visually by the entire astronomical time-domain community in a lifetime. Very Large Array (ngVLA), CMBS4, the LIGO-VIRGO-Kagra Collaboration and numerous other data-intensive experiments over the next decade. Each of these provide us a different, multi-messenger window into the variable sky and the cosmos. The order-of-magnitude increase in alerts with LSST will dramatically increase the stress on available spectroscopic resources. In a cosmological context, Type Ia supernovae are especially important for measurements of the Hubble constant at a unique rung of the distance ladder. ML techniques are essential to classify these events in real time analysis [1]. Several authors studied tilted cosmological models [2–12].

Methods and materials; results. We derived the Teleparallel gravity field equations for tilted LRS Bianchi type –I cosmological model in section 1. We obtained the consequences of the field equations in section 2. We solved the field equations for two different cases and obtained explicit exact solutions by using AI Computation 3. We mentioned AI simulations of the physical and geometrical properties of the solutions in section 4.

Conclusion. In this paper, we have investigated tilted Bianchi type — I cosmological model in teleparallel gravity. By using AI computation, we find that the pressure, energy density, tilt angle, heat conduction vector of the fluid distribution,

the scalar expansion are constants at the initial time and gradually decreases with respect to time. The AI simulation shows that the spatial volume of the universe are constants at time $t=0$ and gradually increase with respect to time.

References

- [1] Dvorkin C. et al. Machine Learning and Cosmology. *Submitted to the Proceedings of the US Community Study on the Future of Particle Physics*. URL: <https://arxiv.org/pdf/2203.08056> (accessed 15.03.2025).
- [2] Bali R., Sharma K. Tilted Bianchi Type I Models with Heat Conduction Filled with Disordered Radiations of Perfect Fluid in General Relativity. *Astrophys. Space Sci.*, 2000, vol. 271, art. no. 227.
- [3] Bali R., Meena B.L. Tilted Cosmological Models Filled with Disordered Radiation in General Relativity. *Astrophys. Space Sci.*, 2002, vol. 281, art. no. 565.
- [4] Bali R., Sharma K. Tilted Bianchi Type I stiff fluid magnetized cosmological model in general relativity. *Astrophys. Space Sci.*, 2003, vol. 283, art. no. 11.
- [5] Banerjee A., Duttachoudhury S.B., Sanyal A.K. Bianchi type I cosmological model with a viscous fluid. *J. Math. Phys.*, 1985, vol. 26, art. no. 3010.
- [6] Bergman O., Leipnik R. Space-Time Structure of a Static Spherically Symmetric Scalar Field. *Phys. Rev.*, 1957, vol. 107, art. no. 1157.
- [7] Bradley J.M., Sviestins E. *General Relativity and Gravitation*. Springer, 1984, vol. 16, iss. 12.
- [8] Bramhachary R.L. *Prog. Theor. Phys.*, 1960, vol. 23, art. no. 749.
- [9] Coley A.A., Tupper B.O.J. *Phys. Lett. A*, 1983, vol. 95, art. no. 357.
- [10] Collins C.B., Ellis G.F.R. Singularities in Bianchi cosmologies. *Phys. Rep.*, 1979, vol. 56, art. no. 65.
- [11] Ellis G.F.R. *General Relativity and Cosmology*. Academic Press, New York, 1971, 117 p.
- [12] Ellis G.F.R., King A.R. Was the big bang a whimper? *Comm. Math. Phys.*, 1974, vol. 38, art. no. 119.

УДК 530.12; 517.95

Космология с вращением в гибридной инфляции

Сандакова Ольга Васильевна ()*

o_sandakova@list.ru

Панов Вячеслав Федорович

panov@psu.ru

Кувшинова Елена Владимировна

kuvlenka@yandex.ru

ПГНИУ, ФМИ, Пермь, Россия

Аннотация. Предложен космологический сценарий с вращением темной энергии с гибридной инфляцией для метрики типа II по Бьянки. На этапе первой инфляции рассмотрен распад двойного скалярного поля с переходом в ультрарелятивистскую стадию развития вселенной. Исследована эволюция вращения темной энергии, моделируемой анизотропной жидкостью.

Ключевые слова: гибридная инфляция, темная энергия, вращение, космологическая модель, скалярные поля

Введение. В своих работах мы рассматриваем особый тип анизотропии в 4-пространстве, обусловленный космологическим вращением. Отметим, что в современной космологии весьма актуально исследование темной энергии, а также темной материи. Укажем, что в большинстве работ темная энергия не вращается. Но исследование ее возможного вращения является актуальной темой. В настоящей работе мы более обстоятельно, чем в [1], рассматриваем процесс гибридной инфляции в рамках космологического сценария с вращением для метрики типа II по Бьянки. При этом исследована эволюция вращения темной энергии, моделируемой анизотропной жидкостью.

Отметим, что исследование различных типов космологической инфляции актуально для объяснения удивительных открытий, связанных с наблюдениями, сделанными на новейшем космическом телескопе Джеймс Уэбб (JWST).

Методы и материалы; результаты. Было найдено решение системы дифференциальных уравнений Эйнштейна для метрики II типа по Бьянки, где в качестве источников гравитации выбраны анизотропная жидкость и два скалярных поля. Совместно с системой уравнений Эйнштейна решены два дифференциальных уравнения движения скалярных полей.

Были найдены масштабный фактор, компоненты анизотропного давления, плотность энергии анизотропной жидкости и уравнение состояния. Было проведено описание гибридной инфляции и найдены условия медленного скатывания. Далее проведена «склейка» этапа ранней инфляции Вселенной и этапа доминирования ультрарелятивистской жидкости. Фридмановские этапы эволюции Вселенной были исследованы ранее в нашей работе [2].

Заключение. На качественном уровне будем считать, что до первой инфляции в нашей модели с метрикой II по Бьянки в ней присутствуют: враща-

ющаяся анизотропная жидкость (будущая темная энергия) и еще несколько источников тяготения, и при этом вращение анизотропной жидкости $\omega \sim 1/R$ на всей эволюции нашей модели Вселенной. Будем при этом полагать, что анизотропная жидкость не передает вращение другим видам материи и на фридмановских этапах — рожденным частицам материи. Тогда при моделировании нашим сценарием (с учетом результатов [2]) всей эволюции Вселенной, считая, что масштабный фактор вселенной эволюционирует при раздувании и последующем расширении от планковского значения $R \approx 10^{-33}$ см до современного размера наблюдаемой Вселенной $R \approx 10^{28}$ см и полагая при этом, что в планковскую эпоху скорость вращения темной энергии $\omega = 10^{43}$ 1/с, можно считать что в современную эпоху скорость вращения анизотропной жидкости (темной энергии) порядка $\omega = 10^{-11}$ 1/год, что совпадает со значением угловой скорости вращения Вселенной, принятой в работе [3].

Список источников

- [1] Сандакова О.В., Панов В.Ф., Кувшинова Е.В. Различные инфляционные космологической модели с вращением. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2023, вып. 3–4, с. 271–276.
- [2] Panov V.F., Kuvshinova E.V., Yanishevsky D.M., Sandakova O.V. Bianchi type II cosmological model of the universe's evolution. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2018, no. 1, art. no. 1850016.
- [3] Кречет В.Г. Топологические и физические эффекты вращения и спина в общерелятивистской теории гравитации. *Известия вузов. Физика*, 2007, т. 50, № 10, с. 57–60.

Cosmology with Rotation in Hybrid Inflation

Sandakova Olga Vasilievna ^{1(*)}

o_sandakova@list.ru

Panov Vjacheslav Fedorovich ¹

panov@psu.ru

Kuvshinova Elena Vladimirovna ¹

kuvlenka@yandex.ru

¹Perm State University, Perm, Russia

Abstract. A cosmological scenario with the rotation of dark energy with hybrid inflation for the Bianchi type II metric is proposed. At the stage of the first inflation, the decay of the double scalar field with the transition to the ultrarelativistic stage of the development of the universe is considered. The evolution of the rotation of dark energy simulated by an anisotropic fluid is investigated.

Keywords: hybrid inflation, dark energy, rotation, cosmological model, scalar fields

Introduction. In our works, we consider a special type of anisotropy in 4-space due to cosmological rotation. Note that in modern cosmology, the study of dark energy, as well as dark matter, is very relevant. Let's point out that in most works, dark energy does not rotate. But the study of its possible rotation is an urgent topic.

In this paper, we consider the process of hybrid inflation in more detail than in [1] within the framework of the cosmological scenario with rotation for the Bianchi type II metric. In this case, the evolution of the rotation of dark energy modeled by an anisotropic liquid is investigated.

It should be noted that the study of various types of cosmological inflation is relevant to explain the amazing discoveries related to observations made on the latest James Webb Space Telescope (JWST).

Methods and materials; results. A solution to Einstein's system of differential equations was found for the Bianchi type II metric, where an anisotropic fluid and two scalar fields were chosen as sources of gravity. Together with Einstein's system of equations, two differential equations of scalar field motion have been solved.

The scale factor, the components of anisotropic pressure, the energy density of the anisotropic fluid, and the equation of state were found. Descriptions of hybrid inflation were carried out and conditions for a slow rolldown were found. Next, the stage of early inflation of the Universe and the stage of dominance of ultrarelativistic fluid were "glued". Friedmann's stages of the evolution of the Universe were studied earlier in our work [2].

Conclusion. At the qualitative level, we will assume that before the first inflation in our model with Bianchi metric II, it contains: a rotating anisotropic fluid (future dark energy) and several other sources of gravity, and at the same time the rotation of the anisotropic fluid $\omega \sim 1/R$ throughout the evolution of our model of the Universe. At the same time, we will assume that the anisotropic fluid does not transfer rotation to other types of matter at the Friedmann stages, i.e. the born particles of matter. Then, when simulating the entire evolution of the Universe in our scenario (taking into account the results of [2]), assuming that the scale factor of the Universe evolves during inflation and subsequent expansion from the Planck value of $R \approx 10^{-33}$ cm to the present size of the observable Universe $R \approx 10^{28}$ cm, and assuming that in the Planck epoch the rotation rate of dark energy $\omega = 10^{43}$ 1/s, we can assume that that in the modern era, the rotation rate of an anisotropic fluid (dark energy) is of the order $\omega = 10^{-11}$ 1/year, which coincides with the value of the angular rotation velocity of the Universe adopted in the paper [3].

References

- [1] Sandakova O.V., Panov V.F., Kuvshinova E.V. Various inflationary cosmological models with rotation. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, vol. 3–4, pp. 271–276. (In Russ.).
- [2] Panov V.F., Kuvshinova E.V., Yanishevsky D.M., Sandakova O.V. Bianchi type II cosmological model of the universe's evolution. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2018, no. 1, art. no. 1850016.
- [3] Krechet V.G. Topological and physical effects of rotation and spin in the general relativistic theory of gravitation. *Russian physics journal*, 2007, vol. 50, no. 10, pp. 1021–1025.

UDK 530.12

Testing $f(T)$ Gravity with Cosmological Observations: Confronting the Hubble Tension and Implications for the Late-Time Universe

*Saurabh Verma*¹*Archana Dixit*²*Anirudh Pradhan*³*Barak M.S.*¹

¹ Department of Mathematics, Indira Gandhi University, Meerpur,
Haryana 122502, India

² Department of Mathematics, Gurugram University Gurugram, Hararyana, India

³ Centre for Cosmology, Astrophysics and Space Science (CCASS), GLA University, Mathura, Uttar
Pradesh, India

Abstract. In recent years, modifications to General Relativity (GR) have been explored to address cosmological observations, particularly in the context of late-time cosmic acceleration. Among these, modifications based on the Teleparallel Equivalent of General Relativity (TEGR), particularly $f(T)$ gravity, have gained significant attention. In this work, we investigate the scalar perturbations in $f(T)$ gravity, focusing on how these perturbations modify the Poisson and lensing equations and how they impact cosmological observables. By incorporating observational data from cosmic chromatometers, Big Bang nucleosynthesis, the DESI BAO survey, and Type Ia Supernovae (SNe Ia), we derive constraints on the parameters of the $f(T)$ power-law model. Our results suggest that $f(T)$ gravity can effectively alleviate some of the tensions observed in the standard Λ CDM model, including the Hubble constant (H_0) discrepancy. Furthermore, the evolution of the supernova luminosity and its dependence on the gravitational constant are considered to refine the measurement of cosmological parameters. The model's ability to address the H_0 tension is critically examined, and we find that $f(T)$ gravity offers a viable alternative to the standard model. The work concludes by comparing the fits of the $f(T)$ gravity model to the Λ CDM model using various information criteria, revealing key insights into the viability of modified gravity in contemporary cosmology.

Keyword: modified gravity, cosmological observables, Hubble tension

УДК 524.38, 52-17, 524.8

Поиск проходимых кротовых нор в современных наблюдательных данных

Сажина Ольга Сергеевна

cosmologia@yandex.ru

SPIN-код: 7642-0682

Моисеев Юрий Александрович()*

lxyniti@gmail.com

ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Аннотация. В работе приводятся некоторые методы и предварительные результаты наблюдательного поиска проходимых кротовых нор (КН). Основная рассматриваемая модельная система представляет собой проходимую КН простейшего типа (сшивку двух пространств Шварцшильда), объект А по другую, ненаблюдаемую, сторону горловины КН и объект Б на наблюдаемой стороне. В качестве кандидатов в КН принимается ряд реальных объектов, в настоящее время отождествленных как черные дыры (ЧД). Рассматриваются ЧД звездных масс в двойных системах, а также сверхмассивная ЧД в центре нашей Галактики. В качестве объектов А и Б выступают звезды различных классов. Основная теоретическая предпосылка основана на поисках дополнительного возмущающего ускорения, его характерного систематического влияния на наблюдаемые движения объектов в окрестностях предполагаемых кандидатов в КН. Для проверки модели используются данные космической обсерватории GAIA. С целью проверки модели составлен каталог наиболее перспективных двойных объектов. Для некоторых реальных систем оцениваются возмущающие дополнительные ускорения и вызванные ими характерные периодичности скоростей.

Ключевые слова: проходимые кротовые норы, гравитационные возмущения, космическая обсерватория GAIA

Введение. Кротовые норы (КН) представляют собой структуры пространства-времени нетривиальной топологии. КН были впервые предложены Эйнштейном и Розеном [1] как «мост Эйнштейна — Розена». КН являются решениями классической ОТО наряду с черными дырами (ЧД). В силу многократного уверенного обнаружения ЧД с помощью как наблюдений объектов в их окрестностях, так и с помощью новых методов гравитационно-волновой астрономии, поиск и отождествление КН становится актуальной задачей. КН и ЧД обладают характерными астрофизическими свойствами, которые на текущем уровне моделей и наблюдательных точностей невозможно с достоверностью различить. Однако такое свойство КН как проходимость, свойственное широкому теоретическому классу таких объектов, может позволить получить астрофизические свойства, характерные только для КН. Проходимость КН можно обеспечивать как с помощью обычного вещества [2], так и с помощью экзотической материи. Традиционно вводимая экзотическая материя для стабилизации горловины находит подтверждения в не-

давних исследованиях Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI) [3], согласно которым в более ранней Вселенной имело место доминирование экзотического вида темной энергии — фантомной энергии. Таким образом, проходимые КН получают дополнительный косвенный статус реалистичных объектов.

Методы и материалы; результаты. Рассматриваются методы возможного обнаружения проходимых КН, основанные на гравитационном влиянии возмущающего объекта (звезда, объект А) по ту сторону стабильной горловины КН на движения наблюдаемого объекта (звезда, объект Б). Для простоты КН имеет топологическую структуру двух шивов пространств Шварцшильда. Не смотря на то, что простейшие КН Шварцшильда не могут быть проходимыми, мы принимаем такое приближение без учета метрики вблизи горловины в силу того, что исходя из рассмотрения реальных астрофизических систем объект Б находится на значительном удалении от КН и асимптотическое приближение Шварцшильда может быть применимым. В дальнейшем планируется учет более тонких эффектов, зависящих от вида конкретной метрики и ее параметров для проходимой КН со стабильной горловиной. Исследуются две различные системы, содержащие кандидата в КН.

В качестве кандидатов в КН рассматривается сверхмассивная черная дыра (ЧД) Sgr A* в центре Галактики и ряд звезд (объекты Б), обращающихся по эллиптическим орбитам вокруг нее. В роли объектов Б выступают следующие звезды: S2, S21, S23, S4711, S4, S62. В роли объекта А по другую сторону от горловины КН выступают модельные звезды на эллиптических орбитах.

Рассматриваются кандидаты в КН в виде ЧД звездных масс. В роли объекта Б выступают нейтронные звезды, звезды класса О (VFTS-243) или класса В, в т.ч. объекты GAIA. В роли объекта А по другую сторону от горловины КН аналогично п.1 выступают модельные звезды на эллиптических орбитах.

В работе авторов [4] исследовалось дополнительное возмущающее ускорение, создаваемое объектом А для объекта Б, которое зависит от параметров рассматриваемых систем: массы кандидата в КН, радиуса ее горловины, радиального удаления наблюдаемого объекта от горловины, а от также перигелийского и апогелийского расстояний возмущающего объекта А. В рассматриваемой модели существенным преимуществом является независимость эффекта от конкретного выбора метрики проходимой КН. Было показано [4], что величина возмущающего ускорения, оцененная для реальных объектов, варьируется от 10^{-4} до 10^{-2} см/с², что в будущем при увеличении точности наблюдений позволит выявить искомый эффект.

В данной работе приводятся новые результаты касательно возможных способов выявления характерных периодичных движений объектов Б при влиянии на них объектов А. Рассматриваются системы S2, GAIA BH1, GAIA BH3. Показано, что выделение эффекта возмущающего ускорения на основании наблюдений лучевой скорости объекта Б и ее сравнения с ожидаемой кеплеровской требует длительных наблюдений (от 10 лет), однако может

быть улучшено путем использования фильтров из искомого сигнала известного профиля. Также отметим, что для звезд в галактическом центре эффект возмущающего ускорения преобладает над основными конкурирующими эффектами (возмущением от окружающих звезд и от гало темной материи), а точность определения ускорения звезды в периферии орбиты двойной системы по данным GAIA, оцененная как функция ошибок наблюдения параметров двойной системы (масс каждой компоненты, эксцентриситета орбиты, периода), уже сопоставима с предсказываемой моделью расчетной величины искомого эффекта.

С целью систематического анализа указанных эффектов построен каталог пар «ЧД звездной массы — звезда». Звезды (объекты Б) следует отбирать по принципу определяемых с наименьшими ошибками величин скорости и ускорения, а также не подверженных значительным аккреционным эффектам, которые не учитываются в рассматриваемой модели.

Заключение. В данной работе продолжены поиски наблюдательных проявлений проходимых КН со стабильными горловинами [4], а именно, исследования влияния возмущающего ускорения объекта А (расположенного по другую сторону горловины) на известные наблюдаемые объекты Б (звезды вокруг центра Галактики; звезды в системах, содержащих вторым компонентом ЧЖ звездной массы). По состоянию на 2024 г. точность определения ускорения звезды в периферии орбиты двойной системы в астрометрическом проекте GAIA сопоставима с предсказываемой моделью расчетной величины искомого эффекта, от 10^{-4} до 10^{-2} см/с². При рассмотрении синтетических систем, состоящих из проходимой КН, объекта А и нейтронной звезды в качестве объекта Б на стороне наблюдателя при специальном подборе масс и параметров орбит эффект возмущающего ускорения достигает величин порядка 1.5 см/с², что делает исследуемый гравитационный эффект критически значимым для поиска проходимых КН в нашей Галактике.

Дальнейшая стратегия поиска нетривиальных структур во Вселенной с необходимостью должна включать следующие этапы.

Исследование динамических эффектов в отобранных астрофизических системах, а именно: ряд объектов в широких двойных системах из данных миссии Gaia (2024), содержащих темные объекты. В рамках этой задачи планируется организация наблюдательной программы на телескопе БТА САО РАН, как в оптическом диапазоне, так и в режиме спектроскопических измерений. Из выделенных объектов системы Gaia DR3 4318465066420528000 (0.59 кпк) и Gaia DR3 4373465352415301632 (0.48 кпк) доступны для наблюдений в условиях БТА и представляют собой перспективные кандидаты для составления заявки, организации, проведения наблюдательной программы и обработки результатов.

Расчет и моделирование стохастических гравитационных полей с целью учета их влияния на гравитационные возмущения, которые объект А будет оказывать на объект Б.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Einstein A., Rosen N. The Particle Problem in the General Theory of Relativity. *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, art. no. 73.
- [2] Bambi C., Stojkovic D. Astrophysical Wormholes. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 5, art. no. 136.
- [3] Lodha K. et al. (*DESI Collaboraion*) *Extended Dark Energy analysis using DESI DR2 BAO measurements*. 2025, arXiv:2503.14743v1.
- [4] Моисеев Ю.А., Сажина О.С. Методы и перспективы наблюдательного поиска кротовых нор в астрофизических системах. *ЖЭТФ*, 2025, т. 167, вып. 2, с. 205–219.

Search for Traversable Wormholes in Current Observational Data

Sazhina Olga Sergeevna

cosmologia@yandex.ru

SPIN-code: 7642-0682

Moiseev Yuriy Aleksandrovich (*)

lxyniti@gmail.com

SAI Lomonosov MSU, Moscow, Russia

Abstract. The paper presents some methods and preliminary results of the observational search for traversable wormholes (WHs). The basic model system under consideration is a traversable WH of the simplest type (a stitching of two Schwarzschild spaces), object A on the other, unobservable, side of the WH neck and object B on the observable side. A number of real objects, currently identified as black holes (BHs), are taken as candidates for WH. BHs of stellar masses in double systems are considered, as well as a supermassive BH in the center of the Galaxy. The objects A and B are stars of different classes. The main theoretical model is based on the search for an additional perturbing acceleration and its characteristic systematic influence on the observed motions of objects in the vicinity of the supposed candidates for WH. Data from the GAIA space observatory are used to test the model. In order to verify the model, a catalog of the most promising double objects is compiled. For some real systems, the perturbing additional accelerations and the characteristic velocity periodicities caused by them are estimated.

Keywords: traversable WH, gravitational disturbances, GAIA space observatory

Introduction. Wormhole (WH) is space-time structure of nontrivial topology. WHs were first proposed by Einstein and Rosen [1] as an “Einstein — Rosen bridge”. WHs are solutions of classical GR along with black holes (BHs). Due to the repeated confident detection of BHs by means of both observations of objects in their neighborhoods and new methods of gravitational-wave astronomy, the search and identification of WHs becomes an urgent task. BHs and WHs have characteristic astrophysical properties that cannot be reliably distinguished at the current level of models and observational accuracies. However, such a property of BHs as traversability, which is characteristic of a wide theoretical class of such objects, may allow us to obtain astrophysical properties characteristic only of WHs. The traversability of the WHs can be ensured both by means of ordinary matter [2] and exotic matter. Traditionally, the introduction of exotic matter to stabilize the

throat is confirmed by recent studies of the Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI) [3], according to which the earlier Universe was dominated by an exotic form of dark energy, phantom energy. Thus, passable WHs receive the indirect status of realistic objects.

Methods and materials; results. We consider methods of possible detection of traversable WHs based on the gravitational influence of a perturbing object (star, object A) on the here side of the stable neck of the WH on the motions of the observed object (star, object B). For simplicity, the WH has a topological structure of two stitches of Schwarzschild spaces. Despite the fact that the simplest Schwarzschild WH cannot be traversable, we adopt such an approximation without taking into account the metric near the neck due to the fact that, based on the consideration of real astrophysical systems, the object B is at a considerable distance from the WH and the asymptotic Schwarzschild approximation may be applicable. Two different systems containing a WH candidate are investigated.

The supermassive BH Sgr A* in the center of the Galaxy and a number of stars (B objects) orbiting elliptically around it are considered as candidates for a WH. The following stars act as objects B: S2, S21, S23, S4711, S4, S62. Model stars in elliptical orbits act as object A on the other side of the WH neck.

We consider candidates to WHs in the form of stellar-mass BHs. The role of object B is played by neutron stars, O-class (VFTS-243) or B-class stars, including GAIA objects. Model stars in elliptical orbits also play the role of object A on the other side of the WH neck.

The authors [4] studied the additional perturbative acceleration created by object A for object B, which depends on the parameters of the systems under consideration: the mass of the WH candidate, the radius of its neck, the radial distance of the observed object from the neck, and the pericentric and apocentric distances of the perturbing object A. In the model under consideration, a significant advantage is the independence of the effect from the specific choice of the metric of the traversable WH. It has been shown [4] that the magnitude of the perturbing acceleration estimated for real objects varies from 10^{-4} to 10^{-2} cm/s², which in the future, if the accuracy of observations is increased, will allow us to detect the desired effect.

In this paper we present new results concerning possible ways of revealing characteristic periodic motions of objects B under the influence of objects A. The systems S2, GAIA BH1, GAIA BH3 are considered. It is shown that the identification of the effect of perturbing acceleration on the basis of observations of the radial velocity of object B and its comparison with the expected Keplerian velocity requires long observations (from 10 years), but can be improved by using filters from the sought signal of known profile. We also note that for stars in the galactic center, the effect of perturbing acceleration dominates over the main competing effects (perturbation from surrounding stars and from the dark matter halo), and the accuracy of determining the acceleration of a star in the pericenter of the orbit of a double system from GAIA data, estimated as a function of the errors in observing the parameters of the double system (masses of each component, orbital eccentricity-

ty, and period), is already comparable to the model-predicted calculated value of the desired effect.

In order to systematically analyze these effects, a catalog of stellar-mass “BH — star” pairs was constructed. Stars (objects B) should be selected according to the principle of velocity and acceleration values determined with the smallest errors, as well as those not subject to significant accretion effects.

Conclusion. In this paper, we continue the search for observational manifestations of traversable WHs with stable necks, namely, studies of the effect of the perturbing acceleration of object A (located on the other side of the neck) on the known observable objects B (stars around the center of the Galaxy; stars in systems containing stellar mass BH as the second component). As of 2024, the accuracy of determining the acceleration of a star in the pericenter of the orbit of a double system in the GAIA astrometric project is comparable to the model-predicted calculated magnitude of the desired effect, from 10^{-4} to 10^{-2} cm/s². When considering synthetic systems consisting of a traversable WH, object A and a neutron star as object B on the observer's side with a special selection of masses and orbital parameters, the effect of perturbative acceleration reaches values of the order of 1.5 cm/s², which makes the studied gravitational effect critically important for the search for traversable WHs in our Galaxy.

The further strategy of search for nontrivial structures in the Universe should include the following stages.

1. Study of dynamical effects in selected astrophysical systems, namely: a number of objects in broad double systems from Gaia mission (2024) data containing dark objects. As part of this task, it is planned to organize an observational program at the BTA telescope of SAO RAS, both in the optical range and in the spectroscopic measurement mode. Of the selected objects, the GAIA DR3 4318465066420528000 (0.59 kpc) and GAIA DR3 4373465352415301632 (0.48 kpc) systems are available for observations at the BTA and represent promising candidates for compiling an application, organizing, conducting an observational program, and processing the results.

2. Calculation and modeling of stochastic gravitational fields in order to take into account their influence on the gravitational perturbations that object A will exert on object B.

References

- [1] Einstein A., Rosen N. The Particle Problem in the General Theory of Relativity. *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, art. no. 73.
- [2] Bambi C., Stojkovic D. Astrophysical Wormholes. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 5, art. no. 136.
- [3] Lodha K. et al. (*DESI Collaboraion*) *Extended Dark Energy analysis using DESI DR2 BAO measurements*. 2025, arXiv:2503.14743v1.
- [4] Moiseev Iu. A., Sazhina O. S. Metody i perspektivy nablyudatel'nogo poiska krotovyh nor v astrofizicheskikh sistemah. *JETP*, 2025, vol. 167, no. 2, pp. 205–219. (In Russ.)

УДК 530.122

О решениях для регулярных заряженных черных дыр и когерентных квантовых состояниях

Седов С.Ю.

Serwhites@yandex.ru

Саровский государственный физико-технический институт, филиал НИЯУ МИФИ, Саров, Россия

Ключевые слова: регулярные черные дыры

Введение. В классической теории черных дыр (ЧД) существует ряд проблем, например: наличие сингулярностей и геодезическая неполнота некоторых решений. Такая ситуация вызывает многочисленные попытки преодоления этих и других проблем классической теории ЧД. В частности, имеется направление, где строятся упрощенные квантовые объекты, служащие моделями ЧД [1–6].

Методы и материалы; результаты. Основными результатами данной публикации является применение рецепта Касадио Р. для получения регуляризованной метрики на основе представления о когерентных состояниях виртуальных ньютоновских гравитонов [4, 5]. Схема рассуждений такова. Квантовый подход к гравитационному взаимодействию приводит к описанию гравитонов на основе когерентных состояний, поскольку эти состояния достаточно близки к классическим состояниям при большом числе квантов. Поскольку среднее число квантов в когерентном состоянии должно быть конечно, появляется необходимость в обрезании, которое вводит новый параметр в метрику ЧД. При этом метрика ЧД оказывается регуляризованной.

Заключение. Мы предложили вариант ультрафиолетового обрезания интеграла для подсчета числа когерентных состояний гравитонов и регуляризации метрики ЧД, и получили регулярную метрику, которая имеет связь с метрикой [7]. В докладе приведена модификация решения Рейсснера — Нордстрема для заряженной ЧД, являющегося альтернативной решением Касадио [5].

Список источников

- [1] Березин В.А. О квантовом гравитационном коллапсе и квантовых черных дырах. *Физика элементарных частиц и атомного ядра*, 2003, т. 34, вып. 7, с. 49–111.
- [2] Dvali G., Gomez C. *Black Hole's Quantum N-Portrait*. ArXiv:1112.3359v1, 2011.
- [3] Dvali G., Gomez C., Lüst D. *Classical Limit of Black Hole Quantum N-Portrait and BMS Symmetry*. ArXiv:1509.02114v1, 2015.
- [4] Casadio R. Black Hole Quantum States and Resolution of the Singularity. *Universe*, 2021, no. 7. ArXiv: 2103.00183v4 [gr-qc].
- [5] Casadio R., Giust A., Ovalle J. Quantum Reissner-Nordström Geometry: Singularity and Cauchy Horizon. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 105, art. no. 124026. ArXiv: 2203.03252v1 [gr-qc].

- [6] Neznamov V.P., Sedov S.Yu., Shemarulin V.E. The Quantum Model of Spinning Black Holes. *Int. J. Mod. Phys. A*, 2024, vol. 39 (2–3), art. no. 2450012.
- [7] Dymnikova I. Vacuum nonsingular black hole. *Gen. Rel. Grav.*, 1992, vol. 24, art. no. 235.

On Regular Charged Black Hole Solutions and Coherent Quantum States

Sedov S.Yu.

Serwhites@yandex.ru

Russian Federal Nuclear Center — All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Russia

Keywords: regular black holes

Introduction. In classical black hole theory (BH), there are a number of problems, for example: the presence of singularities and the geodesic incompleteness of some solutions. This situation causes numerous attempts to overcome these and other problems of the classical theory of BH. In particular, there is a direction where simplified quantum objects are built, which serve as BH models [1-6].

Methods and materials; results. The main results of this publication are the use of the Cascadio R. recipe to obtain a regularized metric based on the idea of coherent states of virtual Newtonian gravitons [4, 5]. The scheme of reasoning is as follows. A quantum approach to gravitational interaction leads to the description of gravitons based on coherent states, since these states are close enough to classical states for a large number of quanta. Since the average number of quanta in the coherent state must be finite, there is a need for a cut that introduces a new parameter into the BH metric. In this case, the BH metric is regularized.

Conclusion. We proposed a variant of ultraviolet truncation of the integral for counting the number of coherent states of gravitons and regularization of the BH metric, and obtained a regular metric that has a connection with the metric [7]. The report provides a modification of the Reissner-Nordström solution for a charged BH, which is an alternative to the Casadio solution [5].

References

- [1] Berezin V.A. On quantum gravitational collapse and quantum black holes. *Physics of elementary particles and the atomic nucleus*, 2003, vol. 34, no. 7, pp. 49–111. (In Russ.).
- [2] Dvali G., Gomez C. *Black Hole's Quantum N-Portrait*. ArXiv:1112.3359v1, 2011.
- [3] Dvali G., Gomez C., Lüst D. *Classical Limit of Black Hole Quantum N-Portrait and BMS Symmetry*. ArXiv:1509.02114v1, 2015.
- [4] Casadio R. Black Hole Quantum States and Resolution of the Singularity. *Universe*, 2021, no. 7. ArXiv: 2103.00183v4 [gr-qc].
- [5] Casadio R., Giust A., Ovalle J. Quantum Reissner-Nordström Geometry: Singularity and Cauchy Horizon. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 105, art. no. 124026. ArXiv: 2203.03252v1 [gr-qc].
- [6] Neznamov V.P., Sedov S.Yu., Shemarulin V.E. The Quantum Model of Spinning Black Holes. *Int. J. Mod. Phys. A*, 2024, vol. 39 (2–3), art. no. 2450012.
- [7] Dymnikova I. Vacuum nonsingular black hole. *Gen. Rel. Grav.*, 1992, vol. 24, art. no. 235.

UDC 530.12

Tidal Love Number as a Distinguishing Feature between a Boson Star and a Fermion Star

Sharma Ranjan^()*

rsharma@associates.iucaa.in

Abhishek Paul

paulabhishek.res@gmail.com

IUCAA Centre for Astronomy Research and Development, Department of Physics, Cooch Behar Panchanan Barma University, India

Abstract. The paper analyzes tidal behaviour to distinguish between a boson star and a fermion star. The authors assume two different stellar compositions of identical mass and radius: one composed of a self-interacting scalar field (boson star) and the other composed of fermions (quark star). The model parameters of the equation of state (EOS) describing the material composition of the two configurations are so chosen that the resultant stellar configurations take identical values of mass and radius. The tidal behaviour of the stellar compositions is then examined. In particular, the tidal Love Numbers are calculated for the two different configurations which show distinct behavior. The study highlights the significance of tidal Love Number as a distinguishing feature between a boson star and a fermion star.

Keywords: boson star, quark star, tidal love number

Introduction. A boson star is a self-bound system composed of self-interacting real or complex scalar field whose mass and radius can be made comparable to that of a neutron star or a quark star. The question then arises: how can we distinguish a boson star from that of a fermion star of equal compactness? In this paper, we propose a novel method to distinguish between a boson star and a fermion star by analyzing the tidal behaviour of two stars. It should be stressed that the current era of multi-messenger astronomy has opened up new windows of opportunity to constrain the EOS of a compact star. In particular, the gravitational waves data provide valuable insight into the structure and matter composition of a compact star. Estimation of the tidal deformability of a star, characterized by the tidal Love Number (tLN), is one such avenue through which one may gain valuable information about the composition and structure of a compact star. Note that tLN increases from zero to higher values depending on the difficulty level in deforming a body subjected to an external gravitational field.

Methods and materials; results. We consider the X-ray pulsar Her X-1 as a test body for our analysis. Her X-1 is estimated to be a highly compact star and consequently, many authors have suggested it to be composed of quarks [1–4]. It has also been suggested that Her X-1 might be a di-quark star, i.e., a boson star described by a self-interacting scalar field [5, 6]. Consequently, we consider two different EOS to describe the pulsar Her X-1: EOS corresponding to a self-interacting scalar field (boson star) and EOS corresponding to a fermionic matter (quark star).

In our calculation, we use the EOS developed in reference [7] for the bosonic configuration and use the MIT bag model type linear EOS for the quark star configuration. Using the EOS, we numerically integrate the Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equations to calculate the mass and radius of the star. In this method, the model parameters are fixed so that in the both cases, identical masses and radii are obtained, which lie well within the estimated mass and radius of the pulsar Her X-1 [8]. The data set is then used to calculate the tLN [9]. It is interesting to note that even though we have two different stellar compositions providing identical mass and radius, they show distinct tidal behavior. The tLN for the bosonic configuration is estimated to be 0.057 which is more than its fermionic counterpart which is 0.035.

Conclusion. Our analysis shows that tidal behaviour can be used to distinguish between a boson star and a fermion star. It is noteworthy that while the tLN is zero for a black hole, it is expected that a bosonic configuration should experience more tidal deformation than a fermion star which is confirmed by our numerical analysis.

References

- [1] Li X.-D., Lai Z.-G., Wang Z.-R.W. Is Hex X-1 a strange star? *Astron. Astrophys.*, 1995, vol. 303, L1-L4.
- [2] Madsen J. Is Her X-1 a strange star? *Astron. Astrophys.*, 1997, vol. 318, art. no. 466.
- [3] Gondek-Rosińska D., Bulik T., Zdunik L., Gourgoulhon E., Ray S., Dey J., Dey M. Rapidly rotating compact strange stars. *Astron. Astrophys.*, 2000, vol. 363, art. no. 1005.
- [4] Dey M., Bombaci I., Dey J., Ray S., Samanta B. C., Strange stars with realistic quark vector interaction and phenomenological density-dependent scalar potential. *Phys. Lett. B*, 1998, vol. 438, art. no. 123.
- [5] Horvath J.E., de Freitas Pacheco J.A. Equilibrium configurations for quark-diquark stars and the problem of Her X-1 mass. *Int. J. Mod. Phys. D*, 1998, vol. 7, pp. 19–28.
- [6] Sharma R., Mukherjee S. Her X-1: a quark-diquark star? *Mod. Phys. Lett. A*, 2001, vol. 16, pp. 1049–1059.
- [7] Karkevandi D.R., Shakeri S., Sagun V., Ivanytskyi O. Bosonic Dark Matter in Neutron Stars and its Effect on Gravitational Wave Signals. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 105, art. no. 023001.
- [8] Gangopadhyay T., Ray S., Li X.-D., Dey J., Dey M. Strange star equation of state fits the refined mass measurement of 12 pulsars and predicts their radii. *Mont. Not. R. Astron. Soc.*, 2013, vol. 431, pp. 3216–3221.
- [9] Hinderer T. Tidal Love Numbers of Neutron Stars. *ApJ*, 2008, vol. 677, art. no. 1216.

УДК 530.122

Космологическая постоянная и черные дыры

Шишанин Андрей Олегович

shishandr@rambler.ru

SPIN-код: 1908-7522

НИУ МЭИ, Москва, Россия

Аннотация. В докладе обсуждается вывод термодинамических величин для близким к экстремальным черным дырам с космологической постоянной в любой размерности пространства-времени большей 2.

Ключевые слова: космологическая постоянная, метрика АдС-Шварцшильда, энтропия, температура, экстремальная черная дыра, энтальпия

Введение. Метрика радиально-симметричной черной дыры (статического решения уравнений Эйнштейна) задается выражением (см., например [1])

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2. \quad (1)$$

Хорошо известно, что первый закон термодинамики незаряженных статических черных дыр имеет вид

$$\delta M = \frac{\kappa}{2\pi} \delta S, \quad (2)$$

где M — масса черной дыры, κ — поверхностная гравитация $\kappa = \left. \frac{f'(r)}{4\pi} \right|_{r=r_H}$.

Радиус горизонта событий r_H вычисляется как наибольший корень уравнения $f(r) = 0$. S — это энтропия, которая равна четверти площади A горизонта событий

$$S = \frac{A}{4} = \pi r_H^2. \quad (3)$$

Методы и материалы; результаты. Положим космологическую постоянную Λ отрицательной. Тогда в (3+1)-мерном пространстве-времени для метрики АдС-Шварцшильда [2]

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{b^2} \quad (4)$$

в системе единиц $\hbar = c = G = k = 1$. Здесь $b^2 \equiv -\frac{3}{\Lambda}$.

Черная дыра называется экстремальной, если для нее выполняются соотношения $f(r_H) = f'(r_H) = 0$. Из определения видно, что температура экстремальной черной дыры равна нулю. Для экстремального решения АдС-Шварцшильда $M = b = r_H$. Если масса ниже этого значения, то происходит фазовый переход Хокинга-Пейджа [2], когда черная дыра нестабильна и распадается на пространство Анти-де-Ситтера. Метрика (4) имеет обобщение, называемое черной дырой АдС-Бардина [3] с функцией $f(r)$, равной

$$f(r) = 1 - \frac{2Mr^2}{(r^2 + g^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{r^2}{b^2}. \quad (5)$$

Здесь g — заряд магнитного монополя. Метрика (5) получается, если к действию Гильберта — Эйнштейна с космологической постоянной добавить действие некоторой нелинейной электродинамики.

Если у черной дыры с $\Lambda = 0$ есть электрический заряд Q , тогда $f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}$. Первый закон термодинамики принимает вид

$$\delta M = \frac{\kappa}{2\pi} \delta S + \phi \delta Q,$$

где ϕ — потенциал черной дыры.

Случай, когда заряд равен массе $Q = M$, описывает экстремальную черную дыру. Такая черная дыра является БПС-решением в $N=2$ супергравитации и при больших r метрика описывает многообразие $AdS^2 \times S^2$. Отметим, что также активно изучаются вращающиеся черные дыры, которые тоже могут быть экстремальными.

Энергию, энтропию и потенциал черной дыры с зарядом Q можно находить из действия I по формулам

$$E = \left(\frac{\partial I}{\partial \beta} \right)_Q - \frac{\phi}{\beta} \left(\frac{\partial I}{\partial \phi} \right)_\beta, \quad S = \beta \left(\frac{\partial I}{\partial \beta} \right)_Q - I, \quad \phi = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial I}{\partial Q} \right)_\beta. \quad (6)$$

Например, для энтропии эта формула имеет преимущество по сравнению с (3) тем, что она позволяет вычислять квантовые поправки через статистическую сумму Z

$$S = \left(1 - \beta \frac{d}{d\beta} \right) \log Z.$$

В классическом пределе $Z \approx \exp(-I)$. Для решения Шварцшильда и АдС-Шварцшильда (4) вывод энтропии приведен в [5]. Классические величины (6) были вычислены в любой размерности в [4].

Также было замечено [6], [7], что для полной аналогии с первым законом термодинамики в (2) не хватает слагаемого с давлением. Было показано, что, если массу черной дыры заменить на энтальпию $H = M + PV$, то давление P пропорционально космологической постоянной.

Заключение. В докладе рассматриваются термодинамические свойства экстремальных, а также близких к экстремальным черным дырам с космологической постоянной. Здесь имеются замечательные аналогии с теорией фазовых переходов и газом Ван-дер-Ваальса. Также будет обсуждаться черная дыра Бардина-де-Ситтера.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Frolov V.P., Zelnikov A. *Introduction to Black Hole Physics*. New York, Oxford University Press, 2011, 506 p.
- [2] Hawking S.W., Page D.N. Thermodynamics of Black Holes in Anti-de Sitter Space. *Commun. Math. Phys.*, 1983, vol. 87, pp. 577–588. <https://doi.org/10.1007/BF01208266>
- [3] Fernando S. Bardeen-de Sitter black holes. *Int. Journal of Mod. Phys.*, 2017, vol. 26, no. 7. <https://doi.org/10.1142/S0218271817500717>
- [4] Chamblin A., Emparan R., Johnson C., Myers R. Charged AdS black holes and catastrophic holography. *Phys.Rev.*, 1999, vol. D60, art. no. 064018.
- [5] Witten E. *Introduction to Black Hole Thermodynamics*. arXiv:2412.16795[hep-th].
- [6] Kastor D., Ray S., Traschen J. Enthalpy and the mechanics of AdS black holes. *Class. Quantum Grav.*, 2009, vol. 26, art. no. 195011. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/26/19/195011>
- [7] Dolan B.P. The cosmological constant and black-hole thermodynamic potentials. *Class. Quantum Grav.*, 2011, vol. 28, art. no. 125020. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/28/12/125020>

The Cosmological Constant and Black Holes

Shishanin Andrei Olegovich

shishandr@rambler.ru

SPIN-code: 1908-7522

NRU MPEI, Moscow, Russia

Abstract. We discuss the derivation of thermodynamic quantities for near-extremal black holes with a cosmological constant in any spacetime dimension greater than 2.

Keywords: cosmological constant, AdS-Schwarzschild metric, entropy, temperature, extremal black hole, enthalpy

Introduction. The metric of a radially symmetric black hole (a static solution of Einstein's equations) is given by

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2. \quad (1)$$

It is well known that the first law of thermodynamics of uncharged static black holes has the form

$$\delta M = \frac{\kappa}{2\pi} \delta S, \quad (2)$$

where M is the mass of black hole, κ is the surface gravity $\kappa = \frac{f'(r)}{4\pi} \Big|_{r=r_H}$. The radius of the event horizon is calculated as the largest root of the equation $f(r) = 0$. S is the entropy, which is equal to a quarter of the area A of the event horizon

$$S = \frac{A}{4} = \pi r_H^2. \quad (3)$$

Methods and materials; results. Let us set the cosmological constant Λ to be negative. Then in (3+1)-dimensional space-time for the AdS-Schwarzschild metric [2]

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{b^2} \quad (4)$$

in the system of units $\hbar = c = G = k = 1$. Here $b^2 \equiv -\frac{3}{\Lambda}$.

A black hole is called extremal if it satisfies the following relations: $f(r_H) = f'(r_H) = 0$. From the definition it is clear that the temperature of an extremal black hole is zero. For the AdS-Schwarzschild extremal solution relation holds: $M = b = r_H$. If the mass is below this value, then the Hawking-Page phase transition occurs [2], when the black hole is unstable and decays into an Anti-de-Sitter space. The metric (4) has a generalization called the AdS-Bardeen black hole [3] with a function equal to

$$f(r) = 1 - \frac{2Mr^2}{(r^2 + g^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{r^2}{b^2}. \quad (5)$$

Here g is the charge of the magnetic monopole. The metric (5) is obtained if the action of some nonlinear electrodynamics is added to the Hilbert-Einstein action with the cosmological constant.

If a black hole c has an electric charge Q , then $f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}$.

The first law of thermodynamics takes the form

$$\delta M = \frac{\kappa}{2\pi} \delta S + \varphi \delta Q,$$

where φ is the potential of a black hole.

The case where the charge is equal to the mass $Q = M$ describes an extremal black hole. Such a black hole is a BPS-solution in $N = 2$ supergravity and for large r the metric describes the manifold $AdS^2 \times S^2$. Note that rotating black holes, which can also be extremal, are also actively studied.

The energy, entropy and potential of a black hole with charge Q can be found from the action I using the formulas

$$E = \left(\frac{\partial I}{\partial \beta} \right)_Q - \frac{\varphi}{\beta} \left(\frac{\partial I}{\partial \varphi} \right)_\beta, \quad S = \beta \left(\frac{\partial I}{\partial \beta} \right)_Q - I, \quad \varphi = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial I}{\partial Q} \right)_\beta. \quad (6)$$

For example, for entropy this formula has an advantage over (3) in that it allows one to calculate quantum corrections through the statistical sum Z

$$S = \left(1 - \beta \frac{d}{d\beta} \right) \log Z.$$

In the classical limit $Z \approx \exp(-I)$. For the Schwarzschild and AdS-Schwarzschild solutions (4) the derivation of the entropy is given in [5]. The classical quantities (6) were calculated in any dimension in [4].

It was also noted [6], [7] that for complete analogy with the first law of thermodynamics in (2) the term with pressure is missing. It has been shown that if the mass of a black hole is replaced by enthalpy $H = M + PV$, then the pressure P is proportional to the cosmological constant.

Conclusion. The paper discusses the thermodynamic properties of extreme and near-extreme black holes with a cosmological constant. There are remarkable analogies with the theory of phase transitions and the Van der Waals gas. The Bardeen-de Sitter black hole will also be discussed.

References

- [1] Frolov V.P., Zelnikov A. *Introduction to Black Hole Physics*. New York, Oxford University Press, 2011, 506 p.
- [2] Hawking S.W., Page D.N. Thermodynamics of Black Holes in Anti-de Sitter Space. *Commun. Math. Phys.*, 1983, vol. 87, pp. 577–588. <https://doi.org/10.1007/BF01208266>
- [3] Fernando S. Bardeen-de Sitter black holes. *Int. Journal of Mod. Phys.*, 2017, vol. 26, no. 7. <https://doi.org/10.1142/S0218271817500717>
- [4] Chamblin A., Emparan R., Johnson C., Myers R. Charged AdS black holes and catastrophic holography. *Phys.Rev.*, 1999, vol. D60, art. no. 064018.
- [5] Witten E. *Introduction to Black Hole Thermodynamics*. arXiv:2412.16795[hep-th].
- [6] Kastor D., Ray S., Traschen J. Enthalpy and the mechanics of AdS black holes. *Class. Quantum Grav.*, 2009, vol. 26, art. no. 195011. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/26/19/195011>
- [7] Dolan B.P. The cosmological constant and black-hole thermodynamic potentials. *Class. Quantum Grav.*, 2011, vol. 28, art. no. 125020. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/28/12/125020>

UDC 524.882

Exploring entropy in de sitter space using the covariant Euclidean approach

Singh Raghvendra (*)

raghavendra@ariel.ac.il

Ariel University, Ariel, Israel

Abstract. We derive the Euclidean entropy of four-dimensional de Sitter spacetime by integrating the Kodama-observer anomalous entropy density over the compact Euclidean section, obtained through a covariant Wick rotation discussed in [2]. Starting from the comoving metric $ds^2 = -dt^2 + e^{2Ht}(dr^2 + r^2 d\Omega_2^2)$ and enforcing the Kodama trajectory $re^{Ht} = C$ [2], we evaluate the anomalous entropy density $S_{\text{anomalous}} = (3H^2)/(8\pi G)$ and show that the corresponding four-volume element reduces, after an exact coordinate transformation, to that of a round four-sphere of radius H^{-1} . The resulting total entropy $S_{\text{anomalous}} = \pi/(GH^2)$ reproduces precisely the Bekenstein-Hawking entropy $(A/4G)$ associated with the cosmological horizon. This calculation demonstrates that the anomalous entropy approach [3], grounded in the Euclidean Quantum Gravity framework, yields correct and physically consistent results.

Keywords: black hole entropy, wick rotation, dynamical spacetime, kodama observer

Introduction. Euclidean Quantum Gravity offers a non-perturbative route to gravitational thermodynamics by relating the semiclassical partition function to Euclidean manifolds [4]. Conventional methods rely on static spacetimes with analytic continuations, however, these methods are inadequate for dynamical, non-stationary geometries. The covariant Wick-rotation approach developed by R. Singh, D. Kothawala [1] addresses this gap by defining Euclidean metrics through a positive-definite combination $\widehat{g}^{ab} = g^{ab} - \Theta u^a u^b$, where u^a is a nowhere vanishing timelike vector field and Θ is the interpolating function between two regimes generate Euclidean metric for $\Theta = -2$ in covariant way. We apply this technique specifically to the Kodama observer in de Sitter spacetime, enabling a robust calculation of horizon entropy.

Methods and materials; results. We apply the covariant Wick-rotation formalism to the de Sitter spacetime metric, employing Kodama observers characterized by trajectories defined by $re^{Ht} = \text{constant}$. The resulting Euclideanized metric contains cross-terms which are eliminated via the transformation $w = Hre^{Ht}$, revealing explicitly the geometry of a four-sphere. The anomalous entropy density, defined by $(16\pi G)S_{\text{anomalous}} = -2G_{ab}u^a u^b + \widehat{R}$, evaluates to $S_{\text{anomalous}} = 3H^2/(8\pi G)$. Integration over the Euclidean manifold yields the total entropy $\pi/(GH^2)$, exactly matching the standard Bekenstein — Hawking formula [5].

Conclusion. In conclusion, anchoring the covariant Wick rotation to a general, nowhere-vanishing timelike observer field — exemplified here by the Kodama

congruence — offers a powerful, self-consistent framework for computing horizon entropy in dynamical spacetimes, as explicitly demonstrated for de Sitter space. This approach underscores the universality and robustness of gravitational entropy calculations within the Euclidean formalism, extending its applicability well beyond stationary solutions.

References

- [1] Singh R., Kothawala D. Covariant Wick Rotation: Action, Entropy, and Holonomies. *The European Physical Journal C*, 2023, vol. 83 (3), art. no. 194.
- [2] Kodama H. Conserved Energy Flux for the Spherically Symmetric System and the Backreaction Problem in Black Hole Evaporation. *Prog. Theor. Phys.*, 1980, vol. 63, pp. 1217–1228. <https://doi.org/10.1143/PTP.63.1217>
- [3] Visser M. Dirty black holes: Entropy versus area. *Phys. Rev. D*, 1993, vol. 48. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.48.583>
- [4] Gibbons G.W., Hawking S.W. *Euclidean Quantum Gravity*. World Scientific, 1993.
- [5] Jacobson T., Parentani R. Horizon Entropy. *Found. Phys.*, 2003, vol. 33. URL: <http://arxiv.org/abs/gr-qc/0302099v1> (accessed 15.03.2025).

UDC 530.12

Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation

Sinha Aayush

sinkha.a@phystech.edu

Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
Dolgoprudny, Russia

Abstract. The paper comprises a generalized solution to non-linear PDEs, mainly interpreted in the gravitation field equation [1]. The author shows that gamma matrices (Spinors) are embedded within Christoffel symbols. This approach is usable for calculating geodesic as: $-\Gamma_{00}^{\alpha}c^2 = (2\pi m_0 c^3 I/\sqrt{-1}h)$, for a weak quantum gravitation field. Hence, it concludes the followings: (a) 24 mathematical terms of second-order, as an integral part of Ricci tensor; and (b) unification of all space-time geometries [3, 4].

Keywords: quantum gravity, general relativity, clifford algebra, ricci tensor, ricci flow, geodesic

Introduction. Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation, “AUM”, is developed to offer a complete solution to the following existing problems. These includes: (I) quantum gravity and general relativity; (II) singularity and dark energy; and (III) many more. Its key objective is to incorporate Spin (gamma matrices) within Christoffel Symbols, as discussed in the next section. This is of uttermost relevance for analyzing the Spin-Dynamics of the gravitational field. Scientifically, it discloses 24 second-order partial derivative terms (Quantum Gravitational Waves), as an integral part of Ricci tensor.

Methods and materials; results. To derive the embedded quantum fields within Christoffel, “ $\Gamma_{ij,m}$ ”, I started with a covariant differentiation, “ ∇_j ”, of a fundamental tensor, “ g_{im} ”, as shown in equation (2) [1]. These equations are acquainted with first order covariant derivatives of gamma matrices, “ γ_i ” and “ γ_m ”. According to the Clifford Algebra, these matrices are also referred as the basis vectors of fundamental tensor, “ g_{im} ”. These basis vectors, “ γ_i ” and “ γ_m ”, are fundamentally known by equation; $g_{im} = \frac{\gamma_i \gamma_m + \gamma_m \gamma_i}{2}$ [2].

$$\frac{\partial g_{im}}{\partial x^j} = \frac{1}{2} [\{\nabla_j \gamma_i\} \gamma_m + \gamma_i \{\nabla_j \gamma_m\} + \{\nabla_j \gamma_m\} \gamma_i + \gamma_m \{\nabla_j \gamma_i\}] + g_{pm} \Gamma_{ij}^p + g_{ip} \Gamma_{mj}^p \quad (1)$$

The first order covariant derivatives, “ ∇_j , ∇_i , ∇_m ”, of these fundamental tensors, “ g_{im} , g_{jm} , g_{ij} ”, are derived like equation (1). Further, I derived a torsion-free Christoffel symbols of second kind, “ Γ_{ij}^{α} ”. This was pursued by substituting the partial derivatives of fundamental tensors, “ $\frac{\partial g_{im}}{\partial x^j}$, $\frac{\partial g_{jm}}{\partial x^i}$, $\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^m}$ ”, into the well-known equation of “ $\Gamma_{ij}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha m} [\frac{\partial g_{im}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jm}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^m}]$ ” [1]. With further simplification, I have discovered equation (2) [3, 4].

$$\Gamma_{ij}^{\alpha} = g^{\alpha m} \frac{1}{4} \left(\gamma_i \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^j} - \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^m} \right) + \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^j} - \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^m} \right) \gamma_i + \gamma_j \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^i} - \frac{\partial \gamma_i}{\partial x^m} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^i} - \frac{\partial \gamma_i}{\partial x^m} \right) \gamma_j + \gamma_m \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^i} \right) + \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^i} \right) \gamma_m \right); \quad (2)$$

$$\frac{d^2 x^{\alpha}}{(dx^0)^2} = -[\Gamma_{00}^{\alpha}]c^2 - \\ -\frac{1}{2} \left[\left(\gamma_0 - (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) \right) \frac{\partial \gamma_0}{\partial x^0} + \frac{\partial \gamma_0}{\partial x^0} (\gamma_0 - (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)) \right. \\ \left. + \left(\gamma_0 \left(\frac{\partial}{\partial x^0} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) - (\nabla) \gamma_0 \right) + \left(\frac{\partial}{\partial x^0} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) - (\nabla) \gamma_0 \right) \gamma_0 \right) \right] c^2 = \\ = - \left[\frac{2\pi}{\sqrt{-1}h} \left(\frac{\hat{E}}{c} - \hat{P}_x - \hat{P}_y - \hat{P}_z \right) I \right] c^2; \quad (3)$$

$$R_{ij} = - \left[\frac{\partial g^{\alpha m}}{\partial x^{\alpha}} \Gamma_{ij,m} + g^{\alpha m} \frac{\partial \Gamma_{ij,m}}{\partial x^{\alpha}} \right] + \left[\frac{\partial g^{\alpha m}}{\partial x^j} \Gamma_{i\alpha,m} + g^{\alpha m} \frac{\partial \Gamma_{i\alpha,m}}{\partial x^j} \right] + \Gamma_{\beta j}^{\alpha} \Gamma_{i\alpha}^{\beta} - \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha} \Gamma_{ij}^{\beta} \quad (4)$$

Using equations (3), I calculated geodesic for a weak quantum gravity, as shown by equation (3). As a result, it illustrates “energy-momentum relation” within geodesic. Hence, validating equation (2). Additionally, the Christoffel symbols: $\Gamma_{ij,m}$, $\Gamma_{i\alpha,m}$, $\frac{\partial \Gamma_{ij,m}}{\partial x^{\alpha}}$, $\frac{\partial \Gamma_{i\alpha,m}}{\partial x^j}$, $\Gamma_{\beta j}^{\alpha} \Gamma_{i\alpha}^{\beta}$, and $\Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha} \Gamma_{ij}^{\beta}$; given in equation (4) are also derived using equation (2), respectively [3, 4].

Conclusion. In this framework, I have concluded the root characteristics of Quantum Gravitation. These are elucidated through quantum fields of skew-symmetric, “ $\left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^j} - \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^m} \right)$ ” and “ $\left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial x^i} - \frac{\partial \gamma_i}{\partial x^m} \right)$ ”, and symmetric, “ $\left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \gamma_j}{\partial x^i} \right)$ ”, nature. These fields are found embedded within Ricci curvature tensor, “ R_{ij} ” based on equations (2) and (4) [3, 4].

References

- [1] The Field Equations of Gravitation. *Proc. of the Prussian Academy of Sciences*. URL: <https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-trans/129> (accessed 10.01.2024).
- [2] Hestenes D., Sobczyk G. *Geometric Algebra*. Dordrecht, Fundamental Theories of Physics. Springer, 1987, no. 978-94-009-6292-7_1, 43 p. https://doi.org/10.1007/978-94-009-6292-7_1
- [3] *Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation*. URL: <https://agenda.infn.it/event/39794/contributions/231320> (accessed 10.09.2024).
- [4] *Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation. The 10th International Conference QIPA*. URL: <https://qipa2024.mipt.ru/talks> (accessed 20.10.2024).

УДК 530.12

Гравитационные волны, связанные со сферической электромагнитной волной

Сизов Вячеслав Андреевич

vasizov@bmstu.ru

Фомин Игорь Владимирович

ingvor@inbox.ru

SPIN-код: 4676-2672

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассматриваются решения возмущенных уравнений Эйнштейна в пространстве Шварцшильда для случая распространения сферически симметричных электромагнитной и гравитационной волн, соответствующих возмущениям метрики Шварцшильда. Показано, что сферические электромагнитные волны имеют связанные с ними продольные гравитационно-волновые компоненты. Предложено описание основных свойств гравитационных волн, связанных со сферическими электромагнитными волнами.

Ключевые слова: гравитация Эйнштейна, пространство Шварцшильда, связанные гравитационные волны, электромагнитные волны, метрический тензор

Введение. При исследовании гравитационной волны, распространяющейся в искривленном пространстве-времени, часто используются методы теории возмущений [1]. В этом случае гравитационные волны рассматриваются, как малые возмущения фонового пространства-времени $h_{\mu\nu} = \delta g_{\mu\nu}^0$.

В пустом пространстве при распространении гравитационной волны в пустом пространстве вдоль направления $x^1 = x$ ненулевыми компонентами тензора возмущения являются только поперечно-поперечные (ТТ): h_{yz} , h_{zy} , h_{zz} [2]. Однако при наличии источника $T_{\mu\nu} \neq 0$ связанные гравитационные волны могут иметь и продольные (LL): h_{tt} , h_{tx} , h_{xx} , и продольно-поперечные (LT): h_{ty} , h_{tz} , h_{xy} , h_{xz} , компоненты [3].

В работах [4, 5] были получены LL компоненты гравитационной волны, связанной с плоской электромагнитной волной, в пространстве Минковского. Целью данной работы является анализ компонент гравитационной волны, связанной со сферической электромагнитной волной в пространстве Шварцшильда на основе решения возмущенных уравнений Эйнштейна.

Методы и материалы; результаты. Для достижения поставленной цели были решены возмущенные уравнения Эйнштейна в пространстве Шварцшильда для случая распространения сферически симметричной электромагнитной волны в радиальном направлении. Из условия сферической симметричности электромагнитных волн и изотропности пространства-

времени было положено, что диагональные поперечные компоненты метрических возмущений равны между собой.

На основе полученных точных решений, было показано, что сферическая электромагнитная волна имеет чисто продольные гравитационно-волновые компоненты. Эти решения представляют собой четные возмущения метрики Шварцшильда.

Полученные связанные гравитационные волны несут информацию о пространстве, а именно о массе черной дыры, в амплитудных коэффициентах, а также в фазовых множителях. Также было показано, что амплитуды связанных гравитационных волн в пространстве с метрикой Шварцшильда больше, чем в пространстве Минковского, из-за наличия гравитирующей массы.

Заключение. Представлен анализ связанных гравитационных и электромагнитных волн с учетом возмущений метрики пространства-времени Шварцшильда. Полученные результаты позволяют рассматривать влияние гравитационно-волновой компоненты на процессы распространения и взаимодействия электромагнитных волн в области компактных гравитирующих объектов.

Список источников

- [1] Fanizza G. et al. Linearized propagation equations for metric fluctuations in a general (non-vacuum) background geometry. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2021, vol. 2021. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/07/021>
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля*. Москва, Физматлит, 1987.
- [3] Maggiore M. *Gravitational Waves. Vol. 1: Theory and Experiments*. Oxford, Oxford University Press, 2008, 547 p.
- [4] Морозов А.Н., Пустовойт В.И., Фомин И.В. О гравитационных волнах, связанных с электромагнитными волнами. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2020, № 2, с. 53–63.
- [5] Morozov A.N., Pustovoit V.I., Fomin I.V. Bound gravitational waves in a dielectric medium and a constant magnetic field. *Eur. Phys. J. Plus.*, 2020, vol. 135. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-020-00961-0>

Gravitational Waves Coupled With a Spherical Electromagnetic Wave

Sizov Vyacheslav Andreevich

vasizov@bmstu.ru

Fomin Igor Vladimirovich

ingvor@inbox.ru

SPIN-code: 4676-2672

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. Solutions of perturbed Einstein equations in the Schwarzschild space-time are considered for the propagation of spherically symmetric electromagnetic and gravitational waves corresponding to perturbations of the Schwarzschild metric. It is shown that spheri-

cal electromagnetic waves have longitudinal gravitational wave components coupled with them. A description of the basic properties of gravitational waves coupled with spherical electromagnetic waves is proposed.

Keywords: Einstein gravity, Schwarzschild space-time, coupled gravitational waves, electromagnetic waves, metric tensor

Introduction. Methods of perturbation theory are often used in the study of a gravitational wave propagating in a curved space-time [1]. In this case, gravitational waves are considered as small perturbations of the background space-time.

$$h_{\mu\nu} = \delta g_{\mu\nu}^0.$$

In Minkowski spacetime, when a gravitational wave propagates in empty space along the direction $x^1 = x$, the nonzero components of the perturbation tensor are only transverse–transverse (TT): h_{yz} , h_{yy} , h_{zz} [2]. However, in the presence of a source $T_{\mu\nu} \neq 0$, coupled gravitational waves can have both longitudinal–longitudinal (LL): h_{tt} , h_{tx} , h_{xx} , and longitudinal–transverse (LT): h_{ty} , h_{tz} , h_{xy} , h_{xz} components [3].

In [4, 5], the LL components of a gravitational wave coupled with a plane electromagnetic wave in Minkowski space were obtained. The purpose of this work is to analyze the components of a gravitational wave coupled with a spherical electromagnetic wave in Schwarzschild spacetime based on the solution of perturbed Einstein equations.

Methods and materials; results. To achieve this goal, the perturbed Einstein equations in Schwarzschild spacetime were solved for the case of propagation of a spherically symmetric electromagnetic wave in the radial direction. From the condition of spherical symmetry of electromagnetic waves and isotropy of space-time, it was assumed that the diagonal transverse components of metric perturbations are equal to each other.

Based on the exact solutions obtained, it was shown that a spherical electromagnetic wave has purely longitudinal gravitational wave components. These solutions are even perturbations of the Schwarzschild metric.

The resulting coupled gravitational waves carry information about space, namely, the mass of the black hole, in amplitude coefficients, as well as in phase multipliers. It was also shown that the amplitudes of coupled gravitational waves in the space with the Schwarzschild metric are greater than in the Minkowski space due to the presence of a gravitational mass.

Conclusion. An analysis of coupled gravitational and electromagnetic waves is presented, taking into account perturbations of the Schwarzschild space-time metric. The results obtained allow us to consider the influence of the gravitational-wave component on the propagation and interaction of electromagnetic waves in the field of compact gravitating objects.

References

- [1] Fanizza G. et al. Linearized propagation equations for metric fluctuations in a general (non-vacuum) background geometry. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2021, vol. 2021. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/07/021>
- [2] Landau L.D., Lifshitz E.M. *Field Theory*. Moscow, Fizmathlit Publ., 1987. (In Russ.).
- [3] Maggiore M. *Gravitational Waves. Vol. 1: Theory and Experiments*. Oxford, Oxford University Press, 2008, 547 p.
- [4] Morozov A.N., Pustovoit V.I., Fomin I.V. On gravitational waves coupled with electromagnetic waves. *Space, time, and fundamental interactions*, 2020, no. 2, pp. 53–63. (In Russ.).
- [5] Morozov A.N., Pustovoit V.I., Fomin I.V. Bound gravitational waves in a dielectric medium and a constant magnetic field. *Eur. Phys. J. Plus.*, 2020, vol. 135. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-020-00961-0>

УДК 524.882:834

Сингулярный отскок в теории гравитации с неминимальной кинетической связью

Сушков Сергей Владимирович

sergey_sushkov@mail.ru

КФУ, Казань, Россия

Аннотация. Нами был исследован сценарий *отскока* в рамках однородных и изотропных космологических моделей с произвольной пространственной кривизной в теории гравитации с неминимальной кинетической связью скалярного поля с кривизной, заданной членом $(\zeta / H_0^2) G^{\mu\nu} \phi_{;\mu} \phi_{;\nu}$ в лагранжиане. В общем случае модель определяется шестью безразмерными параметрами: параметром связи ζ и параметрами плотности Ω_0 (космологическая постоянная), Ω_2 (пространственная кривизна), Ω_3 (нерелятивистская материя), Ω_4 (излучение), Ω_6 (скалярное поле). Как и ожидалось, мы обнаружили, что в космологических моделях с отрицательной или нулевой пространственной кривизной нет точек поворота и/или отскоков. В то же время в модели с положительной пространственной кривизной могут существовать как точка поворота, так и отскок. В частности, отскок — когда сжатие Вселенной сменяется расширением — происходит при $\tau = \tau_*$, когда $a(\tau_*) = a_{\min} = (3\zeta\Omega_2)^{1/2}$, где $\tau = H_0 t$ — безразмерное космическое время, а τ_* — момент, когда происходит отскок. Важный факт, что значение $a_{\min}$ зависит только от ζ и Ω_2 , и не зависит от Ω_0 , Ω_3 и Ω_4 . Таким образом, мы заключаем, что космологическая постоянная и обычная материя (в форме пыли и излучения) оказываются «закранированными» в окрестности отскока. Нами было получено асимптотическое поведение масштабного фактора и параметра Хаббла вблизи отскока: $a(\tau) \approx a_{\min}(1 + \Delta\tau^2/18\zeta)$ и $h(\tau) \approx \Delta\tau/9\zeta$, где $\Delta\tau = \tau - \tau_*$. Таким образом, было показано, что масштабный фактор $a(\tau)$, параметр Хаббла $h(\tau)$ и все соответствующие геометрические инварианты имеют регулярное поведение вблизи отскока. В частности, $a(\tau) \rightarrow a_{\min}$, $h(\tau) \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \tau_*$. Также регулярны вблизи отскока значения, характеризующие плотность энергии материи, такие как $\rho_m \sim a^{-3}$ и $\rho_r \sim a^{-4}$. В то же время нами было показано, что, хотя геометрия пространства-времени и плотность энергии материи остаются регулярными вблизи отскока, скалярное поле имеет там сингулярное поведение. А именно, $d\phi/d\tau \sim 1/\Delta\tau^2 \rightarrow \infty$ при $\Delta\tau \rightarrow 0$. В результате нами был сделан вывод, что полная динамическая система, описывающая космологическую эволюцию в теории гравитации с неминимальной кинетической связью, является сингулярной вблизи отскока. Насколько нам известно, такой сценарий, когда геометрия пространства-времени и плотности энергии материи остаются регулярными при приближении эволюции Вселенной к моменту отскока, в то время как поведение скалярного поля становится сингулярным, ранее был неизвестен. По этой причине этот сценарий был назван нами «сингулярным» отскоком.

Ключевые слова: кротовая нора, динамическая кротовая нора, вселенная Фридмана

Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» № 24-1-1-39-1.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Sushkov S.V., Galeev R.G. Singular bounce in the theory of gravity with nonminimal derivative coupling. *Physical Review D*, 2025, vol. 111, art. no. 083554. <https://arxiv.org/abs/2502.05786>; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.083554>

Singular bounce in the theory of gravity with nonminimal derivative coupling

Sushkov Sergey Vladimirovich

sergey_sushkov@mail.ru

Kazan Federal University, Kazan, Russia

Abstract. We explore bounce scenarios in the framework of homogeneous and isotropic cosmological models with arbitrary spatial curvature in the theory of gravity with non-minimal derivative coupling of a scalar field to the curvature given by the term $(\zeta / H_0^2) G^{\mu\nu} \phi_{;\mu} \phi_{;\nu}$ in the Lagrangian. In general, a cosmological model is determined by six dimensionless parameters: the coupling parameter ζ , and density parameters Ω_0 (cosmological constant), Ω_2 (spatial curvature term), Ω_3 (non-relativistic matter), Ω_4 (radiation), Ω_6 (scalar field term). As expected, we find that there are no turning points and/or bounces in cosmological models with negative or zero spatial curvature. At the same time, both a turning point and a bounce can exist in the model with positive spatial curvature. In particular, the bounce — when the Universe's contraction is replaced by expansion — is happened at $\tau = \tau^*$ when $a(\tau^*) = a_{\min} = (3\zeta\Omega_2)^{1/2}$, where $\tau = H_0 t$ is a dimensionless cosmic time and τ^* is a moment when the bounce happens. It is important fact that the value $a_{\min}$ depends *only* on ζ and Ω_2 , and does *not* depend on Ω_0 , Ω_3 and Ω_4 . We find that near the bounce $a(\tau) \approx a_{\min}(1 + \Delta\tau^2/18\zeta)$ and $h(\tau) \approx \Delta\tau/9\zeta$, where $\Delta\tau = \tau - \tau^*$. Thus, the scale factor $a(\tau)$, the Hubble parameter $h(\tau)$, and all corresponding geometrical invariants have a regular behavior near the bounce. In particular, $a(\tau) \rightarrow a_{\min}$, $h(\tau) \rightarrow 0$ as $\tau \rightarrow \tau^*$. As well the values characterizing matter energy densities, such as $\rho_m \sim a^{-3}$ and $\rho_r \sim a^{-4}$, are regular near the bounce. Nevertheless, though the spacetime geometry and energy densities remain to be regular near the bounce, the scalar field has a singular behavior there. Namely, $d\phi/d\tau \sim 1/\Delta\tau^2 \rightarrow \infty$ as $\Delta\tau \rightarrow 0$. As a result, we conclude that the complete dynamical system describing the cosmological evolution in theory of gravity with non-minimal derivative coupling is singular near the bounce. On our knowledge, such the scenario, when the spacetime geometry and matter energy densities remain to be regular at approaching the universe evolution to the moment of bounce, while the behavior of scalar field becomes singular, was unknown before. For this reason, we term this scenario as a *singular bounce*.

Keywords: wormhole, dynamic wormhole, Friedmann universe

This work was supported by a grant from the Foundation for the Development of Theoretical Physics and Mathematics «BASIS» № 24-1-1-39-1.

References

- [1] Sergey V. Sushkov, Rafkat G. Galeev, Singular bounce in the theory of gravity with nonminimal derivative coupling. *Physical Review D* **111**, 083554 (2025); <https://arxiv.org/abs/2502.05786>; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.083554>.

UDC 512.813.5

Original linear Lie algebra directly solves Standard Model and Periodic System

Trell Erik

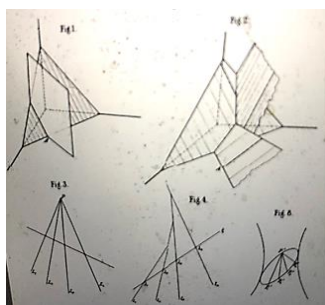
erik.trell@gmail.com

Department of Health, Medicine and Caring Sciences, Linköping University,
Se 581 83 Linköping, Sweden

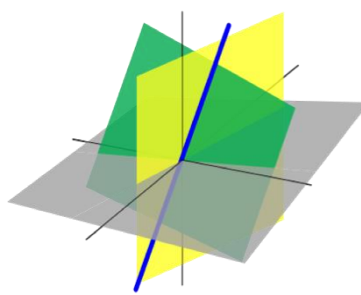
Abstract. The original geometric Lie algebra is linear, digital and differential, and in an internal part exactly and exhaustively realizes the Standard Model of the elementary particles by serial lattice transformations of its orthogonal versus spherical infinitesimal generators. In an external part by the line congruence extension and expansion of their reciprocal network through, primeval and astrophysical stages it further leads to an equally exact and exhaustive realization of the Periodic System of the atoms and molecules and their crystal structure, compositions and images as well as online interactive computer system bits and algorithms.

Keywords: Alphabit, Aufbau, Betabit, computer program, crystallization, differential, digital, elementary particles, geometric, Lie algebra, linear, line congruence, Periodic System, Standard Model

Introduction. The Standard Model remains the ultimate analog equation system of the proliferating elementary particles, while the original Lie algebra applies its sole particle element: “the straight line of length equal to zero” [1, 2] into a digital transformation lattice of the infinitesimal generators of its geometry. First disclosed in two dimensions as “*eine gestreifte...algebraische Fläche*” [3] it was shown how this could be folded and connected in further planes and angles into the composition of a linear ‘vector’ space (Figure 1) but more fundamental since spanned by its infinitesimal generators themselves instead of their tail-of-the-dog resultants.



a



b

Fig. 1. *Gestreifte Flächen* of ordered linear algebra and plane geometry "*Imaginär-Curven*" by straight lines of length equaling zero (distance between adjacent coordinate points) (a). Note equivalent organization as in a present-day unordered linear vector space (b)

Methods and materials; results. This "*Imaginär-Curven*" system [3] reaches beyond the Standard Model by extending its network over the crystallization of the Periodic Table [4]. Here lies the gamechanging nature of Lie's linear algebra, not in relation to his time but to the present-day abstraction into an immaterial 'vector' space. But to Lie the line was not a mathematical idea but a real "*Ding*" [3] and thus a concrete construction element starting and acting from the infinitesimal level to build the Cartesian/Euclidean space, piece by piece "as a partial differential equation itself" in the "form $f(x, y, z, dx, dy, dz) = 0$ " [1, 2]. This is thus the space formula for which, quoting Lie, "Descartes produces a quantity system x, y, z "..."he has among the unlimited manifolds of possible co-ordinate systems chosen a definite one"..."one realizes that the straight lines that meet a given condition may be used as the element of a geometry of the space, which gives a faithful representation of the algebra of three variables". However, by itself the space is static but "if here x, y, z are perceived as parameters"..."each point in the space is associated with a cone, namely, the collection of tangents to those complex-curves that go through the point in question"..."to the curves c of the space r , thus unambiguously correspond the curves C of a definite curve-complex in R "..."the two spaces are mapped into each other"..."in such a way that to r 's points correspond in R the imaginary straight lines whose length equals zero." There is thus a "transition from a point to a straight line"..."of length equal to zero as element" [1, 2], because points have no extension but a Lie algebra neighborhood of the dx , dy , and dz enclosing it as the distance in each direction between adjacent points.

Lie's discovery that "the Plücker line-geometry can be transformed into a sphere geometry" then both founded spherical geometry and provided the mutual reciprocal space between them, and this "particularly remarkable transformation", unfolds separately or together between the "infinitely small...sphere's rectilinear generatrices" and those of the "Cartesian Geometry quantity system" as mutually parameters and "complex-cones" of each other [1, 2]. Thus the linear algebra is made, digitally and differentially, by itself. "*Die Streifen*" in the visionary *Darstellung des Imaginären in der Geometrie* [3] are such infinitesimal straight lines in and between "*algebraische Flächen*" but in complex space where, however, any "*complexe Gleichung löst sich in zwei reelle auf*" [3] which, "arrange themselves pairwise as reciprocals" [1, 2] "*in der Geometrie der Liniencongruenzen*" [3].

Now, we have what we need to start working. We know that we have the dx , dy , and dz infinitesimal generators (and their tangential spherical geometry counterparts) to apply digitally step by step by themselves as partial derivatives in their own differential equations. It is thus not a secondary linear "vector" space of whatever but a primary linear infinitesimal generator space, of themselves, which is a radical, indeed game-changing difference.

Focussing on the three-dimensional spacefilling in the two mutually reciprocal spaces both separately and in “complex-cone” integration, “Fig. 2 surveys the line congruence clutions.

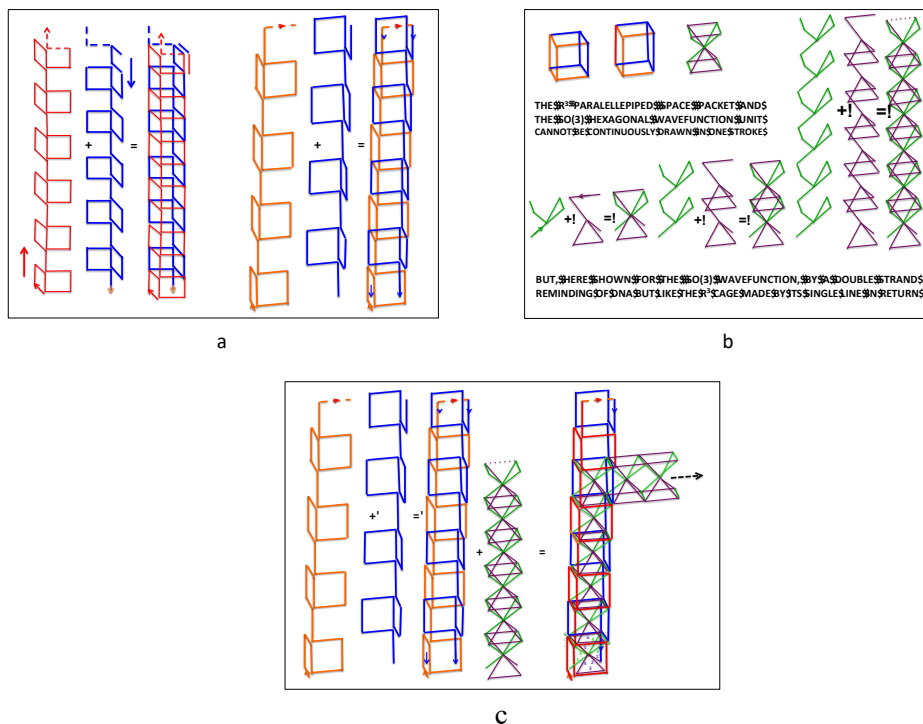


Fig. 2. $\pm(dz + dy - dz - dy + dx + dy - dx + dy)$ formula of line congruence filling of a) orthogonal Cartesian 'packet space', b) hexagonal spherical 'wave space' and c) reciprocal 'wave-packet' space'

The lines are infinitely thin and in reality “touch” [1, 2] both internally and externally but still don't overcross since geometrically separate. The ‘packets’ touch along their whole sides, while the ‘waves’ touch only in their corners with a correspondingly more concentrated intensity. May this explain the difference between gravity and electromagnetism? Among other interesting things to reflect on is whether the ‘quarks’ could simply comprise the dx , dy , dz infinitesimal coordinate system?

Figure 3 then outlines the further natural history of the line congruences according to Figure 2 introduced mainly by halves in early Universe in almost isotropic microwave background form.

Now this was a most rudimentary and also arguable summary of an entire cosmological History, but in Figure 4 we just continue the bricklaying, judging validity and success by the objective results.

The above telegramstyle legend is admittedly a bit cryptic but it is hoped that a further figure exposition of period 2 and 3 may lead to a gradual comprehension of the stuff.

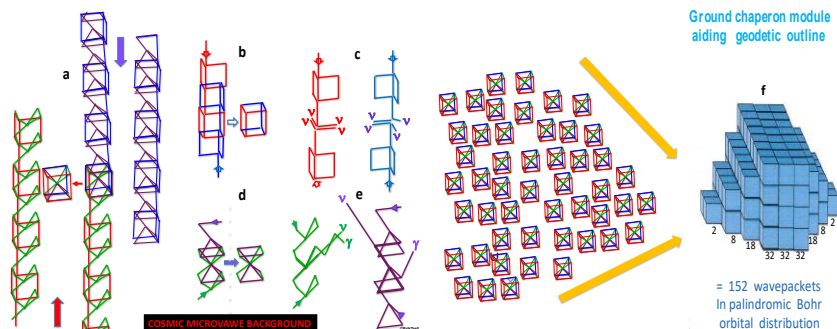


Fig. 3 a–e) Different line congruence geodetic curves in early universe with examples of rare confrontations there and their outcomes in a) combined parameter/main-tangent hybrids, and b, c) separate parameter and d, e) cone-complex arrays. It is shown how ipsilateral confrontation causes annihilation to straight neutrino and zigzag photon linear sequences, while contralateral superposition generates congruent parallelepiped outlines of matching a) wave-packets, and b) spaceframe, and d–e) wavefunction vortices. f) There are small fluctuations in this blend leading under billions of years to stellar formations and ultimate cataclysms in the extreme condensation of which the synthetic processes virtually explode, too, to pile up in the exhaust and in order to avoid jamming from the start must find the best space-filling further layering, which is the Bohr *Aufbau* system [4–6] in a reciprocal line congruence top and here displayed bottom part. It is shown for a wave-packet crowd but likewise applies to the space and wave pieces

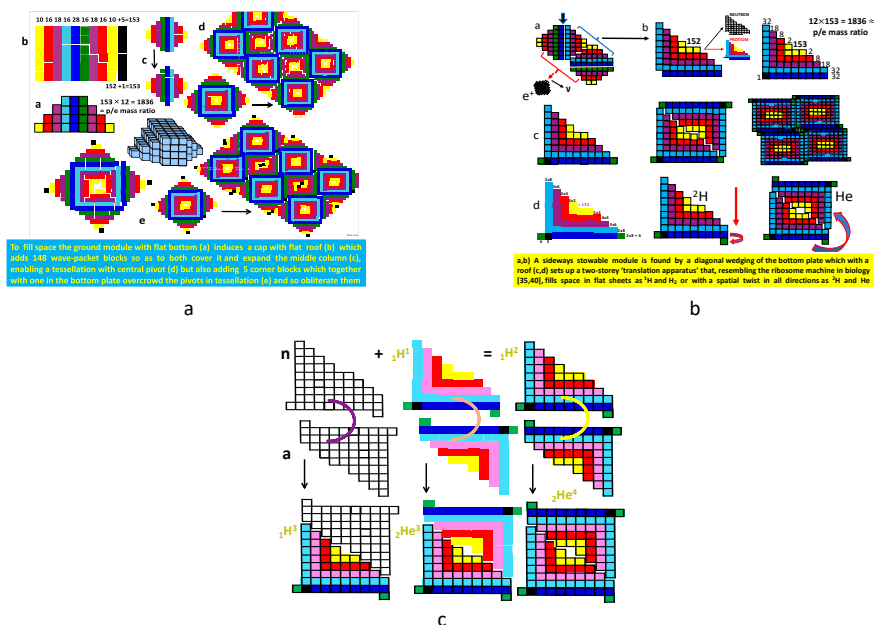


Fig. 4. a) Frontal and horizontal cross-section views of Module with directly layerable flat-roofed upper half and flat-bottomed lower half, each containing 153 wave-packet bricks with 12 lines in each = $1853 = p/e$ mass ratio. b) How-

ever, this module is congestive but an equivalent lateral variety is dynamic and in its first period's steps reproduces the Hydrogen — Helium relations further explained in c) together with Peripheral Neutron/spacelattice — (actually) Electron/wavenet atom composition.

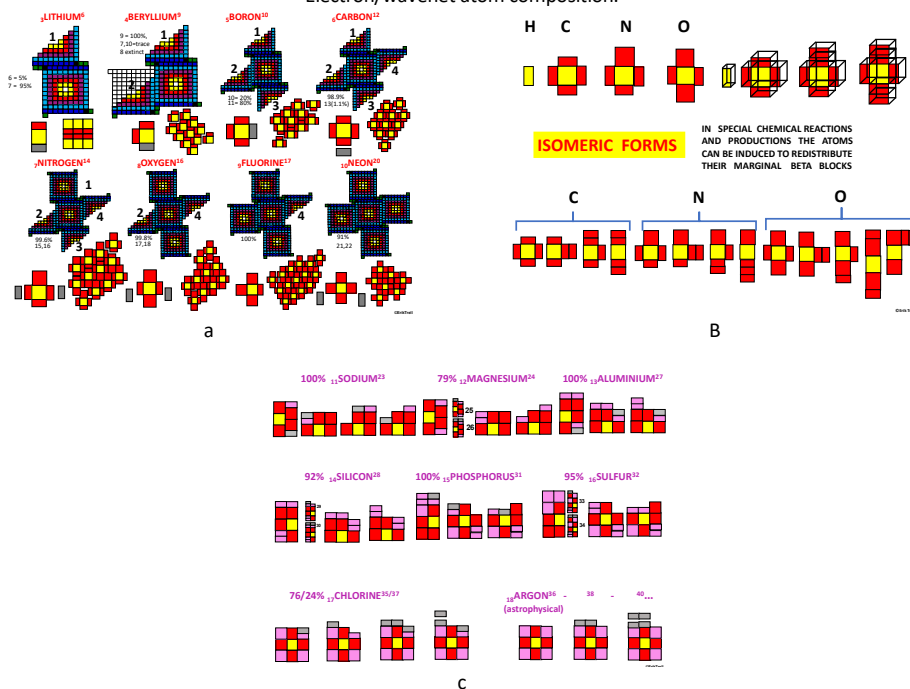
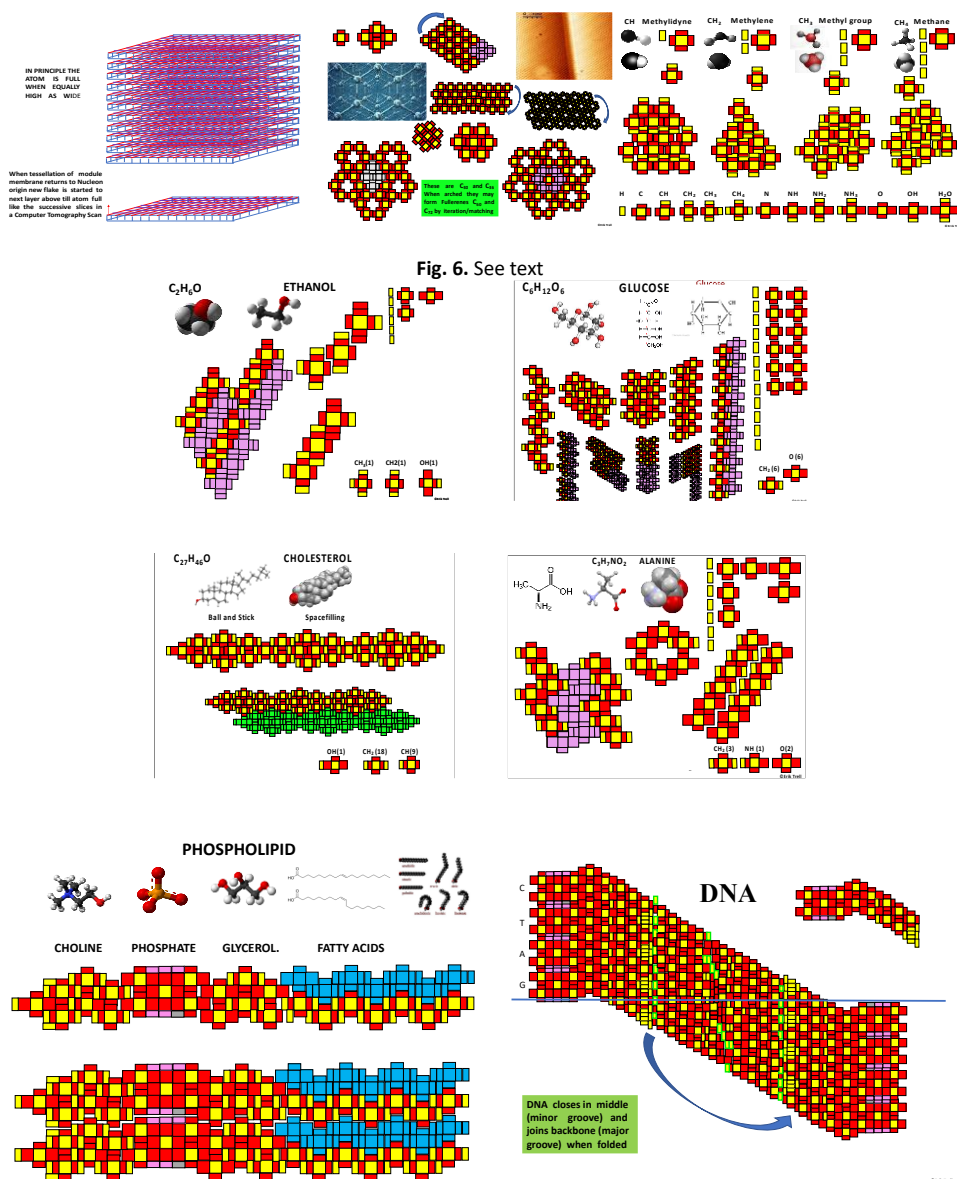


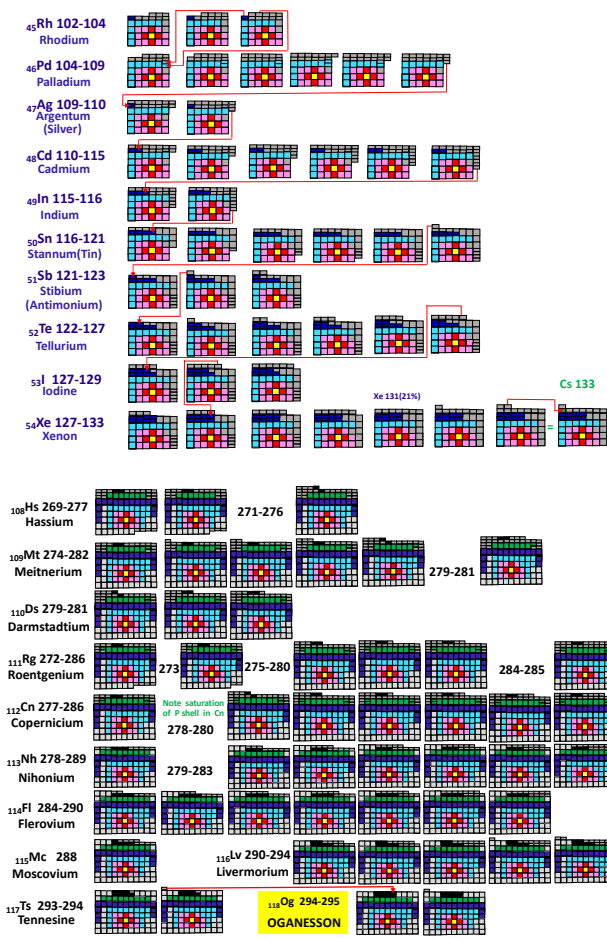
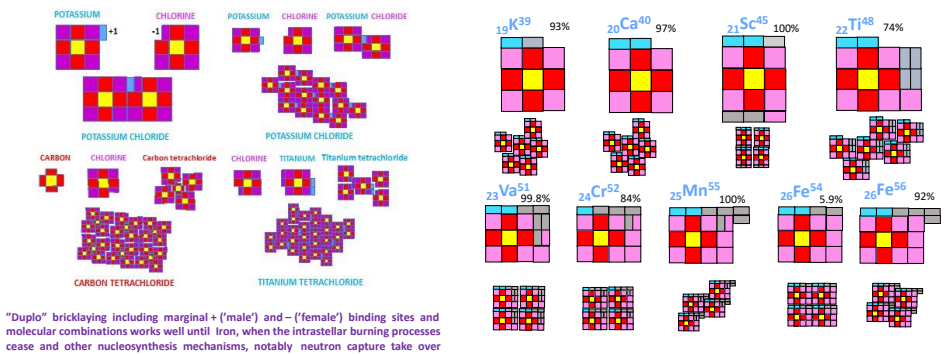
Fig. 5. a) Second period. Note simplified space-filling square Lego-type representation with isotopes by Neutron excess indicated, and mid-symmetric form of Carbon, Nitrogen and Oxygen, b) which together with Hydrogen form organic chemistry's building set, while c) from third period a square form with help of Neutron excess is applied by marginal accretion in successive layers.

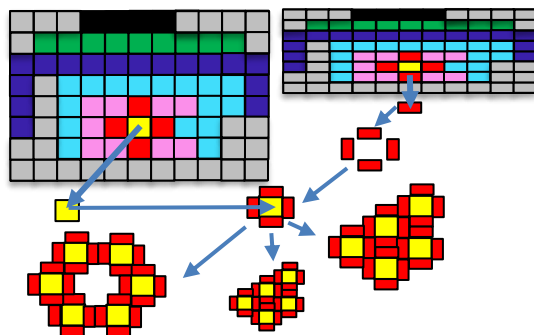
The modules are crystal seeds and to grow into atoms they first tile into up to 10000 times wider integral surfaces, and then rise via origin shaft to new layers till billion times larger atom (Figure 6, left) and can start its interactions. Next some Carbon aggregates are shown followed by basic hydrides.

So now we can continue by figures alone, first of a few organic states (Colors are those of the noble gas in respective period), where we also see examples of the present art of their chemical models.



Then we can continue with some inorganic compounds.





This is the concluding figure, epitomizing Oganesson as both Integral and Icon of the Periodic Table; canvas as well as palette of its patterns within its perfectly rectangular noble gas frame; all the shells with $1 + 4 + 9 + 16 + 16 + 9 + 4$ saturated alpha = Helium bricks, that is, completing the seventh round of a theoretically possible eight-period Bohr Aufbau cycle [4–8], plus $2 \times 29 = 58$ excess Neutron contour fillers in right K L M N O P Q positions, and everything tessellated by just two tile varieties; a quadratic Helium 'Alphabit'[©] and its latitudinal half Deuterium 'Betabit'[©] in alternating Fermionic and Bosonic order and exhausting all forms under them so that they can be applied in all scales and media and utilizations. This is alluded to in the figure as bits and algorithms in online interactive computer systems and other realizations, with Oganesson as the natural processor and keyboard.

Conclusion. While other geometries are spanned between other reciprocal spaces, the present one specifically comprises our Euclidean Universe by an interior algebra part realizing the Standard Model by serial transformations of its infinitesimal generators [6], and the exterior part of the Periodic Table. here focused on. Of course only an infinitesimal — but hopefully representative — fraction can be exemplified, but there is still no single substance or simple compound tested that has not been possible to reproduce, including the proteinogenic amino acids, DNA and RNA, and raising rich possibilities of a ground-up real structural elucidation and manufacture in a wide range of e.g. protein composition and functions, material constitution and cellular mechanisms, as well as in art and education with correspondingly large and rapidly achievable enterprises. The great question, then, and answered by yes! and no! by Lie, is whether his lines are by themselves this structure-direct or just proxies of a more essential substrate, perhaps dark mass and energy, responding by the mysterious resultant graphs of a linear vector space? But what can be more essential than a line or more linear? with dark energy and mass direct associated with the ongoing astronomical phase shift between straight and round.

Finally a note on the Electron-Proton exchange in the modules which gives an adequate lodgment of the Electron's extension and wave/particle duality and photoelectric effect and others as well as the Proton's central occupation of the same wave unit.

References

- [1] Lie M.S. *Over en Classe geometriske Transformationer*. Ph. D. Thesis. Kristiania, Now Oslo, 1871.
- [2] Trell E. Marius Sophus Lie's doctoral thesis over en Classe Geometriske Transformationer. *Algebras, Groups and Geometries*, 1998, vol. 15, pp. 395–445. URL: hadronicpress.com/lie.pdf (internet open accessible).
- [3] Lie M.S. Ueber eine Darstellung des Imaginären in der Geometrie. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1869, vol. 70, pp. 346–353.
- [4] Trell E. Lie differential geometry Aufbau of the atoms and molecules. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, vol. 3–4, pp. 299–313.
- [5] Bohr N. Der Bau der Atome und die physikalischen und und chemischen Eigenschaften der Elemente. *Zeitschrift für Physik*, 1922, vol. 9, pp. 1–67.
- [6] Trell E. From Photon to Oganesson. Lie algebra realization of the Standard Model extending over the Periodic Table. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2081, no. 012034, pp. 1–12.

UDC 530.122

Voids as Cosmological Structures

Triay Roland

rtriay@gmail.com

Centre de Physique Théorique, Aix-marseille University, France

Abstract. The spatial distribution of galaxies (as a sample of gravitational sources) mainly reveals voids, whose walls are made up of sheets and filaments. Due to their size, these structures are the most representative for the study of cosmological expansion. I analyze how the expansion dynamics of an underdense (or even empty) region in the Universe can be used to determine the values of cosmological parameters.

UDC 530.122

Regular Black Holes from Gravitational Collapse of Dust and Radiation

Vertogradov Vitalii

vdvertogradov@gmail.com

Herzen State Pedagogical University of Russia, St. Petersburg Branch
of the SAO RAS, St. Petersburg, Russia

Abstract. A black hole is commonly understood as the end state of the gravitational collapse of a massive star. According to Penrose singularity theorem, under the assumption of strong energy conditions, such a process inevitably leads to the formation of a singularity. However, the presence of a singularity suggests that general relativity fails to adequately describe spacetime near ultra-compact objects. Consequently, significant attention has recently been directed toward regular black holes, in which the central singularity is replaced by a de Sitter core. This modification violates the strong energy condition but avoids singular behavior in the centre. The existence of exotic matter at the core of a regular black hole is inevitable, yet its nature remains unknown. Models based on nonlinear electrodynamics have gained popularity as sources for de Sitter cores. However, Bronnikov's theorem demonstrates that nonlinear electrodynamics can serve as a source for a de Sitter core only in the absence of an electric field, implying that such cores correspond to magnetic monopoles. Massive stars, composed of ordinary matter, do not inherently contain exotic matter that prevents singularity formation. Therefore, it is reasonable to assume that such matter arises dynamically during gravitational collapse. This work proposes a mechanism explaining how ordinary matter transitions into a state capable of forming regular cores. At critical densities during gravitational collapse, phenomena analogous to those in the early Universe may occur, including the conversion of matter into radiation. As shown in this study, when accounting for inhomogeneity and enhanced effects toward the center of a collapsing star, the outcome of gravitational collapse can be a regular black hole. This process provides a plausible explanation for well-known regular black hole models, such as those proposed by Bardeen, Hayward, and Dymnikova.

UDC 524.834

The cosmic microwave background radiation and the cosmic neutrino background. Vacuum Structure and Quantum Field Theory

Vitiello Giuseppe

givitiello@unisa.it

Department of Physics "E.R. Caianiello", University of Salerno, Salerno, Italy

Abstract. We report an extended summary of the results presented in the (open access) article in Ref. [1]. The thermal states at the temperature of the cosmic microwave background (CMB) are analyzed and it is shown that the vacuum expectation value of the energy momentum tensor density of photon fields reproduces the energy density and pressure of the CMB. The computations are done in the framework of the Thermo Field Dynamics (TFD). Neutrinos and thermal states at the temperature of the neutrino cosmic background (CNB) are also considered. Consistency with the estimated lower bound of the sum of the active neutrino masses is verified. The fractal self-similar structure of the thermal radiation is also discussed and related to the coherent structure of the thermal vacuum.

Keywords: cosmic microwave background, cosmic neutrino background, thermal vacuum condensate, thermo field dynamics, non-unitary time evolution, fractal self-similar structure

Introduction. By following Ref. [1], we discuss the thermal vacuum condensate for scalar and fermion fields with reference to the temperatures of 2.72548 ± 0.00057 K [2] characteristic of the cosmic microwave background (CMB) filling almost uniformly the observable universe and appearing as a radiation left over from an early stage in its expansion [3-6]. The anisotropies contained in the spatial variation in the spectral density are attributed to small thermal variations, presumably generated by quantum fluctuations of matter [1, 4, 5].

The expectation value on the thermal vacuum of the energy momentum tensor density of photon fields is computed and the energy density and pressure of the CMB is obtained [1].

Together with the CMB, there is indirect evidence of the existence of the cosmic neutrino background (CNB) which represents the universe's background particle radiation composed of neutrinos (relic neutrinos) [7,8], whose estimated temperature is roughly 1.95 K [6]. The study of the thermal vacuum condensate is extended also to the CNB case by computing the energy density of the neutrino thermal vacuum. The fractal self-similar structure of the thermal vacuum is finally discussed [9, 10]. The computations are carried on in the formal framework of the Thermo Field Dynamics [11, 12].

Methods and materials; results. A distinctive difference between quantum field theory (QFT) and quantum mechanics (QM) is that in QFT there are infinitely many "spaces of the system states" (unitarily inequivalent representations of the canonical (anti-)commutation rules (CCR or CAR)). The observables have differ-

ent values in each of the representations; there are many “vacuum states” which differ among themselves by a different “condensate” density: each one of them thus describes a different dynamical regime for the system. QFT is therefore adequate, contrarily to QM (the von Neumann theorem in QM), to describe different phases in which the system may live depending on physical boundary conditions and parameters, such as, for example, the temperature.

In view of such remarks, the mathematical framework which is adequate to the problem we discuss is therefore QFT. We will use $\hbar = 1 = c$.

In QFT at finite temperature, in the formalism of thermo-field dynamics (TFD) [11,12], the “thermal vacuum state” $|0(\theta)\rangle$ adopted for bosonic CMB (photon) modes is a two-mode time dependent generalized SU (1, 1) coherent state, condensate of pairs of a_k and b_k quanta. Here $\theta = \theta(\beta)$, with $\beta = 1/(k_B T)$ and T is the temperature, denotes the “Bogoliubov angle”, or phase, controlling the density of the condensate [1].

The operator b_k is an auxiliary boson mode, commuting with a_k , necessary in order to compute thermal averages of the observable quantities. One then finds that the minimization of the free energy leads to the Bose-Einstein distribution function for a_k . The expectation value of the operator number of a_k computed in $|0(\theta)\rangle$ is indeed $N(a_k) = 1 / (\exp(\beta \omega_k) - 1)$.

At $T = T_\gamma$, we obtain the observed black body spectrum of the CMB. The conclusion is that the cosmic microwave “background” is described by the coherent condensate vacuum $|0(\theta)\rangle$ with $\theta(\beta_\gamma)$, for $\beta_\gamma = 1/(k_B T_\gamma)$.

At thermal non-equilibrium, with temperature changing in time, $T = T(t)$, the system evolves through unitarily inequivalent spaces (representations), since at different time $t \neq t'$, for $T(t) \neq T(t')$ (i. e. $\beta \neq \beta'$), it is $\langle 0(\theta') | 0(\theta) \rangle \rightarrow 0$ in the infinite volume limit $V \rightarrow \infty$. One finds that such a time evolution is controlled by the entropy operator (the arrow of time). This describes the (nonunitary) Universe evolution through its ages.

The off-diagonal terms of the energy momentum tensor $T^{\mu\nu}$, for Maxwell, scalar and Dirac fields, are found to be zero, i. e. $T^{ij}(x) = 0$, for $i \neq j$. Therefore, the vacuum condensate is homogenous and isotropic and behaves as a perfect fluid.

The energy density ρ and pressure p of the vacuum condensates, at a given time, are given by the (0, 0) and (j, j) components of the energy-momentum tensors on the vacuum $|0(\theta, z)\rangle$, with z denoting the red shift of the universe (at the present it is $z = 0$). In the photon fields case, computations lead [1] to the state equation of the radiation $w(z) = p(z)/\rho(z) = 1/3$.

At the present CMB temperature, the thermal vacuum energy density is obtained: $\rho_\gamma = 2 \times 10^{-51} \text{ GeV}^4$, coinciding with the energy density of the CMB [6].

Negligible values of ρ are obtained for boson masses $m \gg 10^{-3} \text{ eV}$. Therefore, apart from the contribution given by hypothetical particles (axion-like particles), the thermal vacuum contribution of bosons to the universe energy is completely negligible with respect to ρ_γ .

In the fermion case, the thermal vacuum contribution to the vacuum energy density $\rho_F(z)$ and to the pressure $p_F(z)$, for masses $m \leq k_B T_\gamma$, has the maximum value of ρ_F at $T = T_\gamma$: it is $\rho_F \sim 1.6 \times 10^{-51} \text{ GeV}^4$. The state equation is $w_F \sim 1/3$.

The vacuum condensate of more heavy fermions gives negligible contributions to the universe energy. Therefore, only the thermal vacuum condensate of sub-eV massive particles, like the neutrinos, is relevant.

We consider then the expressions of $\rho_F(z)$ and $p_F(z)$, with $T = T_\nu = 1.95 \text{ K}$ and the sum on the three neutrino fields with masses m_i . For masses $m_i \sim 10^{-4} \text{ eV}$, the maximum value of the energy density is found [1] $\rho_\nu \sim 10^{-51} \text{ GeV}^4$, with state equation $w_\nu \sim 1/3$.

If one assumes that $\rho_\nu \leq \rho_\gamma$, and $m_{\nu,1} \sim 10^{-3} \text{ GeV}$ represents the mass of the lighter neutrino, and $\Delta m_{12}^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ GeV}^2$, $\Delta m_{23}^2 = 2.7 \times 10^{-3} \text{ GeV}^2$ (the hierarchical neutrino model), we derive $\Sigma m_\nu = 6 \times 10^{-2} \text{ GeV}$, which is in agreement with the estimated lower bound on the sum of the three neutrino masses. The neutrinos with masses $m_{\nu,2}$ and $m_{\nu,3}$ give negligible contributions to the energy density ρ_ν .

Finally, the thermal vacuum $|0(\theta)\rangle$ has fractal self-similar structure. This establishes the link between the $SU(1, 1)$ coherent states and fractal-like self-similarity [1,9,10].

Our result:

- the thermal condensate, which turns out to behave as a perfect fluid giving a contribution to the radiation of the universe, reproduces the behavior of CMB and CNB.
- the vacuum condensate of the CMB and CNB is a coherent state and exhibits fractal self-similarity properties.

Conclusion. The thermal vacuum structure at the temperature of the CMB has been studied in the framework of Thermo-Field Dynamics. The expectation value on the thermal vacuum of the energy momentum tensor density of photons agrees with the energy density and pressure of the CMB. The estimated lower bound of the sum of the active neutrino masses has been found to be consistent with thermal states at the CNB temperature. The thermal vacuum has fractal structure. For a more detailed discussion and the mathematical formalism see [1].

This report is dedicated to the memory of Professor Alexei A. Starobinsky.

References

- [1] Capolupo A., Lambiase G., Vitiello G. Thermal Condensate Structure and Cosmological Energy Density of the Universe. *Adv. High Energy Phys.*, 2016, pp. 1–6.
<https://doi.org/10.1155/2016/3127597>
- [2] Fixsen D.J. The temperature of the cosmic microwave background. *The Astrophys. J.*, 2009, vol. 707 (2), pp. 916–920.
- [3] Gawiser E., Silk J. The cosmic microwave background radiation. *Phys. Report*, 2000, vol. 333–334 (4–6), pp. 245–267.
- [4] Bennett C.L., Banday A.J., G'orski K.M. et al. Four-year COBE* DMR cosmic microwave background observations: maps and basic results. *The Astrophys. J. Lett.*, 1996, vol. 464 (1), L1.

- [5] de Bernardis P., Ade P.A.R., Bock J.J. et al. A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation. *Nature*, 2000, vol. 404, pp. 955–959.
- [6] Weinberg S. *Cosmology*. Oxford, UK, Oxford University Press, 2008.
- [7] Bashinsky S., Seljak U. Signatures of relativistic neutrinos in CMB anisotropy and matter clustering. *Phys. Rev. D*, 2004, vol. 69 (8), art. no. 083002.
- [8] Mangano G., Miele G., Pastor S. et al. Relic neutrino decoupling including flavour oscillations. *Nucl. Phys. B*, 2005, vol. 729 (1–2), pp. 221–234.
- [9] Vitiello G. Fractals, coherent states and self-similarity induced noncommutative Geometry. *Phys. Lett. A*, 2012, vol. 376, pp. 2527–2532.
- [10] Vitiello G. On the Isomorphism between Dissipative Systems, Fractal Self-Similarity and Electrodynamics. Toward an Integrated Vision of Nature. *Systems*, 2014, vol. 2, pp. 203–216.
- [11] Takahashi Y., Umezawa H. Thermo field dynamics. *Collective Phenomena*, 1975, vol. 2, pp. 55–80. Reprinted in: *Int. J. Mod. Phys. B*, 1996, vol. 10, pp. 1755–1805.
- [12] Umezawa H. *Advanced Field Theory: Micro, Macro, and Thermal Physics*. AIP, New York, USA, 1993.

УДК 530.12

Изображения черных дыр в эффективной геометрии, порожденной нелинейной электродинамикой

Ворохов Алексей Валерьевич^()*

alexei.vorohov@yandex.ru

Сушков Сергей Владимирович

sergey_sushkov@mail.ru

КФУ, Казань, Россия

Аннотация. Рассмотрена задача релятивистского переноса излучения в эффективной геометрии, порожденной нелинейной электродинамикой (НЭД). Разработан программный инструмент для решения этой задачи в произвольной эффективной геометрии. Показано, что эффективная геометрия гораздо сильнее меняет поведение световых геодезических, чем поправки из НЭД к пространственно-временной метрике. Построены и исследованы изображения черных дыр с тонким аккреционным диском в моделях электродинамики Эйлера — Гейзенберга, Бардина и ModMax-электродинамики.

Ключевые слова: перенос излучения, нелинейная электродинамика, эффективная геометрия, черные дыры, численная относительность

Введение. Модели нелинейной электродинамики (НЭД) — это модификации Максвелловской электродинамики, в которых лагранжиан нелинейно зависит от инвариантов электромагнитного поля. Цели построения таких моделей — учет в терминах классической электродинамики поправок из КЭД, решение проблемы расходимости энергии точечных зарядов, новые алгебраические симметрии в лагранжиане и другие [1]. Хотя экспериментальные исследования в области НЭД ведутся порядка пятидесяти лет, до сих пор не удается получить экспериментальных ограничений, позволяющих провести отбор таких моделей [2]. Основная причина этого в сложности достижения характерных для НЭД напряженностей поля в лабораторных условиях.

Сильнейшими электромагнитными полями во Вселенной обладают компактные объекты — черные дыры, нейтронные звезды и белые карлики [3]. В связи с этим существует большой интерес к моделированию компактных объектов в НЭД [1, 4, 5] и сравнению этих результатов с данными наблюдений. Поскольку любые астрономические наблюдения связаны с регистрацией излучения, важный шаг в этой задаче — изучить распространение света и частиц вблизи таких объектов.

Методы и материалы; результаты. Фотон-фотонное взаимодействие в НЭД — наиболее важный процесс, влияющий на распространение света. В работе [6] разработан чисто-геометрический подход к описанию этого процесса, называемый эффективной геометрией. В эффективной геометрии фотоны следуют нулевым геодезическим не в обычной метрике, получаемой как

решение уравнений Эйнштейна, а в эффективной. Для ряда моделей НЭД эта эффективная метрика может зависеть от спиральности фотонов.

Благодаря методу эффективной геометрии можно использовать в НЭД все стандартные методы расчета релятивистского переноса излучения. Единственная сложность здесь состоит в организации расчетов таким образом, чтобы с произвольными моделями НЭД можно было работать в едином подходе. Для решения этой задачи нами был разработан программный инструмент, позволяющий производить такие расчеты в случае произвольной эффективной геометрии [7].

В настоящее время этот инструмент успешно валидирован на классических задачах, и с его помощью получены изображения черных дыр с тонким аккреционным диском в моделях электродинамики Эйлера — Гейзенберга, Бардина и ModMax-электродинамики. Показано, что эффективная геометрия значительно сильнее меняет поведение фотонов, чем поправки из НЭД к обычной метрике, проистекающие из модификации правой части уравнений Эйнштейна.

Заключение. В рамках данной работы был разработан программный инструмент для решения задачи релятивистского переноса излучения в произвольной эффективной геометрии. С его помощью удалось в численных экспериментах показать определяющий вклад процессов фотон-фотонного рассеяния в изменение световых геодезических в НЭД. Этот результат ожидаем из соотношения коэффициентов в обычной и в эффективной метрике. На следующем этапе работы планируется доработать данный инструмент, научиться учитывать поляризацию излучения компактных объектов и рассчитывать спектры излучения в различных сценариях.

Список источников

- [1] Sorokin D.P. Introductory Notes on Non-linear Electrodynamics and its Applications. *Fortschritte der Physik*, 2022, vol. 70, no. 7–8, pp. 1–26. <https://doi.org/10.1002/prop.202200092>
- [2] Fouché M., Battesti R., Rizzo C. Limits on Non-Linear Electrodynamics. *Physical Review D*, 2016, vol. 93, no. 9, pp. 20–32. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.099902>
- [3] Shapiro S.L., Teukolsky S.A. *Black holes, white dwarfs and neutron stars: the physics of compact objects*. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004, 645 p.
- [4] Bambi C. Ed. *Regular black holes*. Singapore, Springer, 2023, 499 p.
- [5] Denisova I.P., Garmaev B.D., Sokolov V.A. Compact objects in conformal nonlinear electrodynamics. *The European Physical Journal C*, 2019, vol. 79, pp. 1–8. <https://10.1140/epjc/s10052-019-7044-5>
- [6] Novello M., Salim J.M. Effective electromagnetic geometry. *Physical Review D*, 2001, vol. 63, no. 8, art. no. 083511. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.083511>
- [7] BHTRACE — a tool for GRRT in effective geometry, sourced by nonlinear electrodynamics (Vorokhov A.V.). URL: <https://github.com/alexeivorohov/bhtrace> (accessed 15.03.2025).

Images of Black Holes in Effective Geometry, Sourced by Nonlinear Electrodynamics

Vorokhov Alexei Valerievich(*)

alexeivorohov@yandex.ru

Sushkov Sergey Vladimirovich

sergey_sushkov@mail.ru

Kazan Federal University, Kazan, Russia

Abstract. We consider general relativistic radiative transfer within the framework of effective geometry, sourced by nonlinear electrodynamics (NED). A program tool has been developed for the general case of this task. It has been shown, that effective geometry has a much greater impact on photon geodesics, than direct corrections from NED to the spacetime metric. Images of black holes with thin accretion disks were constructed for the Euler-Heisenberg, Bardeen, and ModMax electrodynamics cases.

Keywords: relativistic radiative transfer, nonlinear electrodynamics, effective geometry, black holes, numerical relativity

Introduction. Theories of nonlinear electrodynamics (NED) are extensions of Maxwell's electrodynamics with lagrangian that depend nonlinearly on one or both of the invariants of the electromagnetic field. These theories are usually introduced to account for QED corrections in terms of classical electrodynamics, to avoid the divergence of charge self-energy, to introduce new algebraic symmetries into the lagrangian, and so on [1]. Despite more than fifty years of experimental search, there have been no informative experimental limitations on NED models [2]. The main reason is the difficulty of achieving critical field strengths in laboratory conditions. Compact objects such as black holes, neutron stars, and white dwarfs, have the strongest magnetic fields in the Universe [3], so their study within the NED framework provides intriguing tests for these theories, widely discussed in the literature [1, 4, 5]. Since any astronomical observation involves some kind of radiation, studying the propagation of particles in the vicinity of these objects is an essential step for these tests.

Methods and materials; results. Photon-photon scattering is a crucial process that affects light propagation in NED. A purely geometrical approach to this process has been developed in [6] and is called effective geometry. In this approach, photons still follow null geodesic lines, but in an effective metric instead of the spacetime metric, which is the solution to the Einstein equations. For a variety of NED models, this effective metric can also depend on photon helicity.

Effective geometry allows us to maintain all standard methods of general relativistic radiation transfer (GRRT). The only caveat is to handle the calculation of all electromagnetic quantities in a way, that allows all NED models to be considered within the united framework. To this end, we have developed a program tool, capable of performing GRRT calculations in an arbitrary effective geometry.

At this point, we have successfully validated the tool on classical tasks and constructed images of black holes with thin accretion disks for the cases of Euler-Heisenberg, Bardeen, and ModMax electrodynamics. We also have shown, that the

effective geometry changes photon propagation more significantly than direct corrections from NED to the spacetime metric, which arise from the right-hand part of Einstein equations.

Conclusion. Within this work we have developed a program tool for GRRT calculations in an arbitrary effective geometry. Using this tool, we have obtained in numerical experiments that the impact of the effective geometry on photon geodesics exceeds the impact from the modification of the spacetime metric. As can be seen from coefficients of effective and normal metrics, this result is evident. For the next stage of our study, we plan to improve this tool and then consider polarized emission from compact objects and calculate emission spectra in various scenarios.

References

- [1] Sorokin D.P. Introductory Notes on Non-linear Electrodynamics and its Applications. *Fortschritte der Physik*, 2022, vol. 70, no. 7–8, pp. 1–26. <https://doi.org/10.1002/prop.202200092>
- [2] Fouché M., Battesti R., Rizzo C. Limits on Non-Linear Electrodynamics. *Physical Review D*, 2016, vol. 93, no. 9, pp. 20–32. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.099902>
- [3] Shapiro S.L., Teukolsky S.A. *Black holes, white dwarfs and neutron stars: the physics of compact objects*. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004, 645 p.
- [4] Bambi C. Ed. *Regular black holes*. Singapore, Springer, 2023, 499 p.
- [5] Denisova I.P., Garmaev B.D., Sokolov V.A. Compact objects in conformal nonlinear electrodynamics. *The European Physical Journal C*, 2019, vol. 79, pp. 1–8. <https://10.1140/epjc/s10052-019-7044-5>
- [6] Novello M., Salim J.M. Effective electromagnetic geometry. *Physical Review D*, 2001, vol. 63, no. 8, art. no. 083511. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.083511>
- [7] *BHTRACE — a tool for GRRT in effective geometry, sourced by nonlinear electrodynamics* (Vorokhov A.V.). URL: <https://github.com/alexeivorohov/bhtrace> (accessed 15.03.2025).

UDK 524.882

About the Relativistic Invariant Wave Function of a particle

Yurasov Nikolay Ilyich

yurasovni@bmstu.ru

SPIN-code: 2490-9108

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The wave function has investigated as function of action. We have considered different forms of relativistic action for particle such as with electromagnetic field, with gravitation, with spin polarization. We have represented original form of equation of Schrödinger and boundary conditions.

Keywords: wave function, action, charge particle, gravitation charge, scalar potential, vector potential, boundary conditions

Introduction. Using the sentence of Feynman [1] about the physical meaning of the wave function phase as $\frac{S}{\hbar}$, where S is an action, $\hbar$ is the Dirac's constant we consider original form of the Schrödinger's equation.

Additive property of action allow us include some interactions such as electromagnetic and gravitation. The action may consist of action of the free particle, of action of charge particle and of action of massive particle and some other actions. Using the sentence of Feynman [1], operator of the Schrödinger, we get original form or matrix form. This representation of elements of wave function of a particle is few investigated problem and it is aim of our analysis.

Methods and materials; results. Consider equation of Schrödinger for wave function ψ in form [2]

$$i\hbar\psi_t - \hat{H}\psi = 0, \quad (1)$$

where down index (t) after ψ has meaning differentiability on t , $\hat{H}$ is Hamiltonian. Represent wave function in form agree with the sentence of Feynman [1]

$$\psi = \exp\left(\frac{S}{\hbar}\right). \quad (2)$$

If we consider model without spin and gravitation, we have formula

$$S = -mc^2 \int_{t_1}^{t_2} (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} dt - \frac{q}{c} \int_{t_1}^{t_2} \varphi dt + q \int_{t_1}^{t_2} \beta_u A_u dt, u = (x, y, z), \quad (3)$$

where m , c — are mass, velocity of light; t is moment of time, $v_u = \beta_u c$ is velocity of particle in the laboratory system, q is charge, φ is scalar potential, A_u is vector potential. If we consider model where it's gravitation charge q_g yet, we must supply two terms in formula (3)

$$\Delta S = \frac{q_g}{c} \int_{t_1}^{t_2} \varphi_g dt - q_g \int_{t_1}^{t_2} \beta_u A_{gu} dt, \quad (4)$$

where φ_g is scalar potential, A_{gu} is vector potential of the gravitation field [3].

In model with spin unequal zero, the wave function (2) has matrix form

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_k \end{pmatrix}, k = \begin{cases} 2l + 1 \\ 2 \left(l + \frac{1}{2} \right) \end{cases}, l = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Therefore we have action in matrix form also

$$S = \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_k \end{pmatrix}, k = \begin{cases} 2l + 1 \\ 2 \left(l + \frac{1}{2} \right) \end{cases}, l = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

and the Schrödinger's equation has new form

$$iS_t - \hat{H}S = 0. \quad (7)$$

Now we must determine boundary conditions. They has follow forms

$$S_{1F} = S_{2F} \cup \left(\frac{\partial S_1}{\partial n} \right)_F = \left(\frac{\partial S_2}{\partial n} \right)_F, \quad (8)$$

where F is boundary surface and n is normal to surface. The boundary conditions (8) agree with standard boundary conditions

$$\psi_{1F} = \psi_{2F} \cup \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial n} \right)_F = \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial n} \right)_F \quad (9)$$

Conclusion. The influence of transition from the wave function to action has investigated. . The complex relativistic actions have considered. The quantum equation and the boundary conditions have found. Taking account additive property of action we have demonstrated possibility new analyze of Schrödinger's equation as equation for action.

References

- [1] Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M. *The Feynman lectures on physics. Vol. 2.* Massachusetts, Palo Alto, London, Addison Wesley Publishing Company, Inc. Reading, 1964.
- [2] Dirac P.A.M. The fundamental equations of quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A*, 1925, vol. 109, pp. 642–653.
- [3] Brillouin L. *Relativity reexamined.* New York, London, Academic Press, 1970.

УДК 524.882

Тонкие аккреционные диски вокруг акустических черных дыр

Юсупова Розалия Мансуровна^{1,2()}*

yu.rose@mail.ru

SPIN-код: 9249-9155

Измаилов Рамиль Наильевич^{1,2}

izmailov.ramil@gmail.com

SPIN-код: 7629-3535

¹БГПУ им. М. Акмуллы, Уфа, Россия²УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Аннотация. В работе рассматриваются свойства тонкого аккреционного диска (далее диска), образованного вокруг акустической черной дыры Шварцшильда. Показано влияние параметра ξ на кинематические характеристики, такие как угловая скорость, эффективный угловой момент и эффективная энергия связи. Рассчитан радиус наименьшей стабильной орбиты частиц диска. Выявлены отличительные признаки диска акустической черной дыры от стандартной черной дыры Шварцшильда. В работе использована система единиц измерения $c = G = 1$.

Ключевые слова: тонкий аккреционный диск, модель Новикова — Торна, черная дыра Шварцшильда, акустическая черная дыра

Введение. Идея «акустических черных дыр» впервые была предложена У.Дж. Унру в работе [1] и подробно рассмотрена М. Виссером в работе [2]. Такие черные дыры могут образовываться при движении жидкости со скоростью, превышающей локальную скорость звука, что в конечном итоге может привести к формированию искривленного пространства-времени. Примечательным является тот факт, что аналоги «акустических черных дыр» были экспериментально реализованы в конденсате Бозе — Эйнштейна [3]. В связи с этим интересным будет исследовать свойства дисков, образованных вокруг этих черных дыр.

Методы и материалы; результаты. Явление аккреции вокруг компактных объектов является хорошим инструментом для определения типа объекта и его свойств [4]. Первое всестороннее исследование дисков с использованием ньютоновского подхода было сделано в работе [5]. Позднее общая релятивистская модель диска была разработана в основополагающих работах Новикова и Торна [6], Пейджа и Торна [7] в предположении, что диск находится в стационарном состоянии, то есть темп аккреции массы $\dot{M} = dM/dt$ постоянен во времени и не зависит от радиуса диска. Предполагается, что диск находится в гидродинамическом и термодинамическом равновесии, что обеспечивает электромагнитный спектр и свойства испускаемого излучения черного тела. Модель диска также предполагает, что отдельные частицы дви-

жуются по кеплеровским орбитам между радиусом наименьшей стабильной орбиты r_{ms} и внешним радиусом r_{out} .

В работе были исследованы кинематические и излучательные свойства диска, образованного вокруг акустической черной дыры Шварцшильда, которая описывается массой M и акустическим параметром ξ . При значениях $\xi \leq 1$ профили угловой скорости практически не отличаются от профилей диска в случае черной дыры Шварцшильда. При значениях $2 < \xi < 4$ по мере приближения к радиусу горизонта событий скорость частиц уменьшается и при $\xi = 4$ (экстремальный случай) наблюдается разрыв с асимптотой на $r = 4M$, что не характерно для астрофизических черных дыр.

Заключение. Исследованы кинематические свойства диска акустической черной дыры Шварцшильда. В дальнейшем планируется исследовать светимость и температуру диска. Полученные результаты в будущем могут быть использованы в экспериментальной астрофизике, в частности в миссии Миллиметр.

Список источников

- [1] Unruh W.G. Experimental Black-Hole Evaporation. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, vol. 46, pp. 1351–1353. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.46.1351>
- [2] Visser M. Acoustic black holes: horizons, ergospheres, and Hawking radiation. *Class. Quantum Grav.*, 1998, vol. 15, pp. 1767–1791. <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/9712010>
- [3] Lahav O., Itah A., Blumkin A., Gordon C., Steinhauer J. Realization of a Sonic Black Hole Analogue in a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, vol. 105, art. no. 240401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.240401>
- [4] Karimov R.K., Izmailov R.N., Potapov A.A. et al. Can accretion properties distinguish between a naked singularity, wormhole and black hole? *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, art. no. 1138. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08717-x>
- [5] Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black Holes in Binary Systems. Observational Appearance. *Astron. Astrophys.*, 1973, vol. 24, pp. 337–355.
- [6] Novikov I.D., Thorne K.S. *Black Holes*. New York, Gordon and Breach, 1973.
- [7] Page D.N., Thorne K.S. Disk-Accretion onto a Black Hole. Time-Averaged Structure of Accretion Disk. *Astrophys. J.*, 1973, vol. 191, art. no. 499. <https://doi.org/10.1086/152990>

Thin Accretion Disks around Acoustic Black Holes

Yusupova Rosaliya Mansurovna^{1,2(*)}

yu.rose@mail.ru

SPIN-code: 9249-9155

Izmailov Ramil Nail'evich^{1, 2}

izmailov.ramil@gmail.com

SPIN-code: 7629-3535

¹ BSPU n.a. M. Akmulla, Ufa, Russia

² UFRC RAS, Ufa, Russia

Abstract. This study considers the properties of a thin accretion disk (disk) formed around an acoustic Schwarzschild black hole. The influence of ξ on kinematic characteristics, such as angular velocity, effective angular momentum, and effective binding energy was shown. The radius of the innermost stable orbit of the disk-shaped particles is defined. The distinctive features of the acoustic black hole disk compared with the standard Schwarzschild black hole have been revealed. The system of units of measurement $c = G = 1$ is used in the work.

Keywords: thin accretion disk, Novikov — Thorne model, Schwarzschild black hole, acoustic black hole

Introduction. The idea of “acoustic black holes” was first proposed by W.J. Unruh in [1] and considered in detail by M. Visser in [2]. Such black holes can form when a liquid moves at a speed exceeding the local speed of sound, which can eventually lead to the formation of a space-time curvature. Remarkably, analogs of “acoustic black holes” have been experimentally realized in the Bose — Einstein condensate system [3]. Therefore, it would be interesting to investigate the properties of disks formed around these black holes.

Methods and materials; results. The phenomenon of accretion around compact objects is useful tool for determining the type and properties of an object [4]. The first comprehensive study of disks using the Newtonian approach was performed in Ref. [5]. Subsequently, the general relativistic disk model was developed in the seminal works of Novikov and Thorne in [6] and Page and Thorne in [7] under the assumption that the disk is in a stationary state, that is, the rate of mass accretion $\dot{M} = dM/dt$ is constant in time and does not depend on the disk radius. It is assumed that the disk is in hydrodynamic and thermodynamic equilibrium, which ensures the electromagnetic spectrum and the properties of the emitted blackbody radiation. The disk model also assumes that individual particles move in Keplerian orbits between the radius of the innermost stable orbit r_{ms} and the outer radius r_{out} .

This study investigated the kinematic and radiative properties of a disk formed around an acoustic Schwarzschild black hole, which is described by mass M and acoustic parameter ξ . At $\xi \leq 1$, the angular velocity profiles did not differ from the disk profiles in the case of the Schwarzschild black hole. At $2 < \xi < 4$, the particle velocity decreases as it approaches the radius of the event horizon, and at $\xi = 4$ (extreme case), there is a gap with an asymptote at $r = 4M$, which is not typical for astrophysical black holes.

Conclusion. The kinematic properties of the disk of the acoustic Schwarzschild black hole are investigated. In the future, it is planned to study the luminosity and temperature of the disk. The results obtained can be used in experimental astrophysics in the future, in particular in the Millimetron mission.

References

-
- [1] Unruh W.G. Experimental Black-Hole Evaporation. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, vol. 46, pp. 1351–1353. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.46.1351>
 - [2] Visser M. Acoustic black holes: horizons, ergospheres, and Hawking radiation. *Class. Quantum Grav.*, 1998, vol. 15, pp. 1767–1791. <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/9712010>
 - [3] Lahav O., Itah A., Blumkin A., Gordon C., Steinhauer J. Realization of a Sonic Black Hole Analogue in a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, vol. 105, art. no. 240401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.240401>
 - [4] Karimov R.K., Izmailov R.N., Potapov A.A. et al. Can accretion properties distinguish between a naked singularity, wormhole and black hole? *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, art. no. 1138. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08717-x>
 - [5] Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black Holes in Binary Systems. Observational Appearance. *Astron. Astrophys.*, 1973, vol. 24, pp. 337–355.
 - [6] Novikov I.D., Thorne K.S. *Black Holes*. New York, Gordon and Breach, 1973.
 - [7] Page D.N., Thorne K.S. Disk-Accretion onto a Black Hole. Time-Averaged Structure of Accretion Disk. *Astrophys. J.*, 1973, vol. 191, art. no. 499. <https://doi.org/10.1086/152990>

УДК 530.12+524.834+ 53.043

Продольные волны в пятимерном абсолютном параллелизме (и релятивистски расширяющаяся брана) и настольный эксперимент с ма- ятником

Жогин Иван Львович^{1, 2(*)}

zhogin@mail.ru

¹ ИХТТМ СО РАН, Новосибирск, Россия² Minkowski Institute, Montréal, Canada

Аннотация. Обсуждается 5D космология, Вселенная-на-Бране, мотивированная особым вариантом абсолютного параллелизма, где нет сингулярностей решений, в т.ч. сферически-симметричных, типа продольной волны, бегущей по радиусу (5-е измерение). Рассматриваем движение масс и фотонов в релятивистской бране, а также нелинейных «вне-брановых акторов» (ВБА), топологических возмущений. Найдено время между приходом ВБА и, затем, фотонов от «близкого взрыва» (redshift $z < 1$): $\Delta t(z) = \Delta z/H_0$, $\Delta z \approx z^3/24$. Представлен настольный эксперимент, подтверждающий влияние продольных волн на метрику, тензор Риччи.

Ключевые слова: абсолютный параллелизм, продольная поляризация, Вселенная-на-Бране, электро-гравитационный эффект

Введение. Совместные уравнения Абсолютного Параллелизма (АП) указаны Эйнштейном и Майером [1] — четыре класса, в т.ч. двухпараметрический класс лагранжевых уравнений. Проверяя их совместность для случая вырожденных матриц ко-репера $h_\mu^a(x^\nu)$ или реперной плотности некоторого веса $h^p h_a^\nu$ (ко- и контра-сингулярности; см. [2], ссылки и обозначения), и требуя отсутствия сингулярностей решений, приходим к одному, «исключительно-му» уравнению, exceptional equation, ЕЕ, и $D=5$. В АП уже из первых производных поля реперов имеем Λ -тензор $\Lambda_{\mu\nu}^a = h_{\mu,\nu}^a - h_{\nu,\mu}^a$ и его свертку — вектор $\Phi_\mu = h_a^\nu \Lambda_{\nu\mu}^a$ (нельзя сопоставлять с вектор-потенциалом ЭМ-поля, нет градиентной симметрии и т. д.). Помимо роторных поляризаций $\Phi_{[\mu;\nu]}$ (лишь они переносят энергию-импульс, и еще вызывают рост трех линейно-неустойчивых поляризаций [2]), к Φ_μ относится продольная поляризация (ПП). Только анти-симметричная часть участвует в тождестве, важном для совместности: $\mathbf{EE}_{[\mu\nu]} \propto \Lambda_{[\mu\nu\lambda];\lambda} = 0$, $\mathbf{EE}_{[\mu\nu];\nu} \equiv 0$; «;» — ковариантное дифференцирование, согласованное с метрикой $g_{\mu\nu} = \eta_{ab} h_\mu^a h_\nu^b$, η_{ab} — метрика Минковского. В симметричной части ЕЕ можно выделить тензор Эйнштейна $G_{\mu\nu}$ ($G_{\mu\nu;\nu} \equiv 0$), и в ней есть линейный член, связанный с ПП и влияющий на метрику, тензор Риччи (тензор энергии-импульса — в уравнении 4-го порядка $\mathbf{EE}_{(\mu\nu);\tau;\tau} = 0$; см. [2] и ссылки):

$$\mathbf{E}\mathbf{E}_{(\mu\nu)}: G_{\mu\nu} + \frac{2}{3}\Phi_{(\mu;\nu)} + (\Lambda^2) = 0; \mathbf{E}\mathbf{E}_{(\mu\nu);\nu}: f_{\mu\nu;\nu} = 3\Lambda_{[\mu\nu\lambda]}\Phi_{\lambda;\nu}. \quad (1)$$

Одинокая продольная сферически-симметричная волна, бегущая по радиусу [3], может служить оптическим волноводом для почти касательных волн, а также квази-частиц– нелинейных конфигураций поля, несущих топологический заряд и/или квази-заряд [2].

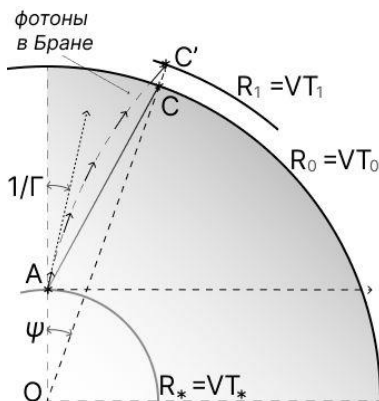


Рис. 1

Методы и материалы; результаты. Образование топологических квази-частиц в Бране (Большой взрыв и т. д.) может сопровождаться вылетом топологических зарядов из Браны, вне-брановые акторы (ВБА). При последующем пересечении Браны ВБА могут захватываться частицами Браны и давать эффекты типа LENR (low-energy nuclear reactions; образование гелия при электровзрыве вольфрамовых проволочек [4], рост Земли [5]). Для этого нужна большая плотность частиц — фотонов и материи, нуклонов (центр Браны и ее периферия).

Рис. 1 показывает расширение Браны со скоростью V и движение ВБА из точки А («взрыв») в С; тот же наблюдатель в Бране позже, в точке С', видит прилет фотонов. Два уравнения связывают эти события (см. обозначения в [2]; $c = 1$):

$$C: R_0^2 \sin^2 \psi + (R_0 \cos \psi - R_*)^2 = (T_0 - T_*)^2 = [CA]^2, T_0/T_* = 1 + z_0;$$

$$C': \Gamma V \psi = \ln(T_1/T_*) = \ln(1 + z_1), \Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2} \gg 1.$$

Исключив $\psi \ll 1$, получаем $z_1 = \exp(z_0/\sqrt{1 + z_0}) - 1 \approx z_0 + z_0^3/24$; зная время $\Delta t = (T_1 - T_0)/\Gamma = (z_1 - z_0)t_*$ и величину $z_1 \approx z_0$, мы получим параметр Хаббла $H_* = 1/t_*$ (случай больших ψ см. в [2]).

В качестве детектора ВБА можно, по типу [4], попробовать плотную группу параллельных вольфрамовых проволочек, нагреваемых до высокой температуры и продуваемых аргоном, в котором нужно регистрировать появ-

ление гелия. Твердое внутреннее ядро Земли, угловой размер $\sim 23^\circ$, должно поглощать ВБА и работать как экран.

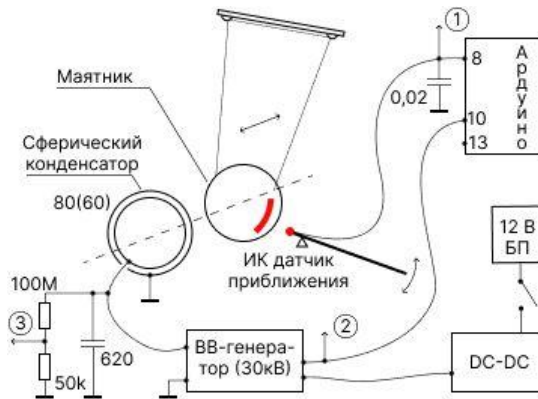


Рис. 2

Вернемся к ПП и уравнению (1). Предположим, что в области, где растет или падает электрический потенциал $U(t)$ (связанный с квази-частицами — виртуальными фотонами), также изменяется компонента Φ_0 . Квази-частицы приобретают энергию, взаимодействуя с «весомыми» поляризациями $\Phi_{[\mu;\nu]}$, и при этом может проявляться «родственная» ПП. Член $\Phi_{0,0} = \dot{\Phi}_0 \propto \dot{U}$ действует в симметричной части (1) как компонента тензора энергии-импульса, $-T_{00}$, и интересно узнать, влияет ли область меняющегося электропотенциала на потенциал гравитационный (подобно некой массе), оценив в уравнении $\rho = \kappa \partial U / \partial t$ коэффициент κ .

На рис. 2 показана схема настольного эксперимента [6] с качающимся маятником (малые колебания, угол $\sim 10^{-2}$, период ~ 1.46 с) и сферическим конденсатором (СК), который заряжался(разряжался; ~ 25 кВ), когда шар маятника проходил нижнее положение (импульс максимален) по направлению к(от) СК (мода-“+”; наоборот — мода-“-”). У ИК-датчика узкая область срабатывания (полоска на шаре), по его импульсу определяется добротность и ее изменение (Таймер-1 — 16 бит, блок 1 мкс, режим захвата). Получена оценка $\kappa \sim 10^{-3} \dots 10^{-2} [\text{г/см}^3]/[\text{В/с}]$, но есть систематика (в вакууме было бы лучше).

Заключение. Эксперимент указывает на связь электричества и гравитации, возможную в теории АП, ее особом 5D варианте. Здесь симметрия уравнений (это красиво) дополнена отсутствием произвольных параметров (принцип единственности; это просто, если иметь в виду теорию сложности алгоритмов Колмогорова), и отсутствием сингулярностей решений (это важно — решения могут длиться, как угодно, долго, оставаясь «нелинейными» из-за роста трех поляризаций). Проявления дополнительного измерения видны в разбегании галактик (расширяющаяся Брана), и в нелокальности частиц, движущихся разом по всем доступным путям. И принцип суперпозиции свя-

зан с суммированием по этому измерению «амплитуд» взаимодействия «частей» квази-частицы с ансамблем слабых, «касательных» волн $\Phi_{[\mu,\nu]}$.

Список источников

- [1] Эйнштейн А., Майер В. Систематическое исследование совместных уравнений поля, возможных в римановом пространстве с абсолютным параллелизмом. *Собрание научных трудов*. Москва, Наука, 1966, т. 2, с. 353–365.
- [2] Zhogin I.L. Cosmology with one extra dimension. *Proceedings of CSS-2024*. Prague, Institute of Mathematics, 2024, pp. 29–46. URL: <http://css2024.math.cas.cz/proceedingsCSS2024.pdf> (accessed 15.03.2025).
- [3] Жогин И.Л. Абсолютный параллелизм; сферическая симметрия и сингулярности. Известия вузов. *Физика*, 1991, № 9, с. 47–52. URL: <https://arxiv.org/abs/gr-qc/0412081v3> (дата обращения 15.03.2025).
- [4] Уруцкоев Л.И. и др. Исследование возможности инициирования альфа-распада вольфрама электровзрывом. *Прикл. физ. и матем.*, 2017, № 1, с. 3–27. URL: urleon.ru/files/article_65.pdf (дата обращения 15.03.2025).
- [5] Блинов В.Ф. *Растущая Земля: из планет в звезды*. Москва, Едиториал УРСС, 2003, 271 с.
- [6] Жогин И.Л. *Продольные волны и настольный эксперимент с маятником*. 2025. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.17396.26246>

Longitudinal Waves in Five-Dimensional Absolute Parallelism (and a Relativistic Brane) and the Tabletop Experiment with a Pendulum

Zhogin Ivan L'vovich^{1,2(*)}

zhogin@mail.ru

¹ ISSCM SB RAS, Novosibirsk, Russia

² Minkowski Institute, Montréal, Canada

Abstract. A 5D cosmology, the Universe-on-the-Brane, is discussed, which is motivated by the special 5D variant of absolute parallelism, in which solutions are free of singularities, including spherically symmetric ones, such as a longitudinal wave running along the radius (fifth dimension). We consider motion of masses and photons in this relativistic brane, as well as nonlinear “off-brane actors” (OBAs), perturbations. The time between the arrival of OBAs and, later, photons from a “near explosion” (redshift $z < 1$) is found: $\Delta t(z) = \Delta z/H_0$, $\Delta z \approx z^3/24$. A tabletop experiment is also presented that can confirm the influence of longitudinal waves on the metric, the Ricci tensor.

Keywords: teleparallelism, brane cosmology, longitudinal polarization, electro-gravitational effect

Introduction. Compatible equations of Absolute Parallelism (AP) were found by Einstein and Mayer [1] — four classes including the two-parameter class of Lagrangian equations. Checking their compatibility for degenerate co-frames $h_\mu^a(x^\nu)$ and frame densities of some weight $h^ph_a^\nu$ (co- and contra-singularities; see [2] for

Fig. 1. Shows the Brane expansion with velocity V and the movement of OBAs from the point A (an “explosion”) to point C; later the same observer in the Brane, at the point C', sees the arrival of photons. Two equations relate these events (see notations in [2]; $c=1$),

$$C': \Gamma V \psi = \ln(T_1/T_*) = \ln(1 + z_1);$$

$$C: R_0^2 \sin^2 \psi + (R_0 \cos \psi - R_*)^2 = (T_0 - T_*)^2 = [CA]^2; T_0/T_* = 1 + z_0;$$

$$\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2} \gg 1.$$

Removing $\psi \ll 1$, we get $z_1 = \exp(z_0/\sqrt{1 + z_0}) - 1 \approx z_0 + z_0^3/24$; having the redshift $z_1 \approx z_0$ and delay $\Delta t = (T_1 - T_0)/\Gamma = (z_1 - z_0)t_*$ we find the Hubble parameter $H_* = 1/t_*$. As an OBA detector, one can try (following [4]) a group of parallel tungsten wires highly heated, in argon stream, where one should find helium. The inner Earth core (angular size $\sim 23^\circ$) absorbs OBA working as a shield.

Returning to LP and (1), let's assume that in the region with variable electric potential $U(t)$ (associated with quasi-particles — virtual photons), the component Φ_0 also varies. Quasi-particles acquire energy by interacting with “weighty” weak waves $\Phi_{[\mu;\nu]}$, and the “related” LP can manifest itself as well. The term $\Phi_{0,0} = \dot{\Phi}_0 \propto \dot{U}$ acts in the symmetric part (1) like the mass density, ρ , and it is interesting to estimate the coefficient κ in the equation $\rho = \kappa \partial U / \partial t$.

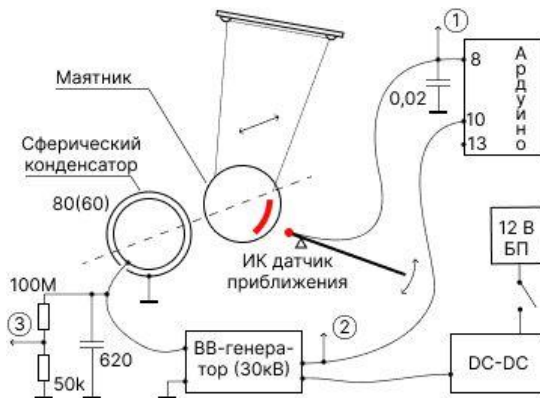


Fig. 2

Fig. 2. shows the scheme of a tabletop experiment [6] with a swinging pendulum and a spherical capacitor (SC), which was charged/discharged (25 kV) when the ball of the pendulum passed the lower position (maximum momentum) towards/from the SC (mode-“+”). The IR proximity sensor has a narrow response area (a strip on the ball), its pulse width determines the quality factor and its change (16-bit Timer-1 with a 1 us clock, the capture mode). The estimate is obtained $\kappa \sim 10^{-3} \div 10^{-2} \text{ [g/cm}^3\text{]/[V/s]}$, see [6].

Conclusion. The experiment shows a link between electricity and gravity, which is possible in AP, its special 5D version; here the great symmetry of equa-

tions (it's beautiful) is complemented by the absence of free parameters (the principle of uniqueness; it's simple if you keep in mind the Kolmogorov theory of algorithms complexity), and by the absence of singularities of solutions (this is important — solutions can last forever remaining “non-linear” due to the growth of unstable polarizations). The extra dimension is seen in the Universe expansion and in non-local behavior of particles moving concurrently by all available paths — their different parts along the large extra dimension. The superposition principle is just summation along this dimension of “interaction amplitudes” of quasi-particle’s “parts” with the ensemble of weak, “tangential” waves $\Phi_{[\mu, \nu]}$.

References

- [1] Einstein A., Mayer W. *Systematische Untersuchung über kompatible Feldgleichungen, welche in einem Riemannschen Raume mit Fernparallelismus gesetzt werden können*. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss. K, 1931, pp. 257–265.
- [2] Zhogin I.L. Cosmology with one extra dimension. *Proceedings of CSS-2024*. Prague, Institute of Mathematics, 2024, pp. 29–46. URL: <http://css2024.math.cas.cz/proceedingsCSS2024.pdf> (accessed 15.03.2025).
- [3] Zhogin I.L. Absolute parallelism; spherical symmetry and singularities. *Soviet Phys. Jour.*, 1991, vol. 34:9, pp. 781–786. (In Russ.). <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/0412081> (accessed 15.03.2025).
- [4] Urutskoev L.I. et al. The study of possibility of initiating tungsten alpha decay using electric explosion. *Applied phys. and mathem.*, 2017, no. 1, pp. 3–27. (In Russ.). URL: urleon.ru/files/article_65.pdf (accessed 15.03.2025).
- [5] Blinov V.F. *Growing Earth: from planets to stars*. Moscow, Editorial URSS, 2003, 271 p. (In Russ.).
- [6] Zhogin I.L. *Longitudinal waves and a tabletop experiment with a pendulum*. 2025. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.17396.26246>

УДК 524.7-856

Спиральная структура дисковых галактик и эффект скрытой массы

Журавлев Виктор Михайлович ()*

zhvictorm@gmail.com

SPIN-код: 9763-0346

УлГПУ им.И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия

Аннотация. В работе на основе новой полуклассической теории тяготения строится модель спиральных галактик в условиях динамического равновесия, включающая эффект скрытой массы или “темной материи”. Новая модель является расширением модели строения и эволюции дисковых галактик и позволяет описывать спиральную структуры, наблюдаемую в большинстве дисковых галактик. Описание динамики вещества строится с использованием лагранжева подхода, применяемого и к параметрам сплошной среды, и к полю тяготения. Полученная модель поддерживает теорию волны плотности и устанавливает связь между спиральными структурами и эффектом скрытой массы.

Ключевые слова: полуклассическая теория тяготения, спиральные галактики, динамическое равновесие, эффект скрытой массы, автомодельная эволюция

Введение. В общей теории дисковых галактик имеются две основных проблемы. Первой является плоская кривая вращения галактик на их периферии [1, 2]. Вторая — формирование и эволюция спиральных структур, которые обладают большим разнообразием формы [3, 4]. Решение первой проблемы ищут либо в рамках гипотезы о существовании экзотических форм материи (“темная материя”), взаимодействующих с обычной только с помощью гравитационного поля [1,2], либо в рамках гипотезы о нарушении закона тяготения Ньютона на масштабах галактик (эффект скрытой массы, теория MOND) [1, 2].

В работах [5, 6] предложен новый подход к решению первой проблемы дисковых галактик — эффекта скрытой массы, основанный на полуклассической теории тяготения и лагранжевом формализме при описании поля тяготения. В этих работах на основе новой полуклассической теории тяготения были получены и проанализированы уравнения динамики дисковых галактик с эффектом скрытой массы, возникающем при естественном расширении нового представления решений уравнения Пуассона классической теории тяготения для сплошной среды с помощью лагранжевых переменных (маркеров).

В настоящей работе, подход, изложенный в работах [5, 6] в отношении дисковых галактик, обладающих цилиндрической симметрией, модифицируется с целью включить в это описание и спиральной структуры галактик. Основной задачей данной работы является построение модели динамического равновесия галактик со спиральными структурами.

Методы и материалы; результаты. Построение модели дисковых галактик со спиральной структурой в работе опирается на лагранжев подход описания динамики вращающейся самогравитирующей сплошной среды. В таком подходе используется полученное в [5, 6] представление гравитационного поля классической теории тяготения с помощью лагранжевых переменных. Описание динамики среды строится в рамках теории динамического равновесия астрофизических объектов [7]. В работе выведены уравнения строения и автомодельной эволюции дисковых галактик со спиральной структурой, с учетом эффекта скрытой массы. Проанализированы особенности автомодельной эволюции дисковых галактик в динамическом равновесии. Проведен анализ структуры зонального потока среды и его связи с волновой плотности.

Заключение. Построенная модель строения и автомодельной эволюции дисковых галактик может рассматриваться как новый вариант теории волны плотности вместе, учитывающей эффект скрытой массы.

Работа выполнена в рамках Соглашения о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2025-066 от 16.01.2025, заключенным между ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» и Министерством просвещения Российской Федерации.

Список источников

- [1] Einasto J. *Dark Matter*. 2009, arXiv:0901.0632v1.
- [2] Засов А.В., Сабурова А.С., Хоперсков А.В., Хоперсков С.А. Темная материя в галактиках. *УФН*, 2017, т. 187, № 1, с. 3–44.
- [3] Dobbs C., Baba J.I. Dawes Review 4: Spiral Structures in Disc Galaxies. *Publications of the Astronomical Society of Australia (PASA)*, 2014, vol. 31, e035, 40 p.
- [4] Марчук А.А., Костюк В.С. Прояснение природы спиральной структуры в галактиках: такие разные случаи NGC 3686 и М 100. *Известия Главной астрономической обсерватории в Пулкове*, 2023, т. 229, с. 1–24.
- [5] Журавлев В.М. Эволюция пылевых дисков и джеты в моделях динамического равновесия. Роль «темной материи». *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2024, № 1, с. 54–58.
- [6] Журавлев В.М. Поле тяготения сплошной самогравитирующей среды и «темная материя». *Письма в ЖЭТФ*, 2024, т. 120, вып. 6, с. 400–408.
- [7] Журавлев В.М. Модели динамического равновесия астрофизических объектов. *ЖЭТФ*, 2022, т. 162, № 6, с. 850–877.

Spiral Structure of Disk Galaxies and Hidden Mass Effect

Zhuravlev Victor Mikhailovich (*)

zhvictorm@gmail.com

SPIN-code: 9763-0346

Ulyanovsk State Pedagogical University named I.N. Ulyanov, Ulyanovsk, Russia

Abstract. In this paper, a model of spiral galaxies under dynamic equilibrium conditions is constructed based on a new semiclassical theory of gravitation, including the effect of hidden mass or “dark matter”. The new model is an extension of the model of the structure and evolution of disk galaxies and allows one to describe the spiral structure observed in most disk galaxies. The description of the dynamics of matter in the structure of spiral galaxies is constructed using the Lagrangian approach, applied not only to the parameters of the continuous medium, but also to the gravitational field. The resulting model supports the density wave theory and establishes a connection between spiral structures and the effect of hidden mass.

Keywords: semiclassical theory of gravitation, spiral galaxies, dynamic equilibrium, hidden mass effect, self-similar evolution

Introduction. There are two main problems in the general theory of disk galaxies. The first is the flat rotation curve of galaxies at their periphery [1, 2]. The second is the formation and evolution of spiral structures, which have a great variety of shapes [3, 4]. The solution to the first problem is sought either within the framework of the hypothesis of the existence of exotic forms of matter (“dark matter”) interacting with ordinary matter only through a gravitational field [1, 2], or within the framework of the hypothesis of the violation of Newton's law of gravitation on the scale of galaxies (the effect of hidden mass, the MOND theory) [1, 2]. In [5, 6], a new approach to solving the first problem of disk galaxies — the effect of hidden mass, based on the semiclassical theory of gravitation and the Lagrangian formalism in describing the gravitational field is proposed. In these works, equations of the dynamics of disk galaxies with the effect of hidden mass, arising from the natural expansion of the new representation of solutions of the Poisson equation of the classical theory of gravitation for a continuous medium using Lagrangian variables (markers), were obtained and analyzed on the basis of a new semiclassical theory of gravitation. In this work, the approach presented in works [5,6] in relation to disk galaxies with cylindrical symmetry is modified in order to include in this description the spiral structure of galaxies. The main objective of this work is to construct a model of the dynamic equilibrium of galaxies with spiral structures.

Methods and materials; results. The construction of the model of disk galaxies with a spiral structure in the work is based on the Lagrangian approach to describing the dynamics of a rotating self-gravitating continuous medium. This approach uses the representation of the gravitational field of the classical theory of gravitation using Lagrangian variables obtained in [5, 6]. The description of the dynamics of the medium is constructed within the framework of the theory of dynamic equilibrium of astrophysical objects [7]. The work derives equations for the

structure and self-similar evolution of disk galaxies with a spiral structure, taking into account the effect of hidden mass. The features of the self-similar evolution of disk galaxies in dynamic equilibrium are analyzed. The structure of the zonal flow of the medium and its relationship with the density wave are analyzed.

Conclusion. The constructed model of the structure and self-similar evolution of disk galaxies can be considered as a new version of the density wave theory together with the effect of hidden mass.

The work was carried out within the framework of the Agreement on the provision of a subsidy from the federal budget for financial support for the implementation of the state assignment for the provision of public services (performance of work) No. 073-03-2025-066 dated 01/16/2025, concluded between the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “UIGPU named after I.N. Ulyanov” and the Ministry of Education of the Russian Federation.

References

- [1] Einasto J. *Dark Matter*. 2009, arXiv:0901.0632v1.
- [2] Zasov A.V., Saburova A.S., Khoperskov A.V., Khoperskov S.A. Dark matter in galaxies, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 2017, vol. 187, no. 1, pp. 3–44. (In Russ.).
- [3] Dobbs C., Baba J.I. Dawes Review 4: Spiral Structures in Disc Galaxies. *Publications of the Astronomical Society of Australia (PASA)*, 2014, vol. 31, e035, 40 p.
- [4] Marchuk A.A., Kostyuk V.S. Clarification of the nature of spiral structure in galaxies: such different cases of NGC 3686 and M 100. *Bulletin of the Main Astronomical Observatory in Pulkovo*, 2023, vol. 229, pp. 1–24. (In Russ.).
- [5] Zhuravlev V.M. Evolution of dust disks and jets in dynamic equilibrium models. The role of “dark matter”. *Space, time and fundamental interactions*, 2024, no. 1, pp. 54–58. (In Russ.).
- [6] Zhuravlev V.M. Gravitational field of a continuous self-gravitating medium and “dark matter”. *Letters to JETP*, 2024, vol. 120, no. 6, pp. 400–408. (In Russ.).
- [7] Zhuravlev V.M. Models of dynamic equilibrium of astrophysical objects. *JETP*, 2022, vol. 162, no. 6, pp. 850–877. (In Russ.).

UDC 520.607

Origins of Phantom Cosmology in Superfluid Vacuum Theory of Quantum Gravity

Zloshchastiev Konstantin Genrikhovich^()*

kostya@u.nus.edu

Institute of Systems Science, Durban University of Technology,
Durban, 4000, South Africa

Abstract. Using superfluid vacuum approach to fundamental physical vacuum and quantum gravity, we derive the unified model of inflation period and contemporary dark energy epoch. The model contains the tachyonic phantom field non-minimally coupled to the quintessence field, which is the novel feature in phantom cosmological models.

Keywords: cosmology, quantum gravity, dark energy, inflation, superfluid vacuum theory

Introduction. Superfluid vacuum theory (SVT) is a theory of fundamental physical vacuum, or non-removable background, where the latter is considered to be a superfluid [1]. In its “infrared” or “phononic” limit (assuming low-momentum small excitations), superfluid vacuum theory generates Lorentz symmetry and curved spacetime, which de-facto makes it a generalization of general relativity [2]. By construction, SVT is also the theory of quantum gravity, which is well-defined in quantum-mechanical sense and free from divergences and anomalies.

Methods and materials; results. Using the superfluid-spacetime correspondence [2], we demonstrate that laminar superflow of the physical vacuum modelled by logarithmic quantum Bose liquid in 3D space generates a 4D relativistic system of the “quinton” type.

This type of theories comprises the dilaton field playing the role of the inflaton in the early universe and the quintom field, a combination of the quintessence and tachyonic phantom fields. All three fields are thus shown to be projections of the dynamical evolution of superfluid vacuum density and its fluctuations onto the measuring apparatus of a relativistic observer.

Conclusion. The unified model describes the transition from the inflationary period in the early universe to the contemporary accelerating expansion of the universe, commonly referred to as the “dark energy” period. The quintessence and tachyonic scalar components of the derived model turn out to be non-minimally coupled, which is a hitherto unexplored generalization of cosmological phantom models.

We thus showed that the dilaton-driven inflation and the effects attributed to “dark energy” can be viewed as different manifestations of the same object and a kind of matter, superfluid vacuum [3].

References

- [1] Zloshchastiev K.G. An alternative to dark matter and dark energy: Scale-dependent gravity in superfluid vacuum theory. *Universe*, 2020, vol. 6, art. no. 180. <https://doi.org/10.3390/universe6100180>
- [2] Zloshchastiev K.G. Derivation of emergent spacetime metric, gravitational potential and speed of light in superfluid vacuum theory. *Universe*, 2023, vol. 9, art. no. 234. <https://doi.org/10.3390/universe9050234>
- [3] Zloshchastiev K.G. Transition from inflation to dark energy in superfluid vacuum theory. *Quantum Reports*, 2025, vol. 7, art. no. 7. <http://dx.doi.org/10.3390/quantum7010007>

UDC 520.607

Observational constraints on the cubic parametrization of the deceleration parameter in $f(R, L_m)$ cosmological models

Singh Kangujam Priyokumar (*)

pk_mathematics@manipuruniv.ac.in

Department of Mathematics, Manipur University, Imphal - 795003, India

Abstract. In this paper, we investigate Friedmann Robertson Walker (FRW) space time filled with a perfect fluid in $f(R, L_m)$ modified theory framework formulated by Harko (2010), where R is the Ricci scalar curvature, L_m is the ideal fluid's Lagrangian. Two specific non-linear $f(R, L_m)$ functional forms are assumed. Here, we adopt a cubic parametrization of the deceleration parameter, which generates an accelerating universe to obtain the exact solution of the field equations. We investigate the evolution of cosmological parameters including pressure and energy density. Observational data from $H(z)$, BAO, Pantheon datasets are examined using MCMC methodology to determine model parameters.

Keywords: FRW Model, Modified theory, Deceleration parameter, Observational data

Introduction. Current developments in cosmology and astrophysics have come up with strong evidence supporting the acceleration of the universe expansion, which was corroborated using data like Type Ia Supernova (SNIa), Cosmic Microwave Background Radiation (CMBR), Large-Scale Structure (LSS), Baryon Acoustic Oscillations (BAO), and space mission data including WMAP, SDSS, and Planck[1-6]. Dark energy drives cosmic acceleration, though its nature remains unknown. Various models like Quintessence, K-essence, and Phantom have been proposed, alongside modified gravity theories such as $f(R)$. In this approach, the Ricci scalar R is replaced with an arbitrary function $f(R)$, extending beyond General Relativity. This study focuses on $f(R, L_m)$ gravity, analyzing its field equations and observational constraints.

Methods and materials; results. In this study, we explore the $f(R, L_m)$ gravity model proposed by Harko and Lobo (2010), which extends the standard $f(R)$ gravity by incorporating the Lagrangian matter term L_m . The field equations are derived from the action integral, incorporating the flat FRW metric to describe a homogeneous and isotropic universe. To close the system of equations, we utilize a cubic parametrization of the deceleration parameter, allowing for a systematic analysis of the cosmic evolution. Two specific $f(R, L_m)$ models are considered: Model I- $f(R, L_m) = R + (1 + \alpha R)L_m$ and Model II- $f(R, L_m) = R + L_m + \beta$. Observational constraints are applied using Hubble parameter measurements, the Pantheon Supernova dataset, and Baryon Acoustic Oscillations (BAO). A chi-square minimization technique is used to estimate the best-fit parameters, confirming late-time cosmic acceleration. The OM diagnostic further distinguishes these

models from Λ CDM, suggesting potential deviations that provide insights into dark energy.

Conclusion. In this study, we investigated two $f(R, L_m)$ gravity models using the FRW metric for a perfect fluid. A cubic parametrization of the deceleration parameter was applied, leading to an accelerating universe. The models were analyzed through cosmological parameter graphs over cosmic time, and observational constraints were derived by converting these quantities into redshift z . Using the $H(z)$, Pantheon, and BAO datasets, we estimated the best-fit values for the model parameters and the Hubble constant H_0 . The deceleration parameter analysis showed a transition from a decelerating to an accelerating phase, aligning with observational data. Furthermore, the $Om(z)$ diagnostic indicated a possible phantom field-dominated phase, supporting the model's capability to describe the universe's expansion history.

References

- [1] A. G. Riess, et.al, Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal*, 1998, 116, 1009.
- [2] R. Amanullah, , et.al, Spectra and Hubble space telescope light curves of six type ia supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the union2 compilation*, *The Astrophysical Journal*, 2010 716, 712.
- [3] A. G. Riess, et.al, The Farthest Known Supernova: Support for an Accelerating Universe and a Glimpse of the Epoch of Deceleration*, *The Astrophysical Journal*, 2001 560, 49, (2001).
- [4] C. L. Bennett, et.al ,First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)* Observations: Foreground Emission, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2003, 148, 97.
- [5] D. N. Spergel, et.al, First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)* Observations: Determination of Cosmological Parameters, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2003, 148, 175.
- [6] P. A. R. Ade, et. al, Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters, *A&A*, 2016 594, A13.

Content | Содержание

<i>Aayush Sinha. Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation</i>	3
<i>Абдалджалель Ализи, Сагайдак А.Е., Силагадзе З.К. Элементарные атомы в пространствах постоянной кривизны методом Никифорова — Уварова</i>	5
<i>Abdaljalel Alizzi, Sagaydak A.E., Silagadze Z.K. Elementary atoms in spaces of constant curvature by the Nikiforov — Uvarov method</i>	7
<i>Ахтарьянова Г.Ф., Каримов Р.Х., Хидиров У.К., Измаилов Р.Н. Гравитационное линзирование и галактическое микролинзирование акустическими черными дырами</i>	10
<i>Akhtryanova G.F., Karimov R.Kh., Hidirov U.K., Izmailov R.N. Gravitational Lensing and Galactic Microlensing by Acoustic Black Holes</i>	12
<i>Алтайский М.В. Комбинаторное пространство-время из петлевой квантовой гравитации</i>	15
<i>Altaisky M.V. Combinatorial Spacetime from Loop Quantum Gravity</i>	16
<i>Антонюк П.Н. Новый подход к выводу закона всемирного тяготения из законов Кеплера: полное доказательство</i>	18
<i>Antonyuk P.N. A new approach to the derivation of the law of universal gravitation from Kepler's laws: a complete proof</i>	19
<i>Бабурова О.В., Фролов Б.Н. Сферически симметричное решение калибровочной теории гравитации с темной энергией</i>	21
<i>Babourova O.V., Frolov B.N. Spherically Symmetric Solution of the Gauge Theory of Gravity with Dark Energy</i>	23
<i>Балакин А.Б., Ефремова А.О. Неминимальное расширение аксионной теории Эйнштейна — Дирака: спиноризация ранней Вселенной, индуцированная кривизной</i>	25
<i>Balakin A.B., Efremova A.O. Non-minimal Einstein-Dirac-Axion Theory: Spinorization of the early Universe induced by Curvature</i>	28
<i>Баранов А.М., Савельев Е.В. Открытая модель Вселенной как задача об осцилляторе в однородном силовом поле</i>	32
<i>Baranov A.M., Savelyev E.V. The open Universe model as an oscillatory task in a homogenous force field</i>	34
<i>Башир Шехабабдин Омер Али, Мухарьямов Р.К. Вселенная с магнитным полем в теории гравитации с неминимальной кинетической связью</i>	37
<i>Bashir Shehabaldeen Omer Ali, Muharlyamov R.K. The Universe with magnetic field in the theory of gravity with non-minimal kinetic coupling</i>	39

<i>Базлев Д.А., Гладышев В.О., Кауц В.Л., Каютенко А.В., Литвинов Д.А., Николаев П.П., Шарандин Е.А.</i> Фундаментальные пределы точности координатно-временной системы отсчета на основе реликтового излучения	41
<i>Bazlev D.A., Gladyshev V.O., Kauts V.L., Kautenko A.V., Litvinov D.A., Nikolaev P.P., Sharandin E.A.</i> Fundamental limits of accuracy of the coordinate-time reference system based on cosmic microwave background radiation	43
<i>Behera S.K., Pratik P. Ray.</i> Evolutionary Behaviour of Newly Constructed Accelerating Universe in the Framework of Teleparallel Gravity	46
<i>Беляев В.Б.</i> Применение механики Лагранжа для анализа динамики частиц в гравитационном поле	54
<i>Belayev V.B.</i> Application of Lagrangian Mechanics to the Analysis of Particle Dynamics in a Gravitational Field	56
<i>Беляев В.Б.</i> Давление вакуума и течение времени под поверхностью Земли	58
<i>Belayev V.B.</i> Vacuum Pressure and the Flow of Time beneath the Earth's Surface	59
<i>Bhagat Rahul, Lohakare Santosh V., Mishra B.</i> Investigating late-time cosmic acceleration in the extended symmetric teleparallel equivalent of general relativity	62
<i>Bhattacharjee Debadri, Chattopadhyay Pradip Kumar.</i> Structure and Stability of Dark Energy Stars in Rastall Theory of Gravity	65
<i>Большакова К.А., Червон С.В.</i> Космологические решения с потенциалом Хиггса в скалярно-торсионной теории гравитации	66
<i>Bolshakova K.A., Chervon S.V.</i> Cosmological Solutions with the Higgs Potential in Scalar-Torsion Gravity	68
<i>Бреев А.И., Гаврилов С.П., Гитман Д.М.</i> Эффекты неустойчивости вакуума в асимметричном электрическом поле	70
<i>Breev A.I., Gavrilov S.P., Gitman D.M.</i> Effects of Vacuum Instability in Asymmetric Electric Field	71
<i>Буринский А.Я.</i> Электрон как черная дыра Керра — Ньюмана с излучением	73
<i>Burinskii A.Yu.</i> Electron as a Radiating Kerr-Newman Black Hole	75
<i>Cella Giancarlo.</i> Synergies between earthbound and space gravitational wave detectors	79
<i>Чаадаева Т.И.</i> Метод согласования теоретических предсказаний спектральных космологических параметров с данными наблюдений в обобщенной скалярно-торсионной гравитации	82

<i>Chaadaeva T.I.</i> Method for Matching Theoretical Predictions of Spectral Cosmological Parameters with Observational Data in Generalized Scalar-Torsion Gravity	83
<i>Chattopadhyay Pradip Kumar, Bhattacharjee Debadri.</i> The impact of finite strange quark mass $ms \neq 0$ and baryon number density n on the stability and maximum mass of strange stars	86
<i>Черницкий А.А.</i> Корпускулярно-волновой дуализм солитонов	87
<i>Chernitskii A.A.</i> Wave-particle Dualism of Solitons	89
<i>Chervon S.V.</i> Cosmological models based on modified teleparallel gravity with higher derivative torsion terms	92
<i>Collins Okoro Ikechukwu, Godwin Ibeh Joseph, Godfrey Akpojotor Ejiroghene.</i> Extended Dirac principle of superposition of evolution of time in non linear quantum processes	94
<i>Das Shyam.</i> Analysis of Compact Stellar Objects: Complexity and Parametric Effects of the Equation of State	97
<i>Devi Yengkhom Kalpana, Narawade S.A., Mishra B.</i> Constraining parameters for the accelerating universe in $f(R, \mathcal{L}m)$ Gravity	100
<i>Докучаев В.И., Прокопьев К.Э.</i> Выбор правильной теории гравитации по наблюдениям силуэтов черных дыр	102
<i>Dokuchaev V.I., Prokopen K.E.</i> Selection of the valid gravitation theory from observations of black hole images	104
<i>Duchaniya Lokesh Kumar, Mishra B., Fomin I.V., Chervon S.V.</i> Economy of Reusability of Future Cosmonautics and Issues of Efficiency	106
<i>Думин Ю.В., Храмова Е.Г., Свирская Л.М., Савиных Е.С.</i> Оценка локального параметра Хаббла по тепловой эволюции Земли и Марса	108
<i>Dumin Yu.V., Khramova E.G., Svirskaya L.M., Savinykh E.S.</i> Estimating the Local Hubble Parameter from the Thermal Evolution of Earth and Mars	110
<i>Ерошенко Ю.Н., Стасенко В.Д.</i> Некоторые аспекты эволюции двойных первичных черных дыр	113
<i>Eroshenko Yu.N., Stasenko V.D.</i> Some Aspects of the Evolution of Binary Primordial Black Holes	114
<i>Филатов В.В., Волкова В.В., Кулагина М.А., Чебакова С.А., Шумилкина Ю.Р.</i> Ложновакуумное поведение электромагнитного поля в фотонном кристалле	117
<i>Filatov V.V., Volkova V.V., Kulagina M.A., Chebakova S.A., Shumilkina Ju.R.</i> False Vacuum Alike Behaviour of the Electromagnetic Field in a Photonic Crystal	119
<i>Fil'chenkov M.L., Laptev Yu.P.</i> Gravity quantization approaches revisited	121

Фомин И.В. Космологические модели на основе скалярно-торсионной гравитации, соответствующие телепараллельному эквиваленту общей теории относительности	123
<i>Fomin I.V. Cosmological Models Based on Scalar-Torsion Gravity Corresponding to the Teleparallel Equivalent of General Relativity</i>	<i>124</i>
Фомин И.В., Денцель Е.С. Верифицируемые модели космологической инфляции, основанные на обобщенной гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кручения	127
<i>Fomin I.V., Dentsel E.S. Verified cosmological inflation models based on generalized scalar-torsion gravity</i>	<i>130</i>
<i>Frajuca Carlos, Nadja Simao Magalhaes, Fabio da Silva Bortoli. Seismic noise reduction for terrestrial gravitational wave detectors</i>	<i>133</i>
<i>Gallerati Antonio, Ummarino Giovanni. Gravito-Maxwell formalism for unconventional gravity-superconductors interplay</i>	<i>135</i>
Ганин М.О., Сушков С.В. Космологические модели в специальном подклассе теории гравитации Хорндески	137
<i>Ganin M.O., Sushkov S.V. Economy of Reusability of Future Cosmonautics and Issues of Efficiency</i>	<i>139</i>
Гаврилов С.П., Гитман Д.М., Адорну Тиаго. Излучение фотонов, сопровождающее нестабильность вакуума, вызванной действием квазипостоянного электрического поля	141
<i>Gavrilov S.P., Gitman D.M., Adorno Tiago. Photon Emission Accompanying Vacuum Instability under the Action of a Quasi-Constant Electric Field</i>	<i>142</i>
Гладышев В.О., Николаев П.П. Собственное время в пространстве с дипольной анизотропией	144
<i>Gladyshev V.O., Nikolaev P.P. Time Dilation in Space with Dipole Anisotropy</i>	<i>146</i>
Грунская Л.В., Исакевич В.В., Исакевич Д.В. О вынужденных колебаниях электрического поля Земли на частотах гравитационно-волнового излучения двойных звездных систем и свойствах сверхчувствительности и сверхизбирательности айгеноскопии	148
<i>Grunskaya L.V., Isakevich V.V., Isakevich D.V. On Forced Oscillations of the Earth Electric Field at the Frequencies of the Binary Stellar Systems Gravity-Wave Radiation and on the Properties of Supersensitivity and Superselectivity of Eigenoscopy</i>	<i>150</i>
<i>Grushevskaya H.V., Krylov G.G. Majorana-interaction Impact on Collapse States in Graphene p-n Junctions</i>	<i>153</i>
<i>Gueorguiev Vesselin G., Andre Maeder. Elucidating the Dark Energy and Dark Matter Phenomena within the Scale-Invariant Vacuum (SIV) Paradigm</i>	<i>157</i>
<i>Das Gupta Patrick. Fast Radio Bursts from Magnetar Glitches</i>	<i>159</i>

<i>Гуц А.К., Вахний Т.В.</i> Описание процессов образования кротовых нор, которые приводят к потере связности пространства	163
<i>Guts A.K., Vakhniy T.V.</i> Description of Wormhole Formation Processes that Lead to Loss of Spatial Connectivity	164
<i>Ibeh Joseph Godwin, Nnochin C. Stephen, Okoro Ikechukwu Collins, Akpojotor Ejiroghene Godfrey.</i> A Coupled Oscillator Approach to Energy Dissipation due to Tidal Forces in Cosmology	166
<i>Ilyas M.</i> Anisotropic Compact Stars in Modified $f(R)$ Gravity and Their Structural Properties	169
<i>Isayeva E.A.</i> About Parmenides emptiness as Absolute space. Aristotle, Nicolas of Cusa and Newton with Rene Descartes, Leibnitz, Mach and Einstein opponents	172
<i>Ишкаяева В.А., Сушков С.В.</i> Тень динамической кротовой норы во вселенной Фридмана	175
<i>Ishkaeva V.A., Sushkov S.V.</i> The shadow of a dynamic wormhole in Friedmann universe	177
<i>Измайлов Г.Н.</i> Зенон, Р. Декарт, Г. Галилей и парадокс Зенона «Стрела» ...	180
<i>Izmailov G.N.</i> Zeno, R. Descartes, G. Galileo and Zeno's paradox "Arrow"	181
<i>Измайлов Г.Н.</i> Прототип детектора гравитационных волн для регистрации излучения ранней Вселенной в килогерцовом диапазоне	183
<i>Izmailov G.N.</i> Prototype of a Gravitational Wave Detector to Record Radiation from the Early Universe in the Kilohertz Range	186
<i>Kadam S.A.</i> Teleparallel gravity and the role of nonminimal boundary couplings	190
<i>Kerner Richard, Julio C. Fabris.</i> Introduction to the Unimodular Kaluza — Klein theory	191
<i>Харинов М.В.</i> Геометрия собственных векторов композиции бустов Лоренца	193
<i>Kharinov M.V.</i> Geometry of Eigenvectors for Composition of Lorentz Boosts	195
<i>Киселев Г.Б., Балакин А.Б.</i> Аксионное расширение теории Эйнштейна — Янга — Миллса: Распад цветного эфира и образование аксионной темной материи	197
<i>Kiselev G.B., Balakin A.B.</i> Axion extension of the Einstein — Yang — Mills theory: Decay of colored aether and formation of axion dark matter	199
<i>Kokkinos Dionysios, Papakostas Taxiarchis.</i> A New Type I Cosmological Model with Singularity admits the Canonical Killing Tensor Forms	201
<i>Комаров С.О., Верецагин Г.В., Горбачевич А.К., Гаркун А.С.</i> Электромагнитное поле кольцевого заряда вблизи черной дыры Керра	204

<i>Krylova N.G., Red'kov V.M.</i> Dirac Equation on the Axially Symmetric Generalized Newman — Unti — Tamburino spacetime	206
<i>Крысанов В.А.</i> Феноменологический шум в частотном демодуляторе оптоакустической гравитационно-волновой антенны	208
<i>Krysanov V.A.</i> Phenomenological Noise in the Frequency Demodulator of the Optoacoustic Gravity Wave Antenna	211
<i>Ларцев А.И., Лукин В.В., Титарчук Л.Г., Калашиников И.Ю.</i> Численное моделирование спектров гамма-всплесков в ходе рассеяния на релятивистских электронах	214
<i>Lartsev A.I., Lukin V.V., Titarchuk L.G., Kalashnikov I.Yu.</i> Numerical Modeling of Gamma-ray Burst Spectra during Upscattering by Relativistic Electrons	216
<i>Лебедев А.А., Червон С.В.</i> Пример сферически-симметричных решений в модифицированной теории гравитации вида $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$	218
<i>Lebedev A.A., Chervon S.V.</i> An example of spherically symmetric solutions in modified theories of gravity of the type $f(R, (\nabla R)^2, \square R)$	220
<i>Левин С.Ф.</i> Гравитационные диполи неоднородности в крупномасштабной структуре Вселенной	222
<i>Levin S.F.</i> Gravitational dipoles of inhomogeneities in the large-scale structure of the Universe	224
<i>Липунов В.М.</i> Экстремальная Вселенная и глобальная сеть МАСТЕР	227
<i>Литвинов Д.А., Пилипенко С.В.</i> Исследование эффектов второго порядка по гравитационному полю и возможности детектирования темной материи в космических экспериментах с атомными часами	229
<i>Litvinov D.A., Pilipenko S.V.</i> Exploring gravitational effects of second-order in the gravitational potential and the possibility of dark matter detection in space-based experiments with atomic clocks	231
<i>Мейерович Б.Э.</i> О смысле гипотезы Эйнштейна на примере метрики Шварцшильда и синхронной метрики	233
<i>Meierovich B.E.</i> On the Meaning of Einstein's Hypothesis Considering the Schwarzschild Metric and the Synchronous Metric the Example	237
<i>Милюков В.К.</i> Космический гравитационно-волновой детектор TianQin: концепция миссии и текущее состояние реализации проекта ...	241
<i>Milyukov V.K.</i> Space-Borne Gravitational Wave Detector TianQin: Mission Concept and Current Progress of Implementation	243
<i>Minkevich A.V.</i> Gravitation, Cosmology and Nonsingular Universe	246
<i>Mishra B., Lohakare Santosh V.</i> Gauss-Bonnet Gravity with Curvature and Torsion: Addressing Late Time Cosmic Phenomena of the Universe	248
<i>Mishra Shivam Kumar, Mishra B., Jackson Levi Said.</i> Cosmonautics and Issues of Efficiency Cosmological Perturbations in Teleparallel Gauss-Bonnet Gravity	251

<i>Mitrofanov V.</i> Interferometric Gravitational Wave Detectors: Current State and Development Prospects	252
<i>Mohanty Debasmita, Sayantan Ghosh, Sahoo P.K.</i> Charged Gravastar Model in Noncommutative Geometry under $f(T)$ Gravity	253
<i>Moreshwar Tayde, Sahoo P.K.</i> Wormhole Formations in the Galactic Halos Supported by Dark Matter Models and Global Monopole Charge within $f(Q)$ Gravity	254
<i>Murli Manohar Verma, Utkal Keshari Dash, Sakshi Srivastava.</i> Screening of Polarisation Modes of Gravitational Waves in Modified Gravity	255
<i>Окунев В.С.</i> О виртуальных распадах некоторых элементарных частиц, об иллюзии распада и массе информации	257
<i>Okunev V.S.</i> On the Virtual Decay of Some Elementary Particles, on the Illusion of Decay, and the Mass of Information	259
<i>Павлов Ю.В.</i> Девияция траекторий в релятивистском и нерелятивистском случаях	261
<i>Pavlov Yu. V.</i> Trajectory Deviation in Relativistic and Non-relativistic Cases ...	262
<i>Пестов А.Б.</i> Сущность темной материи	264
<i>Pestov I.B.</i> Essence of Dark Matter	266
<i>Петров Н.И.</i> Волоконно-оптический рычаг и интерферометр с резонаторами Фабри — Перо для обнаружения гравитационных волн	268
<i>Petrov N.I.</i> Optical Fiber Lever and Interferometer with Fabry — Perot Resonators for Detecting Gravitational Waves	270
<i>Петрова Л.И.</i> Экономика многоразовости будущей космонавтики и вопросы оперативности	272
<i>Petrova L.I.</i> Internal Connection between the Field Theory Equations	273
<i>Pinto Innocenzo M., Pierro Vincenzo R.</i> Estimation of the Instantaneous Frequency Evolution of Chirping Gravitational Waves from Coalescing Binary Systems via Wigner-Ville Representation	275
<i>Постнов К.А.</i> Задачи астрофизики и фундаментальной гравитации в космических лазерных интерферометрах	276
<i>Postnov K.A.</i> Problems of astrophysics and fundamental gravitation in space laser interferometers	277
<i>Priyobarta N., Newton Singh Ksh., Maurya S.K., Mishra B.</i> Constraining Gauss — Bonnet Parameter and Radii of Compact Stars in the Mass-gap Using Realistic Equation of States in 4D-EGB Gravity	279
<i>Рабинович А.С.</i> Новая релятивистская космология, основанная на принципе масштабной инвариантности	283
<i>Rabinowitch A.S.</i> New Relativistic Cosmology Based on Principle of Scale Invariance	285

<i>Rincon Angel</i> . Massive scalar and Dirac Perturbations of a four-dimensional black hole in the presence of perfect fluid dark matter	287
<i>Ростом Айхам, Томилин В.А., Ильичев Л.В.</i> Квазигравитация вместо псевдотелепатии: геометрическая модель квантовой навигации при (анти)поиске на плоскости	289
<i>Rostom Aiham, Tomilin V.A., Il'ichov L.V.</i> Quasi-gravitation rather than pseudo-telepathy: Geometric model of quantum navigation during (anti-)search on a plane	291
<i>Rovelli Carlo</i> . White holes and quantum gravity	293
<i>Rubin S.</i> Sandwich Model of Extra Dimensions	294
<i>Руденко В.Н., Белоненко А.В., Гусев А.В., Гурин Ф.С., Попов С.М.</i> Прецизионное измерение гравитационного смещения частоты электромагнитных сигналов в миссии «РадиоАстрон»	295
<i>Sachin Kumar, Dwivedi P.K., Mishra C.K.</i> Behaviour of universe with Finsler-Modified Randers Cosmological Model in Lyra Theory	297
<i>Саха Биджан</i> . Нелинейное спинорное поле в пространстве-времени LRS Бианки-Іс геометрией Лира	299
<i>Saha Bijan</i> . Nonlinear spinor field in LRS Bianchi type-I space-time with Lyra's Geometry	301
<i>Sahoo P.K.</i> $f(Q, L_m)$ gravity: A new modified gravity	304
<i>Sahu Subrata Kumar</i> . Artificial intelligence for teleparallel tilted cosmology ...	305
<i>Сандакова О.В., Панов В.Ф., Кувшинова Е.В.</i> Космология с вращением в гибридной инфляции	307
<i>Sandakova O.V., Panov V.F., Kuvshinova E.V.</i> Cosmology with Rotation in Hybrid Inflation	308
<i>Saurabh Verma, Archana Dixit, Anirudh Pradhan, Barak M.S.</i> Testing $f(T)$ Gravity with Cosmological Observations: Confronting the Hubble Tension and Implications for the Late-Time Universe	310
<i>Сажина О.С., Моисеев Ю.А.</i> Поиск проходимых кротовых нор в современных наблюдательных данных	311
<i>Sazhina O.S., Moiseev Yu.A.</i> Search for Traversable Wormholes in Current Observational Data	314
<i>Седов С.Ю.</i> О решениях для регулярных заряженных черных дыр и когерентных квантовых состояниях	317
<i>Sedov S.Yu.</i> On Regular Charged Black Hole Solutions and Coherent Quantum States	318
<i>Sharma Ranjan, Abhishek Paul</i> . Tidal Love Number as a Distinguishing Feature between a Boson Star and a Fermion Star	319
<i>Шушанин А.О.</i> Космологическая постоянная и черные дыры	321
<i>Shishanin A.O.</i> The Cosmological Constant and Black Holes	323

<i>Singh Raghvendra</i> . Exploring entropy in de sitter space using the covariant Euclidean approach	326
<i>Sinha Aayush</i> . Absolute Unified Mathematics of Quantum Gravitation	328
<i>Сизов В.А., Фомин И.В.</i> Гравитационные волны, связанные со сферической электромагнитной волной	330
<i>Sizov V.A., Fomin I.V.</i> Gravitational Waves Coupled With a Spherical Electromagnetic Wave	331
<i>Сушков С.В.</i> Сингулярный отскок в теории гравитации с неминимальной кинетической связью	334
<i>Sushkov S.V.</i> Singular bounce in the theory of gravity with nonminimal derivative coupling	335
<i>Trell Erik</i> . Original linear Lie algebra directly solves Standard Model and Periodic System	336
<i>Triay Roland</i> . Voids as Cosmological Structures	345
<i>Vertogradov V.</i> Regular Black Holes from Gravitational Collapse of Dust and Radiation	346
<i>Vitiello Giuseppe</i> . The cosmic microwave background radiation and the cosmic neutrino background. Vacuum Structure and Quantum Field Theory	347
<i>Ворохов А.В., Сушков С.В.</i> Изображения черных дыр в эффективной геометрии, порожденной нелинейной электродинамикой	351
<i>Vorokhov A.V., Sushkov S.V.</i> Images of Black Holes in Effective Geometry, Sourced by Nonlinear Electrodynamics	353
<i>Yurasov N.I.</i> About the Relativistic Invariant Wave Function of a particle	355
<i>Юсупова Р.М., Измаилов Р.Н.</i> Тонкие аккреционные диски вокруг акустических черных дыр	357
<i>Yusupova R.M., Izmailov R.N.</i> Thin Accretion Disks around Acoustic Black Holes	358
<i>Жогин И.Л.</i> Продольные волны в пятимерном абсолютном параллелизме (и релятивистски расширяющаяся брана) и настольный эксперимент с маятником	361
<i>Zhogin I.L.</i> Longitudinal Waves in Five-Dimensional Absolute Parallelism (and a Relativistic Brane) and the Tabletop Experiment with a Pendulum	364
<i>Журавлев В.М.</i> Спиральная структура дисковых галактик и эффект скрытой массы	368
<i>Zhuravlev V.M.</i> Spiral Structure of Disk Galaxies and Hidden Mass Effect	370
<i>Zloshchastiev K.G.</i> Origins of Phantom Cosmology in Superfluid Vacuum Theory of Quantum Gravity	372
<i>Singh K.P.</i> Observational constraints on the cubic parametrization of the deceleration parameter in $f(R, L_m)$ cosmological models	374

Научное издание

**ФИЗИЧЕСКИЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

XXIV Международная научная конференция

Москва, 7–10 июля 2025 г.

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

**PHYSICAL INTERPRETATIONS OF RELATIVITY
THEORY (PIRT–2025)**

XXIV International Scientific Conference

Moscow, July 7–10, 2025

ABSTRACTS

Художник Э.Ш. Мурадова
Компьютерная верстка С.А. Серебряковой

Оригинал-макет подготовлен
в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.

В оформлении использованы шрифты
Студии Артемия Лебедева.

Подписано в печать 10.06.2025. Формат 70×100/16.
Усл. печ. л. 30,88. Тираж 70 экз.

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, г. Москва, улица 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1.
press@bmstu.ru
<https://press.bmstu.ru>

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, г. Москва, улица 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1.