Проблема систем координат в теории гравитации

Даишев Р. А., Козырев С. М., Павлов Б. П.

Исчисление в пространстве обеспечивается наличием гладких систем координат, расположением опорных линий или кривых, используемых для обозначения положения точек в пространстве [13]. Обычно общая теория относительности рассматривет гравитацию как геометрию пространства-времени [4, 28]. Уравнения гравитационного поля задаются на абстрактном неструктурированном многообразии M, а решения этих уравнений определяют локальные свойства метрического тензора пространства-времени в касательном пространстве, а не на самом многообразии. В релятивистских теориях гравитации структура пространства-времени математически представляется решением уравнений поля дополненными координатными условиями т. е. четырьмя алгебраическими или дифференциальными операторами задающими функциональную зависимость фундаментального тензора $g_{\alpha\beta}$ от переменных x^{γ}.

1. Введение.

Почти сразу после появления эйнштейновская теория гравитации столкнулась с рядом трудностей [14, 15]. К ним относится, и проблема систем отсчета [26]. В 1921 году Гульстранд показал, что величина смещения перигелия Меркурия зависит от выбора используемой для решения уравнений Эйнштейна координатной системы [12]. В.А.Фок считал, что общий принцип относительности, как физический принцип, который имел бы место по отношению к произвольным системам отсчета, невозможен, поэтому необходимо к системе уравнений Гильберта-Эйнштейна добавить еще гармонические условия в декартовых (галилеевых) координатах [6, 7]. Это фактически означало необходимость введения в теорию тяготения инерциальных систем координат, что и обеспечивало абсолютный характер ускорения. Неоднозначность предсказаний ОТО для гравитационных эффектов до сих пор все же является предметом дискуссий [33, 16]. По мнению ряда авторов неоднозначность предсказаний ОТО возникает как следствие теоремы Вейля - Лоренца - Петрова [32, 18, 22], так как требование совпадения уравнений изотропных и времениподобных линий для двух псевдоримановых пространств, первые квадратичные формы которых имеют сигнатуру -2, приводит к тому, что их метрические тензоры отличаются постоянным множителем и разные метрические тензоры в заданной системе координат должны вести к разным предсказаниям о движении пробных тел и света.

В стандартной модели физических теорий основным понятием является пространство-время, с известными геометрическими свойствами в котором строится система координат, расположение опорных линий или кривых, используемых для определения местоположения точек и система отсчета определяющая в каждой точке P четверку векторов (репер, тетраду), образующих базис касательного пространства T_pV. С физической точки зрения система координат приобретает физический смысл после того, как она жестко связана с системой отсчета, координатные оси откалиброваны с помощью масштаба длины (линейки), а временная ось калибруется с помощью эталонных часов.

Обычно игнорируется важная особенность теории Эйнштейна и родственных релятивистских теорий гравитации, с геометрической точки зрения, **здесь по существу решается обратная задача**. В релятивистских теориях уравнения поля и решения этих уравнений существуют в совершенно разных геометрических структурах. Уравнения гравитационного поля определены на абстрактном неструктурированном многообразии M, а решения этих уравнений являются локальными компонентами метрического тензора в касательном пространстве, а не на самом многообразии. Получая в касательном пространстве $g_{\alpha\beta}(x)$ необходимо построить отвечающее ему криволинейное пространство. В отличии от нерелятивистских теорий эта задача может и не иметь единственного решения.

В теории гравитации нет априори привилегированных систем отсчета. Задание определенной системы отнесения осуществляется наложением координатных условий на компоненты метрики g, основанием для чего служит теорема Римана о том, что преобразованиями координат в n-мерном пространстве можно привести n компонент метрики к наперед заданным функциям. Без ограничения это верно лишь для аналитических $g_{\alpha\beta}$ и аналитических же преобразований (хотя, скорее всего, в достаточно малой области), - чего в теории относительности ожидать трудно.

Системы упорядочения точек на многообразии M и в пространстве V имеют разный геометрический смысл, поэтому, следуя Лорану Шварцу, мы будем использовать термины "параметризация"для M и "система координат"в пространстве V. Фактически определение многообразия означает введение в нем арифметизации. Однако сам процесс арифметизации произволен и существует бесконечное множество способов маркировки точек этого многообразия. Следовательно, параметры не имеют физического смысла, так как они суть метки точек многообразия. Это означает, что для одной и той же системы отсчета (репера в касательном пространстве) может быть определено бесчисленное множество систем координат.

В общей теории относительности гравитация трактуется как геометрия пространства-времени [4, 28]. В основе теории Эйнштейна и родственных теорий лежит понятие пространства-времени, которое моделируется гладким (хаусдорфовым, паракомпактным) лоренцевым многообразием M, снабженным псевдоримановой метрикой g сигнатуры (-,+,+,+), удовлетворяющей уравнениям поля Эйнштейна. С другой стороны, основным объектом дифференциальной геометрии является многообразие, которое можно определить, как локально евклидово пространство. Под n-мерным евклидовым пространством R^n подразумевается множество всех наборов действительных чисел $(x^1, ..., x^n)(-\infty < x^i < +\infty)$, в котором определены открытые и замкнутые множества (окрестности). Многообразие локально совпадает с евклидовым пространством в том смысле, что покрыто окрестностями Ω и с каждой окрестностью Ω связано взаимно однозначное отображение, которое переводит каждую точку $p \in \Omega$ в точку открытой окрестности R^n (на которую отображается окрестность Ω) с координатами $(x^1, ..., x^n)$. Однако в многообразии Эйнштейна, в отличие от обычного топологического пространства, невозможно определить, принадлежит ли точка окрестности какой-либо другой точки, они совершенно не индивидуализируются до решения полевых уравнений [4, 28] и нахождения метрического поля. Более того, при отождествлении точек многообразия M и его метрики мы можем произвести любое изменение системы координат только в том случае, если многообразие уже обладает фиксированной геометрией, поэтому если параметры x и x' как-то связанные между собой,заданы до решения уравнений Эйнштейна, совершенно не очевидно, что те и другие опишут одну и ту же область Ω, т.е. если $x \in \Omega$ и $x' \in \Omega'$, то, вообще говоря, $\Omega \neq \Omega'$.

Следовательно, параметры не имеют физического смысла, так как они суть метки точек евклидова пространства R^n. Переход от одного способа арифметизации многообразия к другому есть преобразование параметров. Здесь важно подчеркнуть полный произвол арифметизации пмногообразия и не связывать его с построением системы координат.

(декартовой, полярной и т. д.), так как арифметизация пространства не требует знания его свойств пространства(в отличие от выбора системы координат) и всегда может быть произведена с помощью континуума вещественных чисел.

Фактически в общей теории относительности определение многообразия означает введение арифметизации касательного пространства. Однако сам процесс арифметизации пространства произволен и существует бесконечное множество способов маркировки точек этого пространства. Следовательно, параметры не имеют физического смысла, так как они суть метки точек евклидова пространства R^n. Это означает, что в одной и той же системе отсчета может быть определено бесчисленное множество систем координат. Система координат приобретает физический смысл только после того, как решены уравнения Эйнштейна, и она жестко связана с системой отсчета, координатные оси откалиброваны с помощью масштаба длины (линейки), а временная ось калибруется с помощью эталонных часов.

Геометрические свойства пространства $V^4(g)$ определяют каким координатным условиям в заданной системе координат удовлетворяет метрика $g_{\alpha\beta}$. Под координатными условиями понимают, какими соотношениями связаны какие-то из компонент $g_{\alpha\beta}$, - будь то в какой-либо точке, на поверхности или в 4-х мерной области

Ω которые можно задавать в форме четырех уравнений

$$C_{(\mu)} g_{\alpha\beta} = 0 \tag{1}$$

где $C_{(\mu)}$ - некоторые алгебраические или дифференциальные операторы.

Индивидуализация точек в V полностью зависит от решения уравнений поля Эйнштейна [28, 5], следовательно, изменение параметризации может привести к изменению геометрии получаемого пространства-времени.

Дифференциальная геометрия предполагает, что в каждой точке пространства-времени $P \in V$ существует векторное пространство $T_p V$, называемое касательным пространством, состоящим из всех касательных векторов в точке P. Хорошо известно, что структура пространства-времени определяется тремя независимыми геометрическими объектами: системой отсчета, линейной связностью и метрикой которые строятся именно в касательном пространстве. С другой стороны, как показали Пуанкаре [19], Шлик [27], Райхенбах [25], Карнап [2, 3] и Грюнбаум [10, 11], среди прочего геометрические факты настолько радикально недоопределены возможные проверки того, что мы можем постулировать любую геометрию, которая нам нравится, в наших физических теориях.

В отличие от дифференциальной геометрии, касательное пространство общей теории относительности определяется как независимая структура, существующая до решения уравнений Эйнштейна, в котором и определяются локальные свойства искомого пространства-времени. В этом подходе в касательном пространстве возникает как метрика, так и связность, получаемые только после решения уравнений поля. Однако в данном случае нет способа различить общую структуру получаемого пространства-времени. Примером может служить геометрия поверхностей, где метрике Шварцшильда в шестимерном объемлющем плоском пространстве удовлетворяют шесть различных четырехмерных вложенных поверхностей [21].

2. Параметризация и координатные условия.

В случае теории Эйнштейна и родственных теорий в отличии от нерелятивистских теорий, с геометрической точки зрения, мы решаем обратную задачу, которая может и не иметь единственного решения. Получая в касательном пространстве $g_{\alpha\beta}(x)$ необходимо построить отвечающее ему криволинейное пространство.

Уже в одной из самых ранних работ Шварцшильда обнаружилось фундаментальное различие между понятиями уравнений поля в любой области теоретической физики, с одной стороны, и в теории Эйнштейна - с другой. В нерелятивистской физике при определенной замене независимых переменных $x \rightleftarrows x'$ система уравнений поля не меняет своего состава. В теории Эйнштейна для того чтобы решить полевые уравнения проводится арифметизация **касательного пространства** и задается функциональная зависимость (1) фундаментального тензора от x . Важно отметить полный произвол арифметизации пространства, она не требует детального знания его свойств и может быть произведена без того, чтобы наперед установить характер пространства.

Уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = T^M_{\mu\nu}. \tag{2}$$

в пустом пространстве состоят из десяти уравнений относительно десяти неизвестных функций $g_{\alpha\beta}(x)$:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(g^{\lambda\zeta}\left(\frac{\partial g_{\zeta\lambda}}{\partial x^\mu}+\frac{\partial g_{\zeta\mu}}{\partial x^\lambda}-\frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\zeta}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(g^{\lambda\zeta}\left(\frac{\partial\, g_{\zeta\nu}}{\partial x^\mu}+\frac{\partial g_{\zeta\mu}}{\partial x^\nu}-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\zeta}\right)\right)\\
&+\frac{1}{2}\, g^{\rho\zeta} g^{\lambda\sigma}\left(\frac{\partial g_{\zeta\lambda}}{\partial x^\mu}+\frac{\partial g_{\zeta\mu}}{\partial x^\lambda}-\frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\zeta}\right)\left(\frac{\partial g_{\sigma\rho}}{\partial x^\nu}+\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\rho}-\frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\sigma}\right)\\
&-\frac{1}{2}\, g^{\rho\zeta} g^{\lambda\sigma}\left(\frac{\partial g_{\zeta\nu}}{\partial x^\mu}+\frac{\partial g_{\zeta\mu}}{\partial x^\nu}-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\zeta}\right)\left(\frac{\partial g_{\sigma\rho}}{\partial x^\lambda}+\frac{\partial g_{\sigma\lambda}}{\partial x^\rho}-\frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^\sigma}\right)=0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Таким образом, формально уравнения Эйнштейна составляют определенную систему, ибо число уравнений здесь равно числу неизвестных функций. Но компоненты R^{ν}_{σ}, как известно, связаны четырьмя соотношениями, следующими из тождеств Бьянки для тензора кривизны:

$$\nabla_\sigma R^\sigma_\nu = \frac{1}{2}\partial_\nu R, \tag{4}$$

на функции $g_{\alpha\beta}(x)$ не налагается никаких ограничений, **кроме троекратной дифференцируемости**, а также невырожденности матрицы $\| g_{\alpha\beta}(x) \|$. Поэтому остается только шесть независимых дифференциальных уравнений для компонент метрического тензора.

Стандартным шагом для получения полной системы уравнений является задание в рамках выбранной арифметизации четырех дополнительных нековариантных уравнения (помимо уравнений поля Эйнштейна) для определения метрического тензора, т. е. функциональной зависимости (1) фундаментального тензора $g_{\alpha\beta}(x)$ от переменных x [30]. Таким образом в релятивистских теориях способ параметризации на многообразии несет собственную информацию, которую наследует метрический тензор, получаемый в результате решения уравнений Эйнштейна. Следует отметить, что в теории Эйнштейна физический смысл имеют только такие решения уравнений Гильберта-Эйнштейна, которые удовлетворяют принципу причинности Гильберта [9].

Согласно принципу общей ковариантности основные физические уравнения в произвольном многообразии сохраняют свой вид при замене переменных. Уравнения Эйнштейна инвариантны относительно некоторого класса замены переменных поля для любой заданной параметризации. При замене переменных $x^\gamma \to x'^\gamma$ уравнения Эйнштейна, принимают вид

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x'^\nu}\left(g'^{\lambda\zeta}\left(\frac{\partial g'_{\zeta\lambda}}{\partial x'^\mu}+\frac{\partial g'_{\zeta\mu}}{\partial x'^\lambda}-\frac{\partial g'_{\mu\lambda}}{\partial x'^\zeta}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial x'^\lambda}\left(g'^{\lambda\zeta}\left(\frac{\partial g'_{\zeta\nu}}{\partial x'^\mu}+\frac{\partial g'_{\zeta\mu}}{\partial x'^\nu}-\frac{\partial g'_{\mu\nu}}{\partial x'^\zeta}\right)\right)\\
&\quad+\frac{1}{2}\,g'^{\rho\zeta}g'^{\lambda\sigma}\left(\frac{\partial g'_{\zeta\lambda}}{\partial x'^\mu}+\frac{\partial g'_{\zeta\mu}}{\partial x'^\lambda}-\frac{\partial g'_{\mu\lambda}}{\partial x'^\zeta}\right)\left(\frac{\partial g'_{\sigma\rho}}{\partial x'^\nu}+\frac{\partial g'_{\sigma\nu}}{\partial x'^\rho}-\frac{\partial g'_{\nu\rho}}{\partial x'^\sigma}\right)\\
&\quad-\frac{1}{2}\,g'^{\rho\zeta}g'^{\lambda\sigma}\left(\frac{\partial g'_{\zeta\nu}}{\partial x'^\mu}+\frac{\partial g'_{\zeta\mu}}{\partial x'^\nu}-\frac{\partial g'_{\mu\nu}}{\partial x'^\zeta}\right)\left(\frac{\partial g'_{\sigma\rho}}{\partial x'^\lambda}+\frac{\partial g'_{\sigma\lambda}}{\partial x'^\rho}-\frac{\partial g'_{\lambda\rho}}{\partial x'^\sigma}\right)=0\ ,
\end{aligned} \tag{5}$$

и

$$C'_{(\mu)}g'_{\alpha\beta}=0 \tag{6}$$

где

$$g'_{\mu\nu}(x')=\frac{\partial f^\rho(x')}{\partial x'^\mu}\,\frac{\partial f^\sigma(x')}{\partial x'^\nu}\,g_{\rho\sigma}(f(x')). \tag{7}$$

Если не считать выбора символов x и $g_{\alpha\beta}$ в (3), x' и $g'_{\alpha\beta}$ в (5), эти два уравнения совершенно одинаковы. Однако, учитывая тот факт, что уравнения (1), (6) не совпадают, а геометрию пространства-времени можно получить только после решения всей системы уравнений, эта связь между метрикой и координатами действительно нетривиальна. Хотя два уравнения (1) и (6) имеют одинаковую форму, они не эквивалентны.

3. Сферическая симметрия.

Чтобы упростить обсуждение в этой статье, мы рассмотрим, статическую сферически-симметричную модель

$$ds^2=-B(r)dt^2+A(r)dr^2+2N(r)dtdr+\rho(r)^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right) \tag{8}$$

Приведение метрики центрально-симметрических полей к виду (8) всегда может быть осуществлено только в предположении, что $g_{\alpha\beta}$ **принадлежит классу** C^1 **функций** [23] однако тождествами Бьянки на функции $g_{\alpha\beta}$ налагается ограничене C^3. Необходимое и достаточное условие существования трех-членной группы движений выражается уравнениями Киллинга [23], в которые входят только первые производные $g_{\alpha\beta}$. Таким образом при задании координатных условий (8) необходим более строгий подход к выбору класса допустимых функций и определению числа независимых уравнений.

Заметим, что известное утверждение Биркгофа о том, что любое центрально-симметричное гравитационное поле в вакууме должно быть статическим полем и, следовательно, с точностью до преобразования координат определяется метрикой Шварцшильда, верно лишь при некоторых дополнительных условиях [22]. Вообще, известные до сих пор доказательства теоремы Биркгофа недостаточно корректны [22], так как не опираются на понятие класса допустимых функций. Невозможность строгого доказательства утверждения Биркгофа без нарушения условий Лихнеровича впервые отмечена в работе Унта [31].

Уравнения Эйнштейна определяют решение данной физической задачи с точностью до четырех произвольных функций. В общей теории относительности получены решения уравнений поля Эйнштейна для координатных условияй(8). Центрально-симметричное решение [16]

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2\mu}{\rho(r)}\right)dt^2 + \left(\rho'(r)^2 - \chi(r)^2\right)\left(1 - \frac{2\mu}{\rho(r)}\right)^{-1} dr^2 + \chi(r)drdt + \rho(r)^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right), \tag{9}$$

(где $\chi(r)$ и $\rho(r)$ произвольные функции r) несомненно, является самым известным нетривиальным точным решением уравнений Эйнштейна. Оно было найдено вскоре после того, как Эйнштейн опубликовал свои уравнения поля. Это наиболее физически значимое решение широко применяется как в астрофизике, так и при рассмотрении орбитальных движений вокруг Солнца или планет. Он предсказывает крошечные отклонения от ньютоновской теории, наблюдаемые в орбитальном движении в Солнечной системе, в отклонении света Солнцем, в гравитационном красном смещении света и в эффектах временной задержки.

Как известно, для искривленного пространства-времени существует множество способов получения метрики центрально-симметричного поля исходя из различных предположений. Заметим, что обычное утверждение о том, что в любом римановом пространстве любым четырем компонентам метрического тензора всегда можно придать произвольные значения с помощью некоторого преобразования координат, недостаточно корректно. Без ограничения это верно только для аналитического $g_{\mu\nu}$ и аналитических преобразований (хотя, скорее всего, в малой области), чего трудно ожидать в релятивистских теориях. Здесь же упомянем, что приведение метрики центрально-симметричных полей к виду (8) (где A, B, N, ρ- некоторые функции от r и t), всегда можно провести только в предположении, что $g_{\mu\nu}(x)$ принадлежит функциям класса C^1 [24]. Метрика определяется с точностью до выбора координатных условий:

$$\begin{aligned} x_1' = f(x_1, x_4), x_2' = x2 + k\pi, \\ x_3' = x3 + s\pi, x_4' = \psi(x_1, x_4) \end{aligned} \tag{10}$$

где k и s - целые числа, а f и ψ - произвольные функции своих аргументов.

Стандартное доказательство утверждения Биркгофа [1] сводится к следующим двум фазам с точностью до выбора координатных условий:

1) используя произвол в выборе функций f и ψ преобразований (10), недиагональный член B метрики (8) обращается в нуль, а компонента ρ приводится к виду $\pm x_1^2$ (или $\pm x_4^2$ в случае метрики типа Шварцшильда);

2) записав уравнения поля в вакууме (2), получим для координатного условия (8) метрику типа Шварцшильда как решение этой системы.

Однако можно использовать и другое координатное условие, например, вынести ρ за скобки. После этого метрику можно записать в виде

$$ds^2 = \rho(x^1, x^4)\left(I(x^1, x^4) = II(x^1, x^4)\right) \tag{11}$$

где каждая из квадратичных бинарных форм

$$I(x^1, x^4) = \frac{1}{\rho}(Adx^{1^2} + 2Bdx^1dx^4 + Ndx^{4^2}),$$
$$II(x^1, x^4) = -dx^{2^2} - \sin^2(x^2)dx^{3^2} \tag{12}$$

зависит только от двух переменных, разных для каждой формы, и имеет соответственно сигнатуры вида (- +) и (−). Крайне важно отметить, что в отличие от случая координатного условия

$$B = 0, \rho = x^{1^2}, \tag{13}$$

оно не приводит к требованию повышения класса дифференцируемости компонент A, D, N и ρ [24]. В результате это координатное условие возможно и может быть выполнено, если метрика (8) принадлежит классу C^1: заранее не исключена возможность появления волновых решений. Нетрудно показать, что в этом случае центрально-симметричные пульсации гравитирующих масс могут создавать гравитационную ударную волну. Более того, в 1921 году Гульстранд показал, что величина смещения перигелия Меркурия зависит от выбора используемой координатной системы для решения уравнений Эйнштейна [20].

Следовательно, можно утверждать следующее:

1) обычные доказательства утверждения Биркгофа недостаточно корректны, так как не опираются на понятие класса допустимых функций [22],

2) Утверждение Биркгофа, по-видимому, можно доказать строго в рамках постулатов Лихнеровича о классе допустимых функций,

3) изменяя класс координатного условия, можно, по-видимому, привести примеры, когда это утверждение может быть неверным.

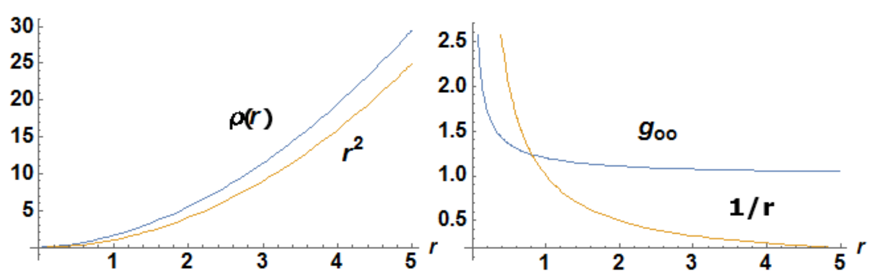

Рис. 1: Сравнение решения для $ds^2 = -g_{00}dt^2 + dr^2 + \rho(r)^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)$ с Нньютоновским решением.

Следствием достаточно вольного обращения с выбором координатных условий явлется то, что если использовать для явной формы метрического тензора значения $N(r) = 0$ и $A(r) = 1$ и подстановки их в (9), результатом будут совершенно отличные от стандартной метрики Шварцшильда геометрические свойства пространства-времени.

$$\rho(r) = \sqrt{InverseFunction\left(\frac{\alpha^2(1+\frac{4\sqrt{\#1}}{\alpha})\left(-\frac{4ArcSinh(\frac{2\#1^{1/4}}{\sqrt{\alpha}})\#1^{1/4}}{\sqrt{\alpha+4\sqrt{\#1}}}+\frac{8\sqrt{\#1}}{\alpha}\right)}{16\sqrt{\alpha+4\sqrt{\#1}})\sqrt{\#1}}\&\right)(\beta+r)} \tag{14}$$

где α и β произвольные постоянные. Таким образом, мы видим Рис. 1, что эта модель ведет себя аналогично ньютоновской гравитации с небольшими отклонениями без сингулярности на горизонте.

4. Дискуссия.

Эта статья посвящена классическому, т. е. неквантовому, гравитационному полю, но даже в этой области имеется много открытых, требующих своего решения проблем. Уже в вакуумном случае уравнения Эйнштейна представляют собой нелинейную систему уравнений второго порядка в частных производных на априори произвольном многообразии M. Десять уравнений Эйнштейна удовлетворяют четырем тождествам Бьянки, поэтому, на самом деле, независимых уравнений оказывается только шесть, из которых можно найти лишь шесть из десяти компонент метрики. На функции $g_{\alpha\beta}$ тем не менее не налагается никаких ограничений, кроме троекратной дифференцируемости C^3, а также невырожденности матрицы $\| g_{\alpha\beta} \|$, чтобы существовали величины $g_{\alpha\beta}$. Иногда оставшиеся координатные степени свободы по аналогии с электромагнитной теорией называют калибровкой. Однако, в случае релятивистских теорий гравитации пространство-время возникает только после решения уравнений Эйнштейна. Индивидуализация точек M полностью зависит от решения уравнений Эйнштейна [28, 5], следовательно, изменение параметризации, другими словами дополнение уравнений координатными условиями т. е. четырьмя алгебраическими или дифференциальными операторами, задающими функциональную зависимость фундаментального тензора, заменяет полную систему решаемых уравнений. Поэтому "фиксация калибровки", в отличии от электромагнитной теории, может привести к изменению физических и геометрических свойств получаемого решения.

Следует отметить, что в теории Эйнштейна физический смысл имеют только такие решения уравнений Гильберта-Эйнштейна, которые удовлетворяют принципу причинности Гильберта [9]. К сожалению, решения несовместимые с принципом причинности глубоко проникли даже в учебники.

Важно подчеркнуть, что физический смысл имеют только такие решения уравнений Гильберта-Эйнштейна, которые опираются на понятие класса допустимых функций. А поскольку в теории Эйнштейна функциональная структура метрического тензора для заданной арифметизации оказывается разной при разном выборе координатных условий, то и ее предсказания будут зависеть от этого выбора, т. е. будут недостаточно корректны, так как не опираются на понятие класса допустимых функций.

Так, например, приведение метрики центрально-симметричных полей к виду (8), всегда можно провести только в предположении, что $g_{\alpha\beta}$ принадлежит функциям класса C^1 [23] тогда как тождествами Бьянки на функции $g_{\alpha\beta}$ налагается ограничене C^3. Доказательство теоремы Биркгофа основано на использовании тех решений, которые ищутся в классе по крайней мере C^2 и, следовательно, заранее отбрасываются волновые решения. По-видимому, в этом случае тождества Бьянки необходимо рассматривать как уравнения.

Эйнштейновская теория гравитации и сейчас, спустя сто лет после своего создания, продолжает оставаться наиболее удовлетворительным вариантом классической теории тяготения. Предсказания ОТО согласуются с проведенными до сих пор гравитационными экспериментами, включая радиолокацию планет и лазерную локацию Луны, обнаружение гравитационных волн.

Однако, можно согласиться с В.А.Фоком [6] - произвольные преобразования координат вводят фиктивные гравитационные поля. Чтобы устранить эту двусмысленность, необходимо наложить дополнительные ограничения. Например, в общей теории относительности для изолированной системы масс существуют привилегированные гармонические системы координат [6, 8] удовлетворяющие условию

$$\Gamma^{\beta}_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 0. \tag{15}$$

.

Условия гармоничности, уравнение состояния вещества и уравнения Гильберта - Эйнштейна образуют полную систему дифференциальных уравнений. Гармонический принцип может быть применен к любым координатным условиям. Поскольку гармонический принцип может быть определен для любых координатных условий, уравнения (15) можно рассматривать не как координатные условия, а дополнительные уравнения поля [17].

В случае релятивистских теорий гравитации одних только уравнений поля недостаточно для определения гравитационной системы. По-видимому, необходим критерий допустимости получаемых решений.

Список литературы

[1] G.D. Birkhoff, Relativity and Modern Physics, p.253, Harvard University Press, Cambridge (1923).

[2] R.Carnap, *Der Raum. Reuther and Reichard,* Berlin. (1922). 21.

[3] R.Carnap,*Philosophical Foundations of Physics*. Basic Books, New York.(1966).

[4] A. Einstein, Zum gegenwa?rtigen Stande des Gravitationsproblems. Phys. Z., 14, 1249-1266. (1913); A.Einstein And M.Grossmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativittstheorie und einer Theorie der Gravitation, Zeits. Math. und Phys. 62 225261, (1913); Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativittstheorie gegrndeten Gravitationstheorie 63 215-225 (1914).

[5] A.Einstein, Die formale Grundlage der allgemeinen Relativittstheorie. Sitzungsberichte der K?niglich Preu?ischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), 1030-1085, (1914)

[6] V.A. Fok, *The Theory Of Space, Time And Gravitation* (1955).

[7] Фок В.А. - ЖЭТФ. 1939, т.9. №4. с.375.

[8] S.S.Gershtein, A.A. Logunov, M.A. Mestvirishvili, Integral of motion in general relativity and the effect of accumulating excessive internal energy of a body under gravitational contraction. Theoretical And Mathematical Physics, 183, 1, 578-584 (2015)

[9] Д. Гильберт, "Основания физики (второе сообщение) (1924)", Перевод Ю.А. Данилова, Избранные труды, т. II: Анализ. Физика. Проблемы. Personalia, Факториал, М., 1998,379-398.

[10] A.*Grünbaum*, *Philosophical Problems of Space and Time*. Alfred A. Knopf, New York. (1963).

[11] A.*Grünbaum*, *Geometry and Chronometry in Philosophical Perspective*. University of Minnesota Press, Minneapolis. (1968).

[12] Gullstrand A.- Ark. Mat. Astron. och Fys., 1921, Bd. 16, N 8, S. 1 - 15.

[13] W.V.D.Hodge, D. Pedoe *Methods of Algebraic Geometry,* Volume I (Book II). Cambridge University Press, (1994) [1947].

[14] Ivanenko D. Perennial modernity of Einstein's theory of gravitation.- In vol.: Relativity, quanta, cosmology. / Ed. F. Finis. New York; San Francisko; London : Johnson Repr. Corp., 1979,p. 295-354.

[15] Иваненко Д. Д. Актуальность теории гравитации Эйнштейна.- В кн. : Проблемы физики: Классика и современность. М. : Мир, 1982, с. 127-154.

[16] А.А. Логунов, Ю. М. Лоскутов, Неоднозначность предсказаний общей теории относительности, ТМФ, 1988, том 74, номер 3, 323-330

[17] A.A.Logunov, M.A. *Mestvirishvili Inertial Reference Frames And The General Relativity Principle In Gravitation Theory*, Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, 31, 1, 71-90 (2000).

[18] Lorentz H. A.Collected Papers. V. 5. Hague. 1937. P. 363.

[19] H.Poincare, *Science and Hypothesis*. Walter Scott Publishing Co., New York (1905).

[20] А. Пайс, Эйнштейновский сборник, 1982-1983,-М.: Наука, 1986.-340

[21] S.A.Paston, A.A.Sheykin, *Embeddings for the Schwarzschild metric: classification and new results,* Classical Quantum Gravity 29 (2012), 095022, 17 pages, arXiv:1202.1204.

[22] Петров А. З. Новые методы в ОТО. М.: Наука, 1966.

[23] Петров А. З. Пространства Эйнштейна, Физматгиз, 1961.

[24] A. Z. Petrov, Centrally-symmetric Gravitational Fields, J. Exptl. Theoret. Phys. 44, 1525-1533 (1963)

[25] H.Reichenbach, *The Philosophy of Space and Time*. Dover Publications, New York, NY. (1958).

[26] Родичев В. И. Теория гравитации в ортогональном репере.- М.5 Наука, 1974.- 184 с.

[27] M.Schlick, *Space and Time in Contemporary Physics*. Oxford University Press, New York, (1920).

[28] J.Stachel New Light on the Einstein-Hilbert Priority Question Journal of Astrophysics and Astronomy 20 pp. 91-101,(1999)

[29] J. Stachel Einstein's search for general covariance. 1912-1915. In: Paper read at the Ninth Intern, conf, on general relativity and gravitation. Jena (DDR), 1980.

[30] A.N.Temchin, Uravneniia Einshteina Na Mnogoobrazii, Moskow, URSS,1999,

[31] В. Унт. О преобразованиях координат и условиях непрерывности в общей теории относительности. Исследования по теоретической физике, Тарту, 1962.

[32] Weyl H. Raum, Zeit, Materie. 1 Aufl. Berlin. 1918.

[33] Зельдович Я. Б., Грищук Л. Я.//УФН. 1986. Т. 149. С. 695-711.