Поправки к стандартным инфляционным моделям, индуцированные скаляром Гаусса-Бонне

Докладчик: Манучарян Геворг Дереникович
Научный руководитель: Фомин Игорь Владимирович

Москва 2022

01

Введение

Почему инфляция?
Какое скалярное поле?

Три вопроса, приводящих к необходимости введения инфляционной парадигмы

1. Почему Вселенная пространственно – плоская?

2. Чем обусловлена неоднородность распределения первичной материи?

3. В чем заключается сточник анизотропии реликтового излучения

Скалярное поле

Источник ускоренного расширения Вселенной – вакуум! А уравнение состояния этого вакуума имеет вид $p \simeq -wp$

Уравнение состояния $p \simeq -wp$, следовательно поле скалярное (бозонное), которое неустойчиво из-за вида уравнения состояния

Для предотвращения быстрого распада состояния $p \simeq -wp$ предполагается, что существует потенциальный барьер, а поле туннелирует от ложного вакуума к истинному с минимумом потенциала

02

Решение для ОТО

Космологическая модель в рамках ОТО [1/5]

Действие Эйнштейна – Гильберта в системе единиц $8\pi G = c = \hbar = 1$ записывается как

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2}R - g^{\mu\nu}\,\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right], \qquad (1)$$

где g – определитель метрического тензора $g^{\mu\nu}$, R – скалярная кривизна (скаляр Риччи), $V(\phi)$ - потенциал скалярного поля ϕ.

Рассматриваемая метрика – это метрика Фридмана – Робертсона – Уокера, с интервалом между событиями вида

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2)], \qquad (2)$$

где c – скорость света (в выбранной системе единиц равна единице), $a(t)$ - масштабный фактор, определяющий размеры Вселенной.

Космологическая модель в рамках ОТО [2/5]

Для определения динамики скалярного поля, входящего в действие (1), рассматривается система уравнений космологической динамики, получаемая варьированием (1) по полю и метрике:

$$\begin{cases} 3H\dot{\phi} + \ddot{\phi} + V'(\phi) = 0 \\ 3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi} + V(\phi) \\ -2\dot{H} - 3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \end{cases} \qquad (3)$$

К решению (модели) выдвигаются требования:

I. Число e-фолдов в интервале значений 50…60,

II. Две стадии ускоренного расширения Вселенной,

III. Наблюдательные ограничения на [1]

a) Спектральный индекс $n_S = 0.965 \pm 0.004$

b) Амплитуду скалярных возмущений $P_S \simeq 2.101 \times 10^{-9}$

c) Отношение амплитуд тензорных и скалярных возмущений (тензорно-скалярное отношение) $r < 0.065$

[1] Aghanim, Nabila, et al. "Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters." Astronomy & Astrophysics 641 (2020): A6.

Космологическая модель в рамках ОТО [3/5]

Для аналитического решения системы (3) было предложено рассмотреть форму эволюции скалярного поля от времени вида

$$\phi(t) = -2m\left(t - \frac{1}{m}\right)e^{-bt} + \phi_0, \qquad (4)$$

где m, b, ϕ_0 – константы модели, причем $m \cdot b > 0$.

Записанное в соотношении время t и Вселенское время t_U взаимосвязаны как $t = t_U + t_0$, где $t_0 = -1.48$.

(4) и (3) позволяют определить эволюцию параметра Хаббла $H(t)$

$$H(t) = \frac{e^{-2bt}A(t)}{2b} + \frac{2b^2 + 2bm + m^2}{2b}, \qquad (5)$$

а также потенциала $V(t)$

$$V(t) = \frac{3\left(-e^{-2bt}A(t) + 2b^2 + 2bm + m^2\right)^2}{4b^2} - 2e^{-2bt}\left(A(t) - 2bm(mt-1) + m^2\right), \qquad (6)$$

где $A(t) = 2b^2(mt-1)^2 - 2bm(mt-1) + m^2$

Космологическая модель в рамках ОТО [4/5]

(4) и (6) позволяют определить вид зависимости потенциала от поля

$$V(\phi) = -\frac{1}{4b^2}\frac{4b^4\varphi^2}{W(p\varphi)} + \frac{2b^4\varphi^2}{W^2(p\varphi)} + 2b^4\varphi^2 - 3\left(\frac{b^2\varphi^2(2W(p\varphi)+1)}{-4W^2(p\varphi)} - \frac{b^2}{2}(\varphi^2 - 4) + 2bm + m^2\right)^2, \qquad (7)$$

где $p = \frac{be^{b/m}}{2m}, \varphi = \phi - \phi_0, W$- W-функция Ламберта.

Заметим, что потенциал (7) относится к классу потенциалов с большим полем, поскольку в разложении

$$V(\phi) = V_0 + V_1\phi + V_2\phi^2 + V_3\phi^3 + o(\phi^4)$$

$$V_1 = \frac{1}{8}\phi_0\left(\frac{4(b^2(10 - 3\phi_0^2) + 6bm + 3m^2)}{W(-p\phi_0)} - \frac{9b^2\phi_0^2 + 3b^2\phi_0^2}{W^2(-p\phi_0)} + b^2(32 - 6\phi_0^2) + 24bm + 12m^2\right)$$

равно нулю только в тривиальном случае $\phi_0 = 0$.

Космологическая модель в рамках ОТО [5/5]

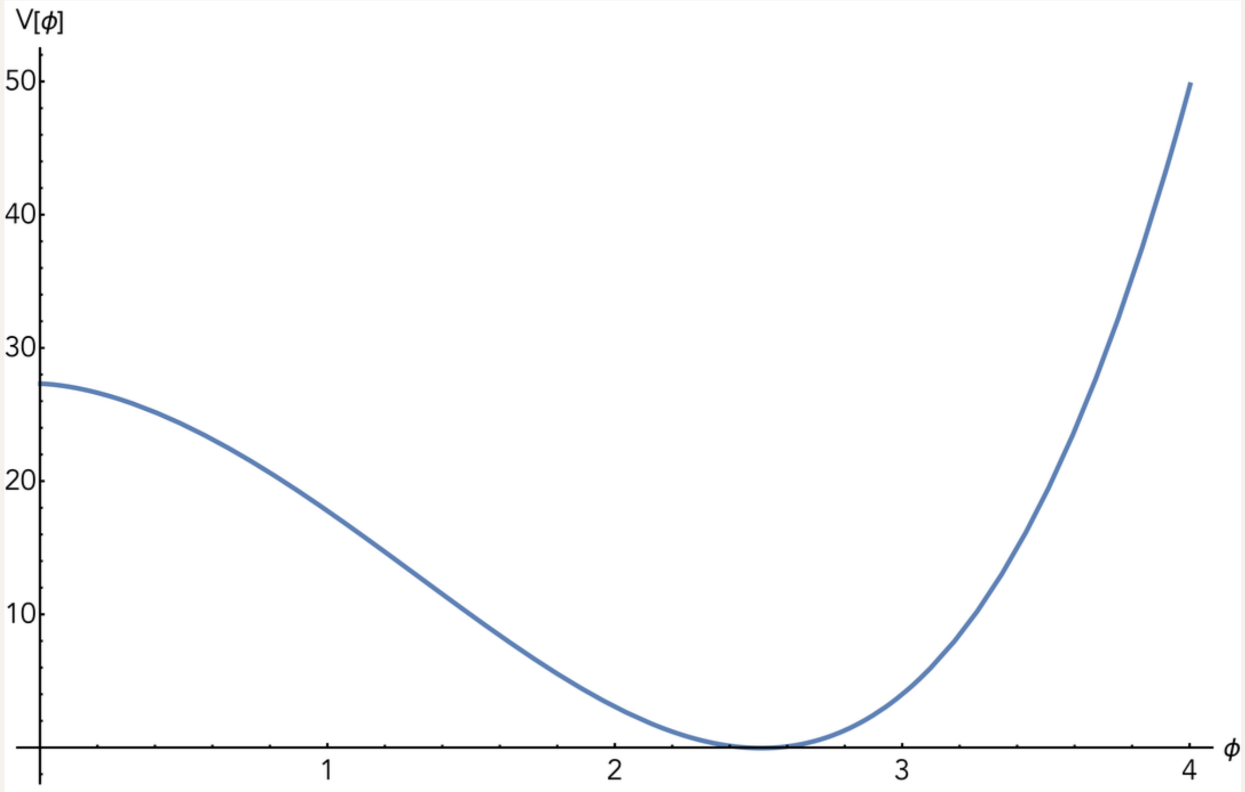

Рис. 1 – Зависимость потенциала от поля с нулевым минимумом

В рамках представленных результатов рассматривается модель с константами модели $m = 1$, $\mathrm{b} = 1$, $\phi_0 = 2e^{-2} \simeq 0.27$, для которых потенциал имеет отрицательное минимальное значения. Для избежания этого к потенциалу добавляется постоянная величина $V_{add} \equiv V_{add}(m, b, \phi_0)$, которая для записанных выше значений равна $V_{add} = 8.7428$. С учетом этой постоянной добавки вид зависимости потенциала от поля представлена на рис. 1.

Верификация по наблюдательным ограничениям [1/5]

Параметры медленного скатывания определяются как

$$\epsilon(t) = -\frac{\dot{H}(t)}{H^2(t)} = \frac{8b^2e^{2bt}(b+m-bmt)^2}{K^2(t)}, \qquad (8)$$

$$\delta(t) = -\frac{\ddot{H}(t)}{2H(t)\dot{H}(t)} = \frac{2b^2e^{2bt}(b(mt-1)-2m)}{K(t)\cdot(b+m-bmt)}, \qquad (9)$$

где

$$K(t) = \\ = 2b^2\left(e^{2bt}-(mt-1)^2\right)+m^2(e^{2t}-1) \\ + 2bm\left(e^{2bt}+mt-1\right). \qquad (10)$$

Для значений $t \in [0, 1.5]$ из соотношений (8) и (9) можно приближенно записать

$$5\delta^2 \simeq \epsilon \qquad (11)$$

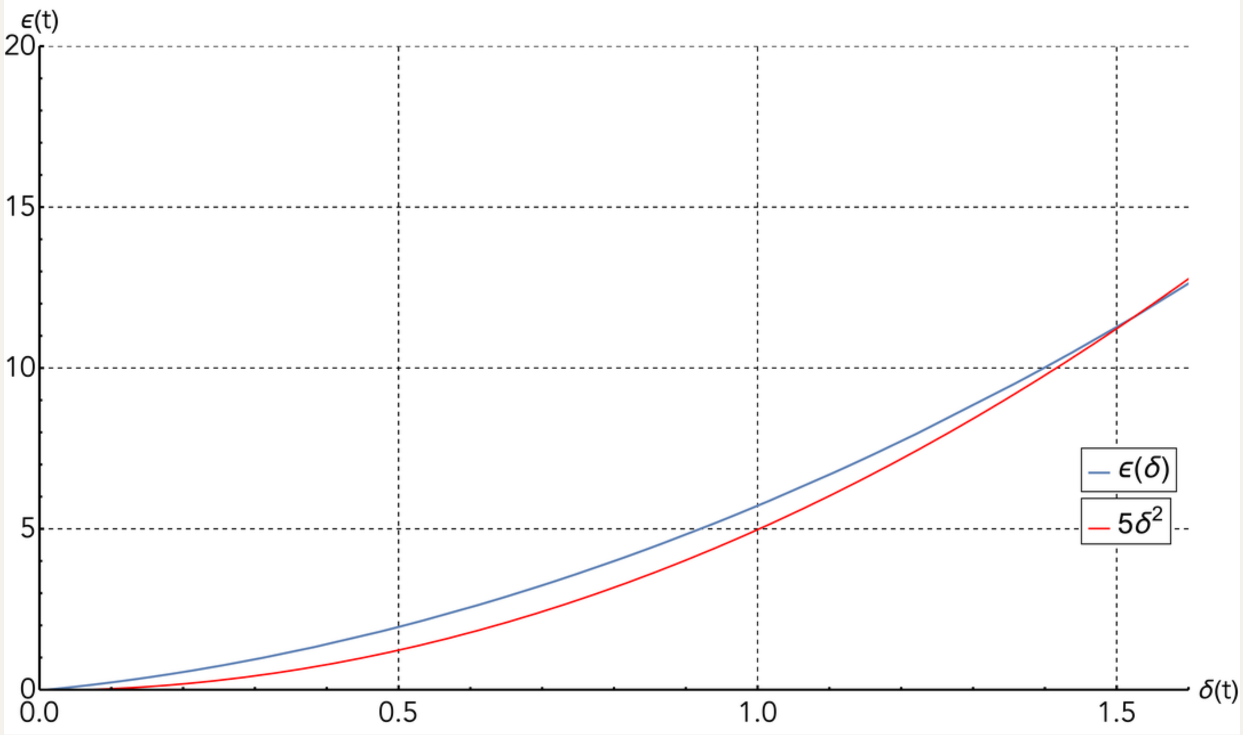

Рис. 2 – Зависимость первых двух параметров медленного скатывания

Верификация по наблюдательным ограничениям [2/5]

Число е-фолдов определяется как

$$\mathcal{N}_f(t) = \int_0^t H(t)dt\,, \qquad (12)$$

спектральный индекс скалярных возмущений

$$n_S - 1 = 2(\delta - 2\epsilon), \qquad (13)$$

амплитуда скалярных возмущений

$$\mathcal{P}_S = \frac{1}{2\epsilon}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2, \qquad (14)$$

тензорно - скалярное отношение

$$r \equiv \frac{\mathcal{P}_T}{\mathcal{P}_S} = 16\epsilon, \qquad (15)$$

Верификация по наблюдательным ограничениям [3/5]

Выход из инфляции происходит при значении первого параметра медленного скатывания $\epsilon = 1$ в момент времени t_{exit}.

Число е-фолдов в на выходе из инфляции ($m = 1, b = 1$):

$$\mathcal{N}_f(t_{exit}) = \int_0^{t_{exit}} \frac{e^{-2bt}A(t)}{2b} + \frac{2b^2 + 2bm + m^2}{2b} dt \simeq 59. \qquad (16)$$

Амплитуда скалярных возмущений при значении числа е-фолдов $\mathcal{N}_f(t_H) \simeq 60$:

$$\mathcal{P}_S = \frac{1}{2\epsilon}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2\Big|_{t=t_H} \simeq 2.101\times10^{-9}. \qquad (17)$$

Заметим, что $t_{exit} \sim t_H$.

Верификация по наблюдательным ограничениям [4/5]

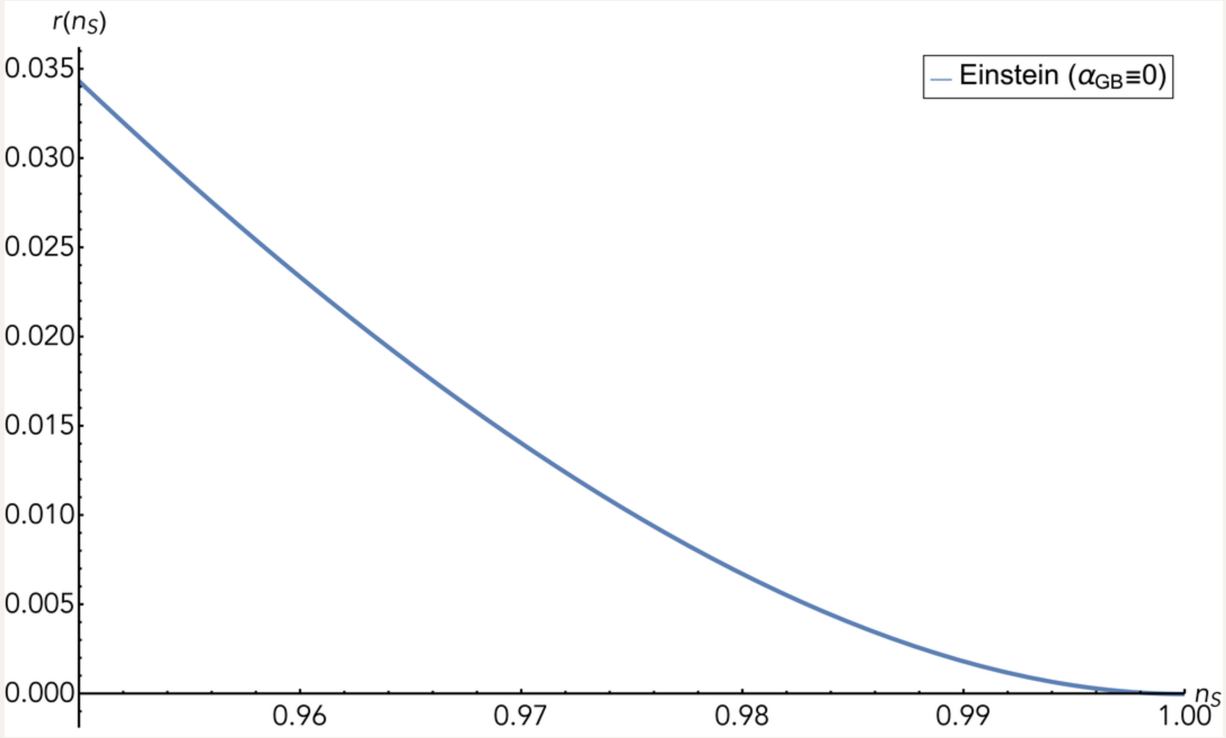

Рис. 3 – Зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений

Из соотношений (11), (13) и (15) можно восстановить форму зависимости тензорно-скалярного отношения от наклона спектра скалярных возмущений $r(n_S)$:

$$r(n_S) = \frac{2}{5}\left(-\sqrt{21 - 20n_S} - 10n_S + 11\right) \qquad (18)$$

Верификация по наблюдательным ограничениям [5/5]

Масштабный фактор $a(t)$ для настоящей модели:

$$a(t) = e^{-\frac{(2b^2+2bm+m^2)t}{2b}+\frac{m^2-2b^2(mt-1)^2}{4b^2}e^{-2bt}}, \qquad (19)$$

откуда для относительного ускорения, определенного как

$$Q \equiv \frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = H^2 + \dot{H}, \qquad (20)$$

в интервалах времен $t_1 \to \mathcal{N}_f(t_1) \simeq 59.06$ и $t_2 \to \mathcal{N}_f(t_2) \simeq 59.39$ получаем замедленное ускорение Вселенной, а вне этого интервала – две эпохи ускоренного расширения, причем во время инфляции темп расширения много больше постинфляционного расширения.

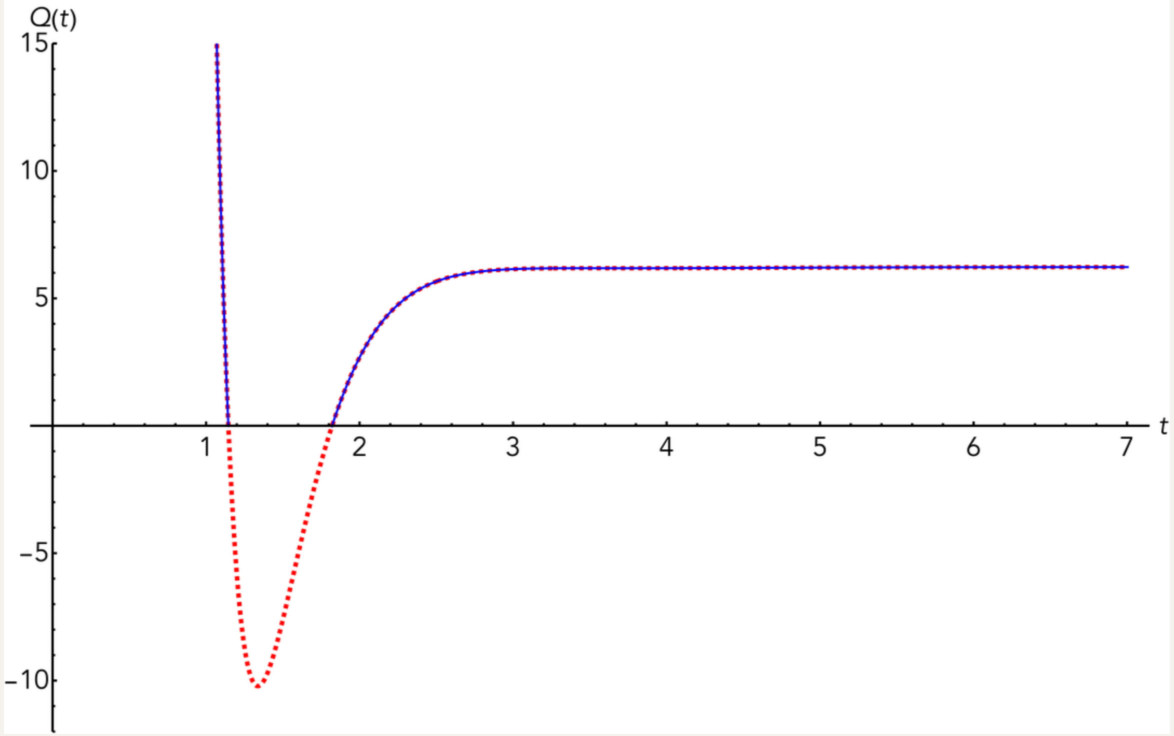

Рис. 4 – Зависимость относительного ускорения от времени. Красная линия указывает период замедленного расширения Вселенной

03

Учет скаляра Гаусса- Бонне

Космологическая модель в рамках ЭГБ гравитации [1/5]

Рассматриваемое действие в системе единиц $8\pi G = c = \hbar = 1$ в метрике ФРУ записывается как

$$S = \int d^4x \sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R - g^{\mu\nu}\,\frac{1}{2}\partial_\mu\phi_{GB}\partial_\nu\phi_{GB} - V_{GB}(\phi_{GB}) - \frac{1}{2}\xi(\phi_{GB})R_{GB}^2\right], \qquad (21)$$

где ξ – функция неминимального взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса – Бонне R_{GB}, определяемая как

$$R_{GB}^2 = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}. \qquad (22)$$

Система уравнений космологической динамики в таком случае

$$\begin{cases} 3H_{GB}^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}_{GB}^2 + V_{GB} + 12\dot{\xi}H_{GB}^2 \\ \dot{\phi}_{GB}^2 = -2\dot{H}_{GB} + 4\ddot{\xi}H_{GB}^2 + 4\dot{\xi}H_{GB}\left(2\dot{H}_{GB} - H_{GB}^2\right) \\ \ddot{\phi}_{GB} + 3H_{GB}\dot{\phi}_{GB} + \frac{\partial V_{GB}(\phi_{GB})}{\partial\phi_{GB}} + 12H_{GB}^2\left(\dot{H}_{GB} + H_{GB}^2\right)\frac{\partial\xi(\phi_{GB})}{\partial\phi_{GB}} = 0 \end{cases} \qquad (23)$$

Космологическая модель в рамках ЭГБ гравитации [2/5]

Для учета зависимости скорости распространения реликтовых гравитационных волн от космического времени и параметров космологической модели (подробнее в работе [2]) рассматривается модель (24)-(27), предложенная в работе [3], для учета как зависимости скорости распространения гравитационных волн от времени, так и для соответствия по наблюдательным ограничениям I-III:

$$V_{GB} = V_E - \alpha_{GB}\dot{H}_E, \qquad (24)$$

$$H_{GB} = H_E(1 + \alpha_{GB}\epsilon_E), \qquad (25)$$

$$\phi_{GB} = \phi_E\sqrt{1 - \alpha_{GB}}, \qquad (26)$$

$$\xi_{GB} = \frac{\alpha_{GB}}{4H_E^2(\phi_{GB})} + \xi_0. \qquad (27)$$

[2] Bonilla, Alexander, et al. "Forecasts on the speed of gravitational waves at high z." Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 2020.03 (2020): 015
[3] Fomin, Igor. "Gauss–Bonnet term corrections in scalar field cosmology." The European Physical Journal C 80.12 (2020): 1-16.

Космологическая модель в рамках ЭГБ гравитации [3/5]

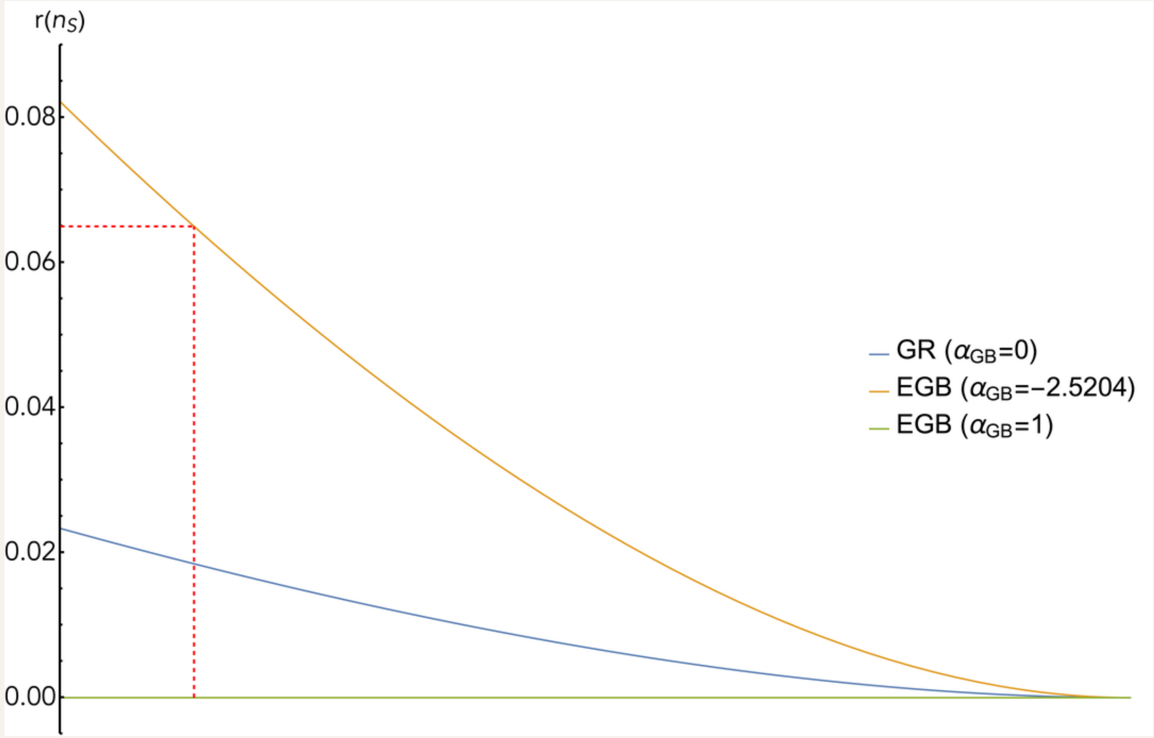

Рис. 5 – Зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений для предельных значений константы неминимальной связи и для ОТО

Спектральный индекс скалярных возмущений в случае гравитации ЭГБ можно записать как

$$n_{S(GB)} - 1 = 2(\delta - 2\epsilon) = n_{S(E)}, \qquad (28)$$

а тензорно – скалярное отношение имеет вид

$$r_{GB} = 16(1 - \alpha_{GB})\epsilon_E = (1 - \alpha_{GB})r_E, \qquad (29)$$

откуда можно записать

$$r(n_S) = \frac{2}{3}\left(-\sqrt{21 - 20n_S} - 10n_S + 11\right)(1 - \alpha_{GB}), \qquad (30)$$

что в свою очередь дает ограничение на константу неминимального взаимодействия α_{GB} с учетом IIIс:

$$\alpha_{GB} \in (-2.5204, 1) \qquad (31)$$

Космологическая модель в рамках ЭГБ гравитации [4/5]

Функция неминимальной связи, определенная как (27), имеет вид

$$\xi(\phi_{GB}) = \frac{\alpha_{GB} b^2}{\left(2b^2 + 2bm + m^2 - e^{-\frac{2b}{m} + 2W(p\varphi_{GB})} m^2 \left(1 + 2W(p\varphi_{GB})\left(1 + W(p\varphi_{GB})\right)\right)\right)^2}, \qquad (32)$$

где

$$\varphi_{GB} = \frac{\phi}{\sqrt{1 - \alpha_{GB}}} - \phi_0$$

Космологическая модель в рамках ЭГБ гравитации [5/5]

- Квантовые поправки к ОТО приводят к изменению параметров космологических возмущений, что позволяет оценить характерный параметр теории – константу неминимальной связи скалярного поля и ГБ-скаляра
- При значении $\phi_{GB} = 1$ имеем

$$\left|\frac{\xi(\phi_{GB})}{V_{GB}(\phi_{GB})}\right| \simeq 0.013506, \qquad (33)$$

что задает максимальное отклонение от классической теории гравитационного поля в рассматриваемой модели. Заметим, что малость записанной величины указывает, что квантовые поправки, индуцированные учетом неминимального взаимодействия скаляра Гаусса – Бонне и скалярного поля, малы для влияния на космологическую динамику, но оказывают существенное влияние на амплитуду гравитационных волн.

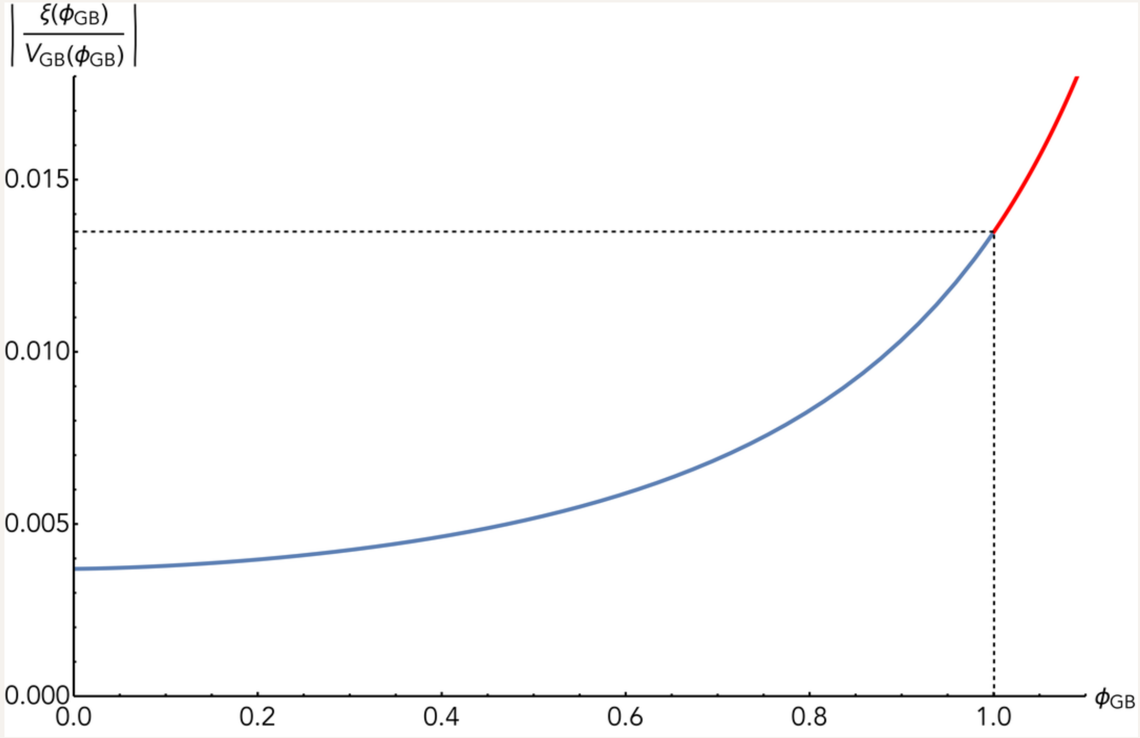

Рис. 6 – Зависимость отношения функции неминимальной связи скаляра Гаусса – Бонне и потенциала скалярного поля для константы неминимальной связи $\alpha_{GB} = -2.5204$. Красной линией указано аналитическое продолжение отношения $\left|\frac{\xi(\phi_{GB})}{V_{GB}(\phi_{GB})}\right|$ для значений поля $\phi_{GB} > 1$

Заключение

- Рассматриваемая модель удовлетворяет наблюдательным ограничениям по величине тензорно-скалярного отношения, амплитуде скалярных возмущений реликтового фона и темпу ускоренного расширения Вселенной
- Число e-фолдов при выходе из инфляции составляет величину порядка

$$\mathcal{N}_f(t_{exit}) \simeq 59$$

- Константа неминимального взаимодействия ограничена в диапазоне

$$\alpha_{GB} \in (-2.5204, 1)$$

- Установлено, что для настоящей модели максимальное отклонение от классической теории гравитационного поля характеризуется величиной, порядка

$$\left|\frac{\xi(\phi_{GB})}{V_{GB}(\phi_{GB})}\right|_{\phi_{GB}=1} \simeq 0.013506$$

Спасибо за внимание!